ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МОЛОДЕЖНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА 2009 г.

ВЫП. II
ПРОБЛЕМЫ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
2010

ЭВОЛЮЦИЯ КВАЗИТВЕРДЫХ ЯДЕР ПРИ ЗАПОЛНЕНИИ КАНАЛА ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ ЖИДКОСТЬЮ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ*

Е.И. БОРЗЕНКО, Г.Р. ШРАГЕР, В.А. ЯКУТЕНОК

Моделируются процессы заполнения плоских каналов реологически сложной жидкостью со свободной поверхностью. В случае течения жидкости с пределом текучести интерес представляет процесс зарождения и эволюции квазитвердых ядер. Основой численного исследования рассматриваемых течений является конечно-разностная методика, использующая алгоритм SIMPLE и метод инвариантов.

EVOLUTION OF UNYIELDED ZONE AT FILLING CHANNEL BY VISCOPLASTIC FLUID WITH FREE SURFACE

E.I. BORZENKO, G.R. SHRAGER, V.A. YAKUTENOK

Process of filling plane channels by rheological fluid with free surface is simulated in present work. In case of viscoplastic fluid flow origin and evolution of unyielded zone are interested. Base of numerical research of considering flow is finite-difference method used SIMPLE algorithm and invariant method.

Течение неньютоновской жидкости в поле силы тяжести g описывается уравнениями сохранения количества движения и массы, которые в безразмерной форме имеют вид

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Re}\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+B\Delta u+2\frac{\partial B}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial B}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)+W_x\,,\\
&\mathrm{Re}\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+B\Delta v+2\frac{\partial B}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial B}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)+W_y\,,\\
&\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0,
\end{aligned} \tag{1}$$

где (u,v) – компоненты вектора скорости; (x,y) – декартовы координаты; p – давление; t – время.

Значение эффективной вязкости B определяется законом Шведова–Бингами $B=\left(\mathrm{Se}+A^{k}\right)/A$, где A – второй инвариант тензора скоростей деформаций; k – степень нелинейности.

В качестве масштаба скорости используется среднерасходная скорость во входном сечении U, масштаба длины – половина расстояния между пластинами L. В задачу входят три безразмерных комплекса, являющихся числами подобия для данной задачи:

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 08-08-00064а) и в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

$\mathrm{Re} = \rho U^{2\ k} L^k / \mu$ – обобщенное число Рейнольдса;

$\mathrm{Se} = \tau_0 L^k / (\mu U^k)$ – безразмерный параметр вязкопластичности;

$\mathrm{W} = \rho L^{k+1}\mathbf{g} / \mu U^k$ – параметр Стокса,

где ρ – плотность жидкости; μ – константа реологического закона; τ_0 – предел текучести.

В начальный момент времени плоский канал частично заполнен жидкостью. Свободная поверхность имеет плоскую горизонтальную форму. Входная граница Γ_1 находится достаточно далеко от свободной поверхности Γ_3, чтобы можно было исключить влияние последней на течение в окрестности Γ_1. Жидкость подается в канал с заданным постоянным расходом, при этом профиль скорости совпадает с профилем, характерным для установившегося плоскопараллельного течения вязкопластичной жидкости в плоском канале. Сила тяжести направлена против направления движения. На твердых стенках Γ_2 выполняется условие прилипания. На свободной поверхности используются условия равенства нулю касательных напряжений и равенства нормальных напряжений внешнему давлению. Кроме этого, свободная поверхность подчиняется кинематическому условию. Силы поверхностного натяжения не учитываются в связи с их малостью в рассматриваемых процессах.

Задача решается с помощью конечно-разностной методики, основанной на совместном использовании алгоритма SIMPLE [1] для расчета полей скорости и давления во внутренней области и метода инвариантов [2] для вычисления кинематических и динамических характеристик на свободной поверхности. Подробное описание методики представлено в [3]. Для обеспечения устойчивого сквозного расчета течений с квазитвердыми ядрами реологическое уравнение записывается в модифицированном виде

$$B = \frac{Se + (A+\lambda)^k}{A+\lambda},$$

где λ – достаточно малая величина. Расчеты показали, что при $\lambda = 0{,}015\,Se$ характер течения не искажается, а профиль эффективной вязкости сглаживается в зонах квазитвердого течения. В качестве условия выделения ядер используется неравенство BA < *Se*.

В результате численного эксперимента было установлено, что первоначально плоская свободная поверхность выгибается, приобретая выпуклую установившуюся форму. Последняя перемещается вдоль канала со среднерасходной скоростью.

На рис. 1 и 2 проиллюстрированы эволюции квазитвердых ядер для двух значений параметра *Se*. Видно, что в обоих случаях ядро образуется вблизи оси симметрии. Его ширина при этом растет с увеличением параметра вязкопластичности и соответствует размеру ядра для установившегося течения вязкопластичной жидкости в бесконечном канале. По мере продвижения свободной границы вдоль канала оно постепенно увеличивается в длину. При *Se*=1 зона квазитвердого течения заканчивается приблизительно в 1,5 единицы длины от фронта свободной границы. В случае *Se*=5 в окрестности границы зона квазитвердого движения постоянно эволюционирует, в частности, распадается на несколько ядер.

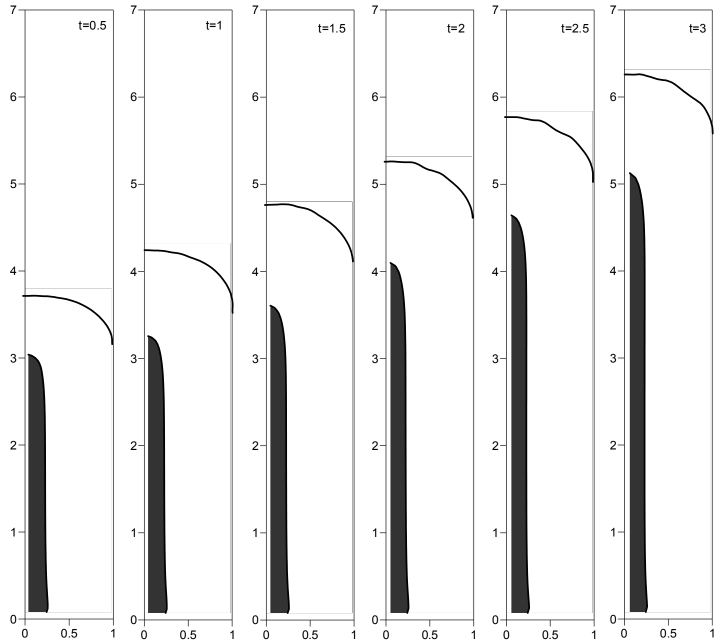

Рис.1. Эволюция квазитвердых ядер (Re=0,1, W=2,5, *k*=1, Se=1)

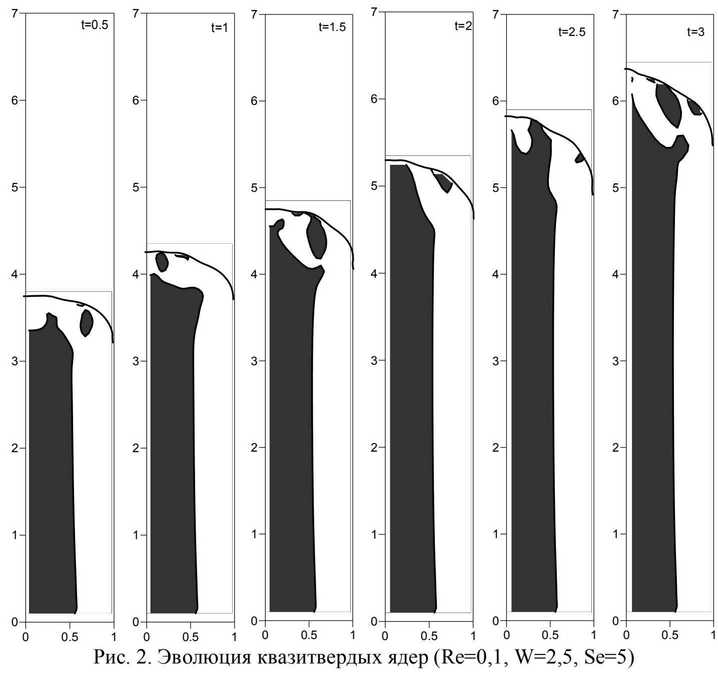

Рис. 2. Эволюция квазитвердых ядер (Re=0,1, W=2,5, Se=5)

ЛИТЕРАТУРА

1. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и механики жидкости. М., 1984.

2. *Шрагер Г.Р., Козлобродов А.Н., Якутенок В.А.* Моделирование гидромеханических процессов в технологии переработки полимерных материалов. Томск, 1999.

3. *Борзенко Е.И., Якутенок В.А.* Численное моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью на основе метода SIMPLE // Мат. моделирование. 2007. Т.19, № 3. С. 52−58.