

**ФАМЭТ'2011**

**X**

Российская академия наук  
Министерство образования и науки РФ  
Красноярский государственный торгово-экономический институт  
Институт математики  
Сибирский федеральный университет  
Институт вычислительного моделирования СО РАН  
Сибирский институт бизнеса, управления и психологии

Т Р У Д Ы  
ДЕСЯТОЙ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
ПО ФИНАНСОВО-АКТУАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ  
И ЭВЕНТОКОНВЕРГЕНЦИИ ТЕХНОЛОГИЙ

К р а с н о я р с к  
2011

УДК 519.248: [004.8+33+301+159.9]

Т 78

Труды X международной ФАМЭТ'2010 конференции / под ред. О.Ю. Воробьева. — Красноярск: КГТЭИ, СФУ, 2011. — 401 с.

ISBN

Конференция поддержана

Российским фондом фундаментальных исследований:

гранты №№ 02-01-10015-г; 03-01-10020-г; 04-01-10051-г;

07-01-06011-г; 08-06-06016-г; 09-06-06028-г;

и Красноярским государственным торгово-экономическим институтом:

гранты №№ ГВ-09-11; ГВ-09-04.

Редакционная коллегия:

Баранова И.В., канд. физ.-мат. наук

Воробьев О.Ю., д-р физ.-мат. наук, профессор (редактор)

Голденко Е.Е., канд. физ.-мат. наук

Клочков С.В., канд. физ.-мат. наук

Лукин В.Н., канд. техн. наук, профессор

Мажаров В.Ф., д-р мед. наук

Новосёлов А.А., канд. физ.-мат. наук

Семёнова Д.В., канд. физ.-мат. наук (помощник редактора)

Тарасова О.Ю., канд. физ.-мат. наук

Тяглова Е.Г., канд. физ.-мат. наук

Фомин А.Ю., канд. физ.-мат. наук

© Красноярский государственный торгово-экономический институт, 2011

© Институт математики, 2011

© Сибирский федеральный университет, 2011

© Институт вычислительного моделирования СО РАН, 2011

© Сибирский институт бизнеса, управления и психологии, 2011

ISBN

*Russian Academy of Sciences*  
*Ministry of Education and Science of RF*  
*Krasnoyarsk State Trade Economy Institute*  
*Institute of Mathematics*  
*Siberian Federal University*  
*Institute of Computational Modeling of SB RAS*  
*Siberian Institute of Business, Management and Psychology*

*P R O C E E D I N G S*  
*OF X INTERNATIONAL CONFERENCE*  
*ON FINANCIAL AND ACTUARIAL MATHEMATICS*  
*AND EVENTOCONVERGING TECHNOLOGIES*

*K r a s n o y a r s k*  
*2011*

УДК 519.248: [004.8+33+301+159.9]

T78

Proceedings of the X International FAMET'2011 Conference / Oleg Vorobyev, ed. — Krasnoyarsk: KSTEI, SFU, 2011. — 401 p.

The conference is supported by  
the Russian Fund for Basic Research:  
grants №№ 02-01-10015-2; 03-01-10020-2; 04-01-10051-2;  
07-01-06011-2; 08-06-06016-2; 09-06-06028-2;  
and the Krasnoyarsk State Trade Economic Institute:  
grants №№ ГВ-09-11; ГВ-09-04.

Editorial board:

Baranova I.V., Ph.D.

Fomin A.Yu., Ph.D.

Goldenok E.E., Ph.D.

Klochkov S.V., Ph.D.

Lukin V.N., professor

Mazharov V.F., Ph.D.

Novosyolov A.A., Ph.D.

Semenova D.V. Ph.D. (Assistant Editor)

Tarasova O.Yu., Ph.D.

Tyaglova E.G., Ph.D.

Vorobyev O.Yu., professor (Editor)

© Krasnoyarsk State Trade Economy Institute, 2011

© Institute of Mathematics, 2011

© Siberian Federal University, 2011

© Institute of Computational Modeling of RAS, 2011

© Siberian Institute of Business, Management and Psychology, 2011

ISBN

**ДЕСЯТАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
ПО ФИНАНСОВО-АКТУАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ  
И ЭВЕНТОКОНВЕРГЕНЦИИ ТЕХНОЛОГИЙ**  
23 ~ 24 апреля 2011 года, Красноярск

**Т е м ы**

- Финансово-актуарная математика
- Конвергенция нано-био-инфо-когно наук и технологий для совершенствования человеческой деятельности
- Эвентологическая математика в гуманитарных, социально-экономических и естественнонаучных областях
- Теория вероятностей и математическая статистика
- Эвентология и математическая эвентология
- Философская эвентология и философия вероятности
- Практическая эвентология
- Эвентологическая экономика
- Эвентологическая психология
- Эвентологические проблемы искусственного интеллекта
- Принятие решений в условиях риска и неопределённости
- Измерение и модели риска
- Теория нечётких событий, обобщенная теория неопределённости
- Математические начала хаоса в экономике
- Системный анализ и управление случайными событиями
- Теория механизмов создания распределений событий

**П р е д с е д а т е л ь   к о н ф е р е н ц и и**

Воробьёв О.Ю. (Красноярск)

**П р о г р а м м н ы й   к о м и т е т**

Абдушукуров А.А. (Узбекистан)  
Алахверди Н. (Турция)  
Александров Ю.Л. (Красноярск)  
Алиев Т. (Азербайджан)  
Ализаде Т. (Азербайджан)  
Ангелов П. (Великобритания)  
Бытева Т.И. (Красноярск)  
Витлинский В.В. (Украина)  
Воробьёв А.О. (Москва)  
Голдблатт Дж.Дж. (Великобритания)  
Гианнопулос К. (ОАЭ)  
Горбань А.Н. (Великобритания)  
Городничкая И. (США)  
Грановская Р.М. (С.-Петербург)  
Григорьев Ю.Д. (С.-Петербург)  
Гуц А.К. (Омск)  
Добронец Б.С. (Красноярск)  
Доррер Г.А. (Красноярск)

Зандер Е.В. (Красноярск)  
Киселёва Т. (Германия)  
Кокс Л.Э. (США)  
Куимов В.В. (Красноярск)  
Кытманов А.М. (Красноярск)  
Лепский В.Е. (Москва)  
Лефевр В.А. (Ирвин, США)  
Лукин В.Н. (Канада)  
Луценко Е.В. (Краснодар)  
Мажаров В.Ф. (Красноярск)  
Немировский В.Г. (Красноярск)  
Новосёлов А.А. (Красноярск)  
Орсингер Э. (Италия)  
Охорзин В.А. (Красноярск)  
Перфильева И. (Чехия)  
Поддубный В.В. (Томск)  
Подопригора В.Г. (Красноярск)  
Рубан А.И. (Красноярск)  
Садовский М.Г. (Красноярск)

Семёнкин Е.С. (Красноярск)  
Семёнов А.Т. (Новосибирск)  
Сороко Э.М. (Белоруссия)  
Стоянов Й. (Великобритания)  
Терпугов А.Ф. (Томск)  
Уряев С. (США)  
Финкель Р. (Великобритания)  
Хасан Б.И. (Красноярск)  
Хлебопрос Р.Г. (Красноярск)  
Холтон Г. (США)  
Цих А.К. (Красноярск)  
Цициашвили Г. Ш. (Владивосток)  
Черемисин А. А. (Красноярск)  
Шайдуров В.В. (Красноярск)  
Шмидт Э. (Польша)  
Шокин Ю.И. (Новосибирск)  
де Шпинадель В. (Аргентина)  
Ягдян К. (Армения)  
Янковская А.Е. (Томск)

**О р г а н и з а ц и о н н ы й   к о м и т е т**

Баранова И.В. (Красноярск)  
Голденко Е.Е. (Красноярск)  
Клочков С.В. (Красноярск)  
Сяткина Т.В. (Красноярск)  
Семёнова Д.В. (Красноярск)  
Тарасова О.Ю. (Златоуст)  
Тяглова Е.Г. (Красноярск)  
Фомин А.Ю. (Красноярск)

**К о н т а к т ы**

- Оргкомитет X международной ФАМЭТ'2011 конференции: Красноярский государственный торгово-экономический институт, ул. Лиды Прушинской 2, к.7-40, Красноярск, 660075, тел. +73912219842, Голденко Елена Евгеньевна, e-mail: ellen\_gold@gambler.ru; Сибирский федеральный университет, пр. Свободный 79, к.34-12, Красноярск, 660041, тел. +73912443149, Семёнова Дарья Владиславовна, e-mail: famconf@rol.ru, url: <http://fam.conf.sfu-kras.ru>.
- Председатель конференции: Воробьёв Олег Юрьевич, т. +73912494795; e-mail: vorob@akadem.ru, url: [eventology-theory.ru](http://eventology-theory.ru)
- Секретарь оргкомитета: Семёнова Дарья Владиславовна, т. +79029468205; e-mail: [famconf@rol.ru](mailto:famconf@rol.ru)

*THE X INTERNATIONAL CONFERENCE  
ON FINANCIAL AND ACTUARIAL MATHEMATICS  
AND EVENTOCONVERGING TECHNOLOGIES  
23 ~ 24 April, 2011, Krasnoyarsk*

**T o p i c s**

- Financial and actuarial mathematics
- Converging nano-bio-info-cogno sciences and technologies for improving human performance
- Eventological mathematics in the humanities, socioeconomic and natural sciences
- Probability theory and statistics
- Eventology and mathematical eventology
- Philosophical eventology and philosophy of probability
- Practical eventology
- Eventological economics
- Eventological psychology
- Eventological problems of artificial intelligence
- Decision-making under risk and uncertainty
- Risk measurement and risk models
- Theory of fuzzy events and generalized theory of uncertainty
- Mathematical onset to chaos in economy
- System analysis and events management
- Events distributions mechanism design theory

**C o n f e r e n c e   C h a i r**

Vorobyev Oleg (Russia)

**P r o g r a m   C o m m i t t e e**

Abdushukurov Abdurahim (Uzbekistan)  
Allahverdi Novruz (Turkey)  
Alexandrov Yuri (Russia)  
Aliiev Telman (Azerbaijan)  
Alizada Tahir (Azerbaijan)  
Angelov Plamen (UK)  
Byteva Tatyana (Russia)  
Cheremisin Alexander (Russia)  
Cox Louis (USA)  
Dobronec Boris (Russia)  
Dorrer Georgy (Russia)  
Finkel Rebecca (UK)  
Giannopoulos Kostas (UAE)  
Goldblatt Joe (UK)  
Gorban' Alexander (UK)  
Gorodnitsky Irina (USA)  
Granovskaya Rada (Russia)  
Grigor'ev Yuri (Russia)

Guts Alexander (Russia)  
Holton Glyn (USA)  
Khasan Boris (Russia)  
Khlebopros Rem (Russia)  
Kiseliova Tatiana (Germany)  
Kuimov Basil (Russia)  
Kytmanov Alexander (Russia)  
Lefebvre Vladimir (USA)  
Lepsky Vladimir (Russia)  
Lukin Vladimir (Canada)  
Lutsenko Euheny (Russia)  
Mazharov Vladimir (Russia)  
Nemirovsky Valentin (Russia)  
Novosyolov Arcady (Russia)  
Okhorzin Vladimir (Russia)  
Orsingher Enzo (Italy)  
Perfil'eva Irina (Czech Republik)  
Poddubny V.V. (Tomsk)  
Podoprigora Vladimir (Russia)

Ruban Anatoly (Russia)  
Sadovsky Michael (Russia)  
Semenkin Euheny (Russia)  
Semenov Alexander (Russia)  
Shaidurov Vladimir (Russia)  
Shokin Yuri (Russia)  
Soroko Eduard (Belarus)  
de Spinadel Vera (Argentina)  
Stoyanov Jordan (UK)  
Szmidt Eulalia (Poland)  
Terpugov Alexander (Russia)  
Tsykh August (Russia)  
Tsytsyhashvili Gurami (Russia)  
Uryasev Stanislav (USA)  
Vitlinsky Valdemar (Ukraine)  
Vorobyev Alexey (Russia)  
Yagdjian Karen (Armenia)  
Yankovskaya Anna (Russia)  
Zander Euheniya (Russia)

**O r g a n i z i n g   C o m m i t t e e**

Baranova Irina (Russia)  
Fomin Andrew (Russia)  
Goldenok Ellen (Russia)  
Klochkov Svyatoslav (Russia)  
Syatkina Tatyana (Russia)  
Semenova Daria (Russia)  
Tarasova Olga (Russia)  
Tyaglova Helena (Russia)

**C o n t a c t s**

- Organizing Committee of the X international FAMET'2011 Conference: Krasnoyarsk State Trade Economy Institute, ul. Lidy Prushinskoi 2, r.7-40, Krasnoyarsk, 660075, Ph. +73912219842, Goldenok Ellen, e-mail: ellen\_gold@rambler.ru; Siberian Federal University, pr.Svobodny 79, r.34-12, Krasnoyarsk, 660041, Ph. +73912443149, Semenova Daria, e-mail: famconf@rol.ru, url: <http://fam.conf.sfu-kras.ru>.
- Conference Chair: Vorobyev Oleg, tel. +73912494795; e-mail: vorob@akadem.ru, url: eventology-theory.com
- Organizing Secretary: Semenova Daria, tel. +79029468205; e-mail: famconf@rol.ru

## С о д е р ж а н и е

ЖЕЛАЕМОЕ .....	14
DESIDERATA .....	15
GLUKHOVA I.YU. AND G.M. KOSHKIN ( <i>Tomsk</i> ) .....	16
<i>Semi-recursive nonparametric algorithms of identification and control</i>	
TSITSIASHVILI G.SH. ( <i>Vladivostok</i> ) .....	17
<i>Accuracy formulas for calculation of ruin probability in general discrete time risk model</i>	
АВИШЕВ М.У., ЗАЛЮБОВСКАЯ Ю.А. и И.И. ПАВЛЮК ( <i>Павлодар, Казахстан</i> ) .....	21
<i>История развития и становления актуарной деятельности в Республике Казахстан</i>	
АГАФОНОВ К.Е. и Д.В. СЕМЕНОВА ( <i>Красноярск</i> ) .....	??
<i>Примеры моделирования распределений двудольных случайных векторов</i>	
АГАФОНОВА Л.М. и Л.В. ХИСАМУТДИНОВА ( <i>Красноярск</i> ) .....	29
<i>Проблемы контроля за выполнением заказа в закупочной логистике</i>	
АГАФОНОВА Л.М. и Л.В. ХИСАМУТДИНОВА ( <i>Красноярск</i> ) .....	31
<i>Разработка механизма управления закупками на основе функционального подхода</i>	
АНДРЕЙЧИКОВА Т.В. ( <i>Красноярск</i> ) .....	33
<i>Эвентологическое толкование понятия энтропия и его обобщений</i>	
БАРАНОВА И.В. ( <i>Красноярск</i> ) .....	41
<i>Множества двудольных множеств событий и их характеристики</i>	
БЕКМУРАТОВА С.Н. и М.Г. САДОВСКИЙ ( <i>Красноярск</i> ) .....	47
<i>Сравнительное исследование процессов восприятия информации в системе массовых коммуникаций на примере телевидения</i>	
БУШМЕЛЁВ Е.Ю. и М.Г. САДОВСКИЙ ( <i>Красноярск</i> ) .....	53
<i>О порядке чередования триплетов в некоторых геномах</i>	
БЫКОВА В.В. ( <i>Красноярск</i> ) .....	59
<i>Подходы и проблемы нахождения точных решений NP-трудных задач: обзор</i>	
БЫКОВА В.В. и В.О. БОЛХОВЕЦ ( <i>Красноярск</i> ) .....	68



	<i>Рекурсивное вычисление древовидной ширины на основе разложения графа безопасными сепараторами</i>	
БЫКОВА В.В. и Н.А. НИКУЛЬСКАЯ (Красноярск) .....		73
	<i>Сравнительный анализ эвристик построения триангуляций графа для древовидной ширины</i>	
ВЕРЕТНОВА К. Ю. и Л.И. ПОКИДЫШЕВА (Красноярск) .....		77
	<i>Метод корреляционной адаптометрии и тензорный метод главных компонент в экономике</i>	
ВИТОВА Т.В., КИРИК Е.С. и Д.В. КРУГЛОВ (Красноярск) .....		81
	<i>О дискретом стохастическом подходе моделирования движения людей на примере модели SIGMA.CA</i>	
ВОРОВЬЕВ О.Ю. (Красноярск) .....		??
	<i>Эвентологические инструменты в эвентологии: аксиоматический подход</i>	
ГИЛЬМАНОВА Р.Н. и Д.В. СЕМЕНОВА (Красноярск) .....		??
	<i>Эвентологический скоринг и Фреше-граничные Э-распределения</i>	
ГОЛДЕНОК Е.Е. (Красноярск) .....		108
	<i>Эвентологический портфельный анализ и гиббсовское распределение событийного ресурса</i>	
ГРИГОРЬЕВ Ю.Д. (Санкт-Петербург) .....		112
	<i>Алгоритмы оптимизации риска в задачах перестрахования</i>	
ГРИШИН И.Ю. и Р.Р. ЛАРИНА (Ялта, Украина) .....		119
	<i>Метод динамического программирования и принцип максимума в задачах оптимизации маркетинг-логистических решений</i>	
ГУЦ А.К. (Омск) .....		124
	<i>Метафизика времени и эвентология</i>	
ДОВРОНЕЦ Б.С., ПОПОВА О.А. (Красноярск, Омск) .....		130
	<i>Гистограммные временные ряды</i>	
ДОРРЕР Г.А. и В.С. КОМОРОВСКИЙ (Красноярск) .....		134
	<i>Характеристики данных о природных пожарах, полученных из разных источников</i>	
ДОРРЕР Г.А. и В.С. КОМОРОВСКИЙ (Красноярск) .....		137
	<i>Оценка интенсивности процессов борьбы с крупными лесными пожарами</i>	
ДУБОВСКАЯ Т.В. (Красноярск) .....		143

*Эффективные элементы визуальной социальной рекламы на примере антитабачной рекламы*

ЕГУНОВА О.С. и Л.И. МОШКОВИЧ (Красноярск) .....	147
<i>Стратегическое планирование и приоритеты социально-экономического развития муниципального образования</i>	
ЗАЙЦЕВА Н.А., ПУТИНЦЕВА Ю.А. и М.Г. САДОВСКИЙ (Красноярск) .....	152
<i>К проблеме связи структуры и систематики на примере митохондриальных геномов</i>	
ЗАХОРОЛЬНАЯ И.А. и С.П. МОИСЕЕВА (Томск) .....	157
<i>Математическая модель процесса изменения дохода от продажи взаимодополняющих товаров</i>	
ИМОМОВ А.А. (Карши, Узбекистан) .....	166
<i>Об асимптотических свойствах непрерывного аналога ветвящихся Q-процессов</i>	
ИЩЕНКО А.В. и Д.В. СЕМЕНОВА (Красноярск) .....	??
<i>Эвентологическая импликация</i>	
КАПСАРГИН Ф.П., КАДЕНА Л., КИРИЛЛОВА С.В. и К.В. СИМОНОВ (Красноярск) ..	171
<i>Математические модели в проблеме экологии человека (обзор)</i>	
КОВАЛЬ А.А. и М.Г. САДОВСКИЙ (Красноярск) .....	174
<i>Об экстремальности генетического кода</i>	
КОЗЛОВА Л.В. (Красноярск) .....	178
<i>Энтропия двудольных множеств</i>	
КОМАРОВА О.А. (Красноярск) .....	182
<i>Эвентологический подход к интеллектуальному анализу данных</i>	
КОЧАНОВА Ю.С. (Красноярск) .....	??
<i>О задаче размещения и распределения объектов</i>	
КРУПКИНА Т.В., МАЖАРОВ В.Ф., ГОРНЫЙ Б.Э. и А.М. СВИРИДОВ (Красноярск) .	188
<i>Иерархическая модель зависимости потерь жизненного потенциала от социально-экономических факторов</i>	
КУСТИЦКАЯ Т.А. (Красноярск) .....	192
<i>Конус приемлемых рисков для некоторых предпочтений</i>	
ЛЕБЕДЕВ Ю.А. (Москва) .....	197

*Эвентологические аспекты эвереттической аксиомы о мультиверсе и мега-видууме*

ЛУКЬЯНОВА Н.А. (Красноярск) .....	201
<i>Эвентологические подраспределения: энтропийно-информационный взгляд</i>	
ЛУКЬЯНОВА Н.А. (Красноярск) .....	212
<i>Мера неопределенности и меры расхождения эвентологических распределений множества случайных событий</i>	
ЛЮБИНА Т.В. и А.А. НАЗАРОВ (Томск) .....	219
<i>Распределение вероятностей числа заявок в ИПВ в немарковской модели компьютерной сети связи, управляемой динамическим протоколом доступа</i>	
МАДРАХИМОВ Ш.Ф. и А.Х.ХУРРАМОВ (Ташкент, Карши, Узбекистан) .....	224
<i>Вычисление устойчивости классифицированных объектов в разнотипном признаковым пространстве</i>	
МАСЛОВСКИЙ В.П. и И.В. МАСЛОВСКИЙ (Красноярск) .....	226
<i>Оценка инвестиционных проектов методом реальных опционов</i>	
МАСЛОВСКИЙ В.П. (Красноярск) .....	230
<i>Анализ методов управления стоимостью проекта</i>	
МАСЛОВСКИЙ В.П. и М.А. СИМАКОВА (Красноярск) .....	236
<i>Особенности оценки инвестиционных проектов</i>	
МАСЮК М.А. (Красноярск) .....	241
<i>Тезаурус и прикладная онтология предметной области в задаче анализа и визуализации взаимосвязей нормативно-правовых документов</i>	
МАТЮХИН П.Ю. и М.Г. САДОВСКИЙ (Красноярск) .....	244
<i>О динамике блуждания частицы в апериодических структурах</i>	
МИТЯГИН С.А. и Х.В. НГУЕН (Санкт-Петербург) .....	251
<i>Оптимальное планирование наблюдений в случае коррелированных ошибок как средство повышения надежности навигации</i>	
МИХАЙЛОВА Е.В. и А.Ю. ТРУСОВА (Самара) .....	257
<i>Метод подгонки локальных моментов для дискретизации возможного размера ущерба по предпринимательским договорам</i>	
МОШКОВИЧ Л.И., БАБИНА О.И. (Красноярск) .....	261
<i>Имитационное моделирование предприятия по производству бетона</i>	

МОШКОВИЧ Л.И., Н.В. КОЧЕНОВСКАЯ (Красноярск) .....	266
<i>Модели и методы формирования портфелей проектов</i>	
НАЗАРОВ А.А. и И.А. СЕМЕНОВА (Томск) .....	278
<i>Исследование системы массового обслуживания с входящим MАР потоком и неограниченным числом обслуживающих приборов</i>	
НАРТОВ Я.В., РЫБНИКОВА М.И. и СЕМЕНОВА Д.В. (Красноярск) .....	270
<i>Числовые характеристики Э-нечетких событий</i>	
НАУМОВ А.А. (Новосибирск) .....	282
<i>Финансовые усилители интеграционных процессов</i>	
НАУМОВ А.А. (Новосибирск) .....	287
<i>Модели и методы управления интеграционными процессами</i>	
НАУМОВ А.А. (Новосибирск) .....	293
<i>К оптимизации диагностических процедур</i>	
НЕУСТРОЕВА Е.С. и М.Г. САДОВСКИЙ (Красноярск) .....	299
<i>О динамике восприятия корпоративного символа: белка песенки поёт</i>	
НОВАЧУК А.В. (Красноярск) .....	303
<i>Внутренний имидж вуза как элемент маркетинговой стратегии</i>	
НОВОСЕЛОВ А. А. (Красноярск) .....	305
<i>Измерение неприятия риска</i>	
ОВЧИННИКОВ А.Е. (Красноярск) .....	310
<i>Предэвентологическое ощущение вероятности</i>	
ПЕРОВ Ю.Н. (Красноярск) .....	312
<i>Planning the operation of web server processes</i>	
ПИНЧУК А.А. (Красноярск) .....	316
<i>Биномиальная статистическая модель процесса с единственным декрементом</i>	
ПОДДУВНЫЙ В.В. и О.В. РОМАНОВИЧ (Томск) .....	318
<i>Рынок с фиксированной линией спроса как оптимальная система</i>	
САРКИСОВ В.Г. (Самара) .....	324
<i>Модели риска инвестиционного портфеля, ориентированные на приоритеты инвестора</i>	

СЛЕПОВ Д.С. (Красноярск) .....	334
<i>Эвентологический подход к оценке корреляционных кредитных деривативов</i>	
СТАРКОВА А.С. и Л.И. МОШКОВИЧ (Красноярск) .....	328
<i>Алгоритм управления рисками жизненного цикла проекта</i>	
СТЕПАНОВА Н.В. (Томск) .....	337
<i>Оптимизация процесса продажи</i>	
ТЕМЛЯКОВА Е.А., ПУТИНЦЕВА Ю.А. и М.Г. САДОВСКИЙ (Красноярск) .....	339
<i>Правила Чаргаффа, симметрия геномов и эволюция</i>	
ТРУСОВА А.Ю. и М.В. ЧЕРЕПАНОВА (Самара) .....	343
<i>Кластерный анализ в социальных исследованиях</i>	
ФОРСТ О.С. (Красноярск) .....	347
<i>Эвентологический подход к решению задачи определения компании с оптимальной стратегией</i>	
ХАРИН А.А. (Москва) .....	352
<i>О возможных дополнениях к интервальной арифметике</i>	
ХАРИН А.А. (Москва) .....	356
<i>Нечёткие события. Разрывы для средних значений на числовых отрезках и шкале вероятностей</i>	
ХАРИН А.А. (Москва) .....	359
<i>Интервальный анализ. Теоремы о существовании разрывов для числовых отрезков и для шкалы вероятностей</i>	
ЧЕРЕМИСИН А.А. и А.В. КУШНАРЕНКО (Красноярск) .....	362
<i>Фотофоретическое взаимодействие аэрозольных частиц в атмосфере</i>	
ЧЕРЕМИСИН А.А. и И.С. ШНИПОВ (Красноярск) .....	365
<i>Исследование движений аэрозольных частиц и кластеров, полученных на основе алгоритмов Монте-Карло</i>	
ШИРЯЕВА Л.К. и И.А. КОРОТКОВ (Самара) .....	367
<i>Модификация рекурсивных соотношений Барнета - Чжана для закона распределения классической статистики Граббса и ее использование для случая малых выборок</i>	
ЮЖАКОВ Д.В. (Красноярск) .....	372
<i>Методы решения задачи кластеризации</i>	

ЯНКОВСКАЯ А.Е. и М.Е. СЕМЕНОВ ( <i>Томск</i> ) .....	378
<i>Принятие решений в обобщающе-тестирующих системах в условиях неопределенности</i>	
ЯНКОВСКАЯ Т.А. ( <i>Красноярск</i> ) .....	385
<i>Основные задачи структурного синтеза и их классификация</i>	
<i>С п и с о к а в т о р о в</i> .....	389
<i>List of authors</i> .....	390
<i>A b s t r a c t s</i> .....	391

## Желаемое

*Иди спокойно среди шума и суеты, и помни, покой — в тишине. Будь в хороших отношениях со всеми насколько возможно без уступок. Говори свою правду спокойно и ясно; и слушай других, даже тупых и несведущих — им тоже есть что сказать. Избегай крикливых и агрессивных, они — досада твоему духу.*

*Сравнивая себя с другими, можешь стать тщеславным или ожесточенным; ибо всегда найдутся люди выше или ниже тебя. Радуйся как своим достижениям, так и своим планам. Проявляй интерес к своему жизненному пути, даже скромному; он — твоё единственное подлинное достояние в изменчивых превратностях судьбы.*

*Будь осторожен в своих делах, ибо мир полон обмана. И не позволяй ему ослепить тебя, чтобы скрыть существование добродетели; многие люди стремятся к высоким идеалам, и всюду жизнь полна героизма. Будь самим собой. В особенности не симулируй привязанность. Не будь циничным к любви; поскольку перед лицом всех разочарований и бесплодности только она так же вечна, как трава. Принимай с благодарностью уроки лет, изящно расставаясь с приметами молодости.*

*Укрепляй силу духа — твой щит от ударов судьбы. И не беспокой себя мрачными мыслями. Много страхов рождаются от усталости и одиночества. Не забывая о полезной дисциплине, оставайся нежным к себе. Ты — дитя вселенной, не меньше, чем деревья и звезды; и ты имеешь право быть здесь. Осознаешь ли ты это или нет, но вне всякого сомнения Вселенная развивается так, как должно.*

*Поэтому, будь в мире с Богом, каким бы ты его себе не представлял. И чем бы ты не занимался, и к чему бы не стремился среди шумной неразберихи жизни, сохраняй покой в своей душе. Со всем его обманом, тяжкой работой и разбитыми мечтами; это — все же прекрасный мир. Радуйся жизни, стремись быть счастливым.*

Макс Эрманн, 1927.

(перевод: Олег Воробьёв, 2008)

## Desiderata

*Go placidly amid the noise and the haste, and remember what peace there may be in silence. As far as possible without surrender be on good terms with all persons. Speak your truth quietly and clearly; and listen to others, even to the dull and the ignorant, they too have their story. Avoid loud and aggressive persons, they are vexations to the spirit.*

*If you compare yourself with others, you may become vain or bitter; for always there will be greater and lesser persons than yourself. Enjoy your achievements as well as your plans. Keep interested in your own career, however humble; it is a real possession in the changing fortunes of time.*

*Exercise caution in your business affairs, for the world is full of trickery. But let not this blind you to what virtue there is; many persons strive for high ideals, and everywhere life is full of heroism. Be yourself. Especially do not feign affection. Neither be cynical about love; for in the face of all aridity and disenchantment it is as perennial as the grass. Take kindly the counsel of the years, gracefully surrendering the things of youth.*

*Nurture strength of spirit to shield you in sudden misfortune. But do not distress yourself with dark imaginings. Many fears are born of fatigue and loneliness. Beyond a wholesome discipline, be gentle with yourself. You are a child of the universe, no less than the trees and the stars; you have a right to be here. And whether or not it is clear to you, no doubt the universe is unfolding as it should.*

*Therefore, be at peace with God, whatever you conceive Him to be. And whatever your labors and aspirations in the noisy confusion of life, keep peace in your soul. With all its sham, drudgery and broken dreams; it is still a beautiful world. Be cheerful. Strive to be happy.*



# Рынок с фиксированной линией спроса как оптимальная система

Василий Васильевич Поддубный

Томский государственный университет  
Факультет информатики  
Томск  
vvpoddubny@gmail.com

Ольга Владимировна Романович

Томский государственный университет  
Факультет информатики  
Томск  
hjkm@ngs.ru

**Аннотация.** *Исследуется математическая модель инерционного рынка одного товара с фиксированной линией спроса. Показано, что для такого рынка существует определенный диапазон объемов поставки товара на рынок и соответствующий ему диапазон цен товара, обеспечивающие равенство спроса и предложения, то есть динамическое равновесие рынка. Показано, что в этих диапазонах существует оптимальная цена товара и оптимальный уровень поставки товара на рынок, обеспечивающие при полном удовлетворении покупательского спроса максимальную прибыль продавца. Найдены точные соотношения, описывающие оптимальное поведение рынка в дискретном времени.*

**Ключевые слова.** *Рынок, товар, цена, спрос, предложение, прибыль, дискретное время, инерционность, математическая модель, рестриктивность, оптимальность, динамика, равновесие.*

## 1 Введение

Рассмотрим рынок одного товара, функционирующий в дискретном времени  $t$ ,  $t \in N = \{0, 1, 2, \dots\}$ . Пусть состояние рынка в момент  $t$  дискретного времени (на  $t$ -ом временном интервале, шаге функционирования рынка) характеризуется ценой товара  $P(t)$  и объемом  $Q(t)$  поставляемого на рынок товара.

В классической теории рыночного равновесия Л. Вальраса – А. Маршалла (известная “паутинообразная модель”) [1] равновесное состояние рынка достигается при таких значениях  $P^*$ ,  $Q^*$  переменных  $P$  и  $Q$ , при которых линии спроса товара и его предложения пересекаются. Обычно полагают, что эти линии в окрестности точки равновесия – прямые:  $Q^d = Q_m - aP$  (линия спроса),  $Q = Q_n + bP$  (линия предложения), где  $Q_m > Q_n$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$  – параметры этих линий, так что точка равновесия достигается при  $Q^d = Q$  (спрос равен предложению):

$$Q_m - aP^* = Q_n + bP^*,$$

откуда и находится точка  $(P^*, Q^*)$  рыночного равновесия, то есть равновесное состояние рынка:

$$P^* = \frac{Q_m - Q_n}{a + b}, \quad Q^* = Q_n + bP^* = \frac{aQ_m + bQ_n}{a + b}.$$

В реальных условиях линию спроса можно с определенной степенью точности построить на основе эмпирических данных об объемах продаж товара при различных ценах, что позволяет считать линию спроса известной. Но линия предложения обычно остается неизвестной.

Возникает вопрос, каким образом можно найти точку рыночного равновесия и исследовать поведение рынка в окрестности точки равновесия без использования линии предложения?

В ряде предыдущих работ [3, 2, 4] мы рассматривали рынок как оптимально самоуправляемую динамическую систему, автоматически устанавливающую оптимальное (в смысле максимума прибыли продавца) значение цены товара при заданной линии спроса и при различных практически реализуемых стратегиях поставки товара на рынок в условиях запаздывания (лага) поставок. В настоящей работе мы исследуем предельные (потенциальные) возможности получения максимальной прибыли на рынке одного товара безотносительно к практическим возможностям реализации оптимальной стратегии поставки товара на рынок, то есть в предположении, что к началу любого временного интервала  $t$  поставка необходимого количества товара на рынок может быть обеспечена.

Для определения точки рыночного равновесия и исследования динамики цены товара в процессе перехода рынка из некоторого возмущенного (неравновесного) состояния к равновесному необходимо ввести в рассмотрение, кроме линии спроса, критерий оптимальности поведения продавца на рынке. Этот критерий, очевидно, должен основываться на том, что продавец стремится, с одной стороны, удовлетворить потребность покупателя в данном товаре (конечно, не из альтруистических соображений, а исключительно из соображений собственной выгоды: если покупательский спрос не удовлетворен, продавец просто недополучает прибыль), а с другой стороны, обеспечить себе максимальную прибыль. Согласно этому критерию, “невидимая рука рынка” (по образному выражению Адама Смита из его книги “Богатство народов”, изданной в 1776 году) обеспечивает оптимальный размер поставки товара на рынок и оптимальную цену товара.

Построим математическую модель рынка, следующего этому критерию.

## 2 Математическая постановка задачи

Пусть в момент  $t$  дискретного времени спрос на товар имеет вид:

$$Q^d(t) = Q_m - aP(t). \quad (1)$$

Пусть в этот момент времени (точнее, в начале  $t$ -го интервала дискретного времени функционирования рынка) на рынок поставляется  $Q(t)$  единиц товара. Если предложение  $Q(t)$  превышает спрос  $Q^d(t)$  на этот товар по цене  $P(t)$ , то, очевидно, продавец сможет продать только  $Q^d(t)$  единиц товара. Если же предложение  $Q(t)$  меньше спроса  $Q^d(t)$ , то продан будет весь товар, поступивший на рынок. Следовательно, объем продаж  $Q^s(t)$  на  $t$ -ом интервале дискретного времени может быть выражен рестриктивным (подчиняющимся ограничениям типа неравенств) соотношением:

$$Q^s(t) = \begin{cases} Q^d(t), & \text{если } Q^d(t) < Q(t), \\ Q(t), & \text{если } Q^d(t) \geq Q(t). \end{cases} \quad (2)$$

При этом останется непроданным товар в объеме

$$Q^o(t+1) = Q(t) - Q^s(t). \quad (3)$$

Представим объем  $Q(t)$  товара, поставляемого на рынок в момент времени  $t$ , в виде суммы остатка товара в объеме  $Q^o(t)$  от продаж на предыдущем интервале дискретного времени и перешедшего на рынок в момент  $t$  и товара в объеме  $Q^z(t)$ , заказанного продавцом дополнительно для поставки на рынок к этому моменту времени:

$$Q(t) = Q^o(t) + Q^z(t), \quad (4)$$

что приводит к рекуррентному соотношению для остатков непроданного товара:

$$Q^o(t+1) = Q^o(t) + Q^z(t) - Q^s(t). \quad (5)$$

Пусть цена единицы товара при его заказе (покупке на оптовом рынке или у производителя) составляет величину  $P_1$ , а цена хранения единицы товара, не проданного на предыдущем интервале дискретного времени, составляет величину  $P_2$ . Тогда прибыль продавца, получаемая к концу  $t$ -го интервала дискретного времени, составляет величину

$$J(t) = Q^s(t)P(t) - Q^z(t)P_1 - Q^o(t)P_2 - \frac{R}{2}(P(t) - P(t-1))^2, \quad (6)$$

где первое слагаемое  $Q^s(t)P(t)$  является выручкой от продаж  $Q^s(t)$  единиц товара по цене  $P(t)$ ; второе слагаемое — затраты продавца на закупку дополнительного количества  $Q^z(t)$  товара по цене  $P_1$ ; третье слагаемое  $Q^o(t)P_2$  — затраты продавца на хранение остатков не проданного товара в объеме  $Q^o(t)$  по цене  $P_2$ .

Четвертое слагаемое является штрафной функцией, “штрафом”, налагаемым на продавца за изменение цены товара в момент времени  $t$  по отношению к цене товара  $P(t-1)$  на предыдущем,  $(t-1)$ -ом интервале дискретного времени. Эта штрафная функция обеспечивает определенную инерционность рынка по отношению к изменениям цены товара (за резкое повышение цены могут последовать санкции законодательного характера, за резкое снижение цены — “санкции” конкурентов, выражающиеся в нанесении ущерба продавцу в размере, эквивалентном этой штрафной функции).

Параметр  $R > 0$  (вес штрафной функции) может быть величиной постоянной, но может зависеть от знака разности  $P(t) - P(t-1)$  таким образом, например, что  $R = R_+$  при  $P(t) > P(t-1)$  и  $R = R_-$  при  $P(t) < P(t-1)$ , причем  $R_+ \neq R_-$ , что моделирует явление “ценового гистерезиса” рынка (при  $R_+ < R_-$  рынок менее охотно снижает цену, чем повышает ее). Для простоты будем считать далее, что  $R_+ = R_- = R$  (отсутствие ценового гистерезиса).

Возникает вопрос, какое значение должна принять цена товара  $P(t)$  в момент времени  $t$ , если на предыдущем интервале она равна  $P(t-1)$ , и какую величину  $Q^z(t)$  дополнительной поставки товара на рынок должен произвести продавец, чтобы прибыль продавца при заданной линии спроса (1) на  $t$ -ом интервале дискретного времени была максимальной:

$$J(t) \implies \sup_{P(t), Q^z(t)}. \quad (7)$$

При этом, естественно, должны выполняться ограничения на величину возможной цены товара  $P(t)$ :

$$P_1 < P_{min} \leq P(t) \leq P_{max} = Q_m/a \quad (8)$$

и на величину дополнительного заказа товара  $Q^z(t)$ :

$$Q^z(t) \geq 0. \quad (9)$$

## 3 Условно-оптимальная цена товара

Пусть объем поставки товара на рынок в момент времени  $t$  есть  $Q(t)$ . Найдем оптимальную (обеспечивающую максимум прибыли продавца (6)) цену  $P(t)$  товара при фиксированном значении  $Q(t)$ :

$$J(t) \implies \max_{P(t)|Q(t)}. \quad (10)$$

При решении этой задачи, учитывая ее рестриктивный в силу соотношения (2) характер, очевидно, следует выделить области, соответствующие дефициту товара на рынке (область 1, в которой  $Q(t) < Q^d(t)$ ), затовариванию рынка (область 2, в которой  $Q(t) > Q^d(t)$ ) и балансу спроса и предложения (область 3, область динамического равновесия, в которой  $Q(t) = Q^d(t)$ ). Рассмотрим эти области подробнее.

1) В области товарного дефицита  $Q(t) < Q^d(t)$ , и в соответствии с соотношением (2) имеем  $Q^s(t) = Q(t)$ , так что

$$J(t) = Q(t)P(t) - Q(t)P_1 + Q^o(t)(P_1 - P_2) - \frac{R}{2}(P(t) - P(t-1))^2 \Rightarrow \sup_{P(t)|Q(t)} . \quad (11)$$

Это квадратичная функция переменной  $P(t)$ , выпуклая вверх. Следовательно, точка максимума достигается при

$$\frac{\partial J(t)}{\partial P(t)} = Q(t) - R(P(t) - P(t-1)) = 0,$$

откуда

$$P(t) = P(t-1) + \frac{Q(t)}{R} = P^{(1)}(t). \quad (12)$$

Как видим,  $P^{(1)}(t)$  растет с ростом  $Q(t)$  по линейному закону. Выражение (12) справедливо не при любом  $Q(t)$ , а лишь при  $Q(t)$ , удовлетворяющем условию  $Q(t) < Q^d(t)$  принадлежности к области 1. Это условие с учетом (1) и (12) имеет вид:

$$Q(t) < Q_m - aP^{(1)}(t) = Q_m - aP(t-1) - \frac{a}{R}Q(t),$$

откуда

$$Q(t) < \frac{R(Q_m - aP(t-1))}{a+R} = Q^{(1)}(t). \quad (13)$$

Таким образом, в области 1  $P(t)$  линейно растет с ростом  $Q(t)$  от значения

$$P^{(1)}(t) |_{Q(t)=0} = P(t-1)$$

до значения

$$\begin{aligned} P^{(1)}(t) |_{Q(t)=Q^{(1)}(t)} &= \\ &= \frac{Q_m + RP(t-1)}{a+R} = P_{max}^{(1)}(t), \end{aligned}$$

причем условие принадлежности  $Q(t)$  к области 1 выражается неравенством (13).

2) В области затоваривания рынка  $Q(t) > Q^d(t)$ , и в соответствии с выражением (2) имеем  $Q^s(t) = Q^d(t)$ , так что, с учетом (1):

$$\begin{aligned} J(t) &= (Q_m - aP(t))P(t) - Q(t)P_1 + \\ &+ Q^o(t)(P_1 - P_2) - \\ &- \frac{R}{2}(P(t) - P(t-1))^2 \Rightarrow \sup_{P(t)|Q(t)} . \quad (14) \end{aligned}$$

Это квадратичная выпуклая вверх функция переменной  $P(t)$ . Следовательно, точка максимума достигается при

$$\frac{\partial J(t)}{\partial P(t)} = Q_m - 2aP(t) - R(P(t) - P(t-1)) = 0,$$

откуда

$$P(t) = \frac{Q_m + RP(t-1)}{2a+R} = P^{(2)}(t). \quad (15)$$

Как видим,  $P^{(2)}(t)$  не зависит от  $Q(t)$  (остается постоянной при любом  $Q(t)$  в этой области). Выражение (15) справедливо лишь при условии, что  $Q(t) > Q^d(t)$ , то есть при условии:

$$Q(t) > Q_m - aP^{(2)}(t) = \frac{(a+R)Q_m - aRP(t-1)}{2a+R},$$

откуда

$$Q(t) > \frac{R(Q_m - aP(t-1)) + aQ_m}{2a+R} = Q^{(2)}(t). \quad (16)$$

Последнее неравенство определяет условие принадлежности  $Q(t)$  области 2. Нетрудно показать, что  $Q^{(2)}(t) > Q^{(1)}(t)$ . Действительно, используя выражения (13) и (16), получим:

$$Q^{(2)}(t) - Q^{(1)}(t) = \frac{a^2(Q_m + RP(t-1))}{(a+R)(2a+R)} > 0,$$

что и требовалось доказать.

3) В области баланса спроса и предложения (то есть в области динамического равновесия рынка)  $Q(t) = Q^d(t)$ , и в соответствии с выражением (2) имеем, как и в области 2, объем продаж, равный спросу, то есть  $Q^s(t) = Q^d(t)$ , и прибыль  $J(t)$  в виде (14). При этом, однако,  $Q(t) = Q_m - aP(t)$ , откуда

$$P(t) = \frac{Q_m - Q(t)}{a} = P^{(3)}(t). \quad (17)$$

Границами области 3 по  $Q(t)$  являются точки  $Q^{(1)}(t)$  и  $Q^{(2)}(t)$ :

$$Q^{(1)}(t) \leq Q(t) \leq Q^{(2)}(t). \quad (18)$$

Как видим из (17), в этой области  $P^{(3)}(t)$  линейно убывает с ростом  $Q(t)$  от значения

$$P^{(3)}(t) |_{Q(t)=Q^{(1)}(t)} = \frac{Q_m + RP(t-1)}{a+R} = P_{max}^{(1)}(t)$$

до значения

$$\begin{aligned} P^{(3)}(t) |_{Q(t)=Q^{(2)}(t)} &= \\ &= \frac{Q_m + RP(t-1)}{2a+R} = P^{(2)}(t). \end{aligned}$$

На рис.1 в качестве примера изображена зависимость условно-оптимальной (при фиксированном  $Q(t)$ ) цены  $P(t)$  товара при следующих параметрах:  $Q_m = 4$ ,  $a = 0.4$ ,  $P_1 = 3$ ,  $R = 50$ ,  $P(t-1) = 7$ . При этом  $Q^{(1)}(t) = 1.191$ ,  $Q^{(2)}(t) = 1.213$ ,  $P_{max}^{(1)}(t) = 7.024$ ,  $P^{(2)}(t) = 6.969$ . Полужирным шрифтом выделены номера зон.

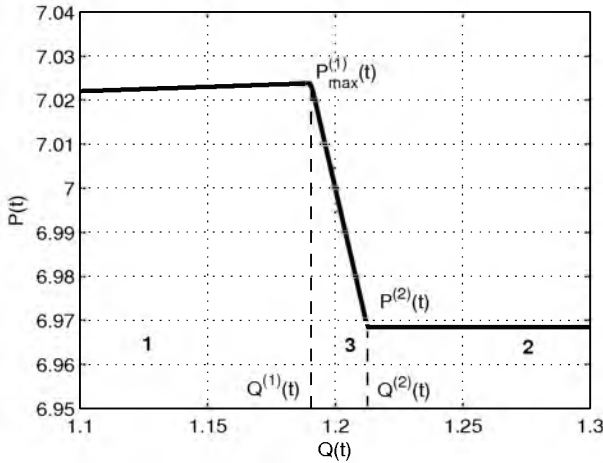


Рис. 1: Условно-оптимальная цена товара

#### 4 Условно-максимальная прибыль. Оптимальная цена товара и максимальная прибыль

Найдем теперь оптимальную цену товара и оптимальный уровень поставки товара на рынок, обеспечивающие максимальную прибыль продавца, если  $P(t-1)$ ,  $P_{max}^{(1)}(t)$  и  $P^{(2)}$  удовлетворяют ограничениям (9). Решение этой задачи проведем по зонам (по зоне 1 — дефицита товара, зоне 2 — затоваривания рынка, зоне 3 — баланса спроса и предложения, то есть динамического рыночного равновесия).

1) В зоне 1  $0 \leq Q(t) \leq Q^{(1)}(t)$ . После подстановки  $P(t) = P^{(1)}(t)$  в выражение (11) для  $J(t)$  имеем:

$$J(t) = \frac{Q(t)^2}{2R} + (P(t-1) - P_1)Q(t) + Q^o(t)(P_1 - P_2) = J^{(1)}(t). \tag{19}$$

Как видим,  $J^{(1)}(t)$  монотонно растет с ростом  $Q(t)$  по линейно-квадратичному закону, достигая максимального значения на границе области при  $Q(t) = Q^{(1)}(t)$ :

$$J_{max}^{(1)}(t) = J^{(1)}(t) |_{Q(t)=Q^{(1)}(t)}. \tag{20}$$

Если остаток товара  $Q^o(t)$  от продаж предыдущего интервала дискретного времени не превышает величину  $Q^{(1)}(t)$ , то дополнительный заказ и поставка товара на рынок в объеме  $Q^z(t) = Q^{(1)}(t) - Q^o(t)$  (в частности,  $Q^z(t) = 0$  при  $Q^o(t) = Q^{(1)}(t)$ ) обеспечивает максимум прибыли. Иначе, при  $Q^o(t) > Q^{(1)}(t)$ , следует искать решение задачи оптимизации прибыли в областях 2 или 3.

2) В зоне 2  $Q(t) > Q^{(2)}(t)$ . После подстановки в  $J(t)$  для этой зоны  $P(t) = P^{(2)}(t)$ , не зависящего от  $Q(t)$ , имеем:

$$J(t) = (Q_m - aP^{(2)}(t))P^{(2)}(t) -$$

$$-Q(t)P_1 + Q^o(t)(P_1 - P_2) - \frac{R}{2}(P^{(2)}(t) - P(t-1))^2 = J^{(2)}(t). \tag{21}$$

Как видим,  $J^{(2)}(t)$  монотонно убывает с ростом  $Q(t)$  по линейному закону, так что достигает в этой зоне наибольшего значения при  $Q(t) = Q^{(2)}(t)$ :

$$J_{max}^{(2)}(t) = J^{(2)}(t) |_{Q(t)=Q^{(2)}(t)}. \tag{22}$$

Если  $Q^o(t) \leq Q^{(2)}(t)$ , то дополнительный заказ и поставка товара на рынок в объеме  $Q^z(t) = Q^{(2)}(t) - Q^o(t)$  обеспечивает получение этого максимума прибыли. Если же  $Q^o(t) > Q^{(2)}(t)$ , то  $Q^z(t) = 0$ , и достигается лишь значение прибыли  $J^{(2)}(t) |_{Q(t)=Q^o(t)} < J_{max}^{(2)}(t)$ .

3) В зоне 3  $Q^{(1)}(t) \leq Q(t) \leq Q^{(2)}(t)$ . После подстановки  $P(t) = P^{(3)}(t)$  в  $J(t)$  для этой зоны, имеем:

$$J(t) = Q(t) \frac{Q_m - Q(t)}{a} - Q(t)P_1 + Q^o(t)(P_1 - P_2) - \frac{R}{2} \left( \frac{Q_m - Q(t)}{a} - P(t-1) \right)^2 = J^{(3)}(t). \tag{23}$$

Это выпуклая вверх линейно-квадратичная функция переменной  $Q(t)$ . В точке максимума  $J^{(3)}(t)$  по  $Q(t)$

$$\frac{\partial J^{(3)}(t)}{\partial Q(t)} = \frac{1}{a^2} [R(Q_m - aP(t-1)) + a(Q_m - aP_1) - (2a + R)Q(t)] = 0, \tag{24}$$

откуда

$$Q(t) = \frac{R(Q_m - aP(t-1)) + a(Q_m - aP_1)}{2a + R} = Q^{(3)}(t). \tag{25}$$

В этой точке  $J^{(3)}(t)$  достигает максимального значения. Нетрудно видеть, что  $Q^{(1)}(t) < Q^{(3)}(t) < Q^{(2)}(t)$ , то есть точка максимума  $Q^{(3)}(t)$  лежит в области 3. Действительно, с учетом того, что  $Q_m > P(t-1) > P_1$ , имеем:

$$Q^{(3)}(t) - Q^{(1)}(t) = -\frac{aR(Q_m - aP(t-1))}{(2a + R)(a + R)} + \frac{a(Q_m - aP_1)}{2a + R} > \frac{a^2(Q_m - aP(t-1))}{(2a + R)(a + R)} > 0.$$

С другой стороны,

$$Q^{(3)}(t) - Q^{(2)}(t) = -\frac{aP_1}{2a + R} < 0.$$

Максимальное значение прибыли в зоне 3 равно (при  $Q^o(t) < Q^{(3)}(t)$ ):

$$J_{max}^{(3)}(t) = J^{(3)}(t) |_{Q(t)=Q^{(3)}(t)}. \tag{26}$$

Это значение является и глобально максимальным, потенциально возможным при  $Q^o(t) \leq Q^{(3)}(t)$ . Если же  $Q^{(3)}(t) < Q^o(t) \leq Q^{(2)}(t)$ , то глобально максимальное значение прибыли не может быть достигнуто, и достигается только условно-максимальное значение (при фиксированном  $Q^o(t)$ ) внутри зоны 3, лежащее между  $J_{max}^{(3)}(t)$  и  $J^{(2)}(t)$ .

На рис.2 для примера, рассмотренного выше (в предыдущем разделе), приведен ход условно-оптимальной прибыли (при фиксированном  $Q(t)$  и при  $Q^o(t) = 0$ ) с указанием точки глобального максимума ( $Q^{(3)}(t) = 1.203$ ,  $J_{max}^{(3)}(t) = 4.802$ ). Очевидно,

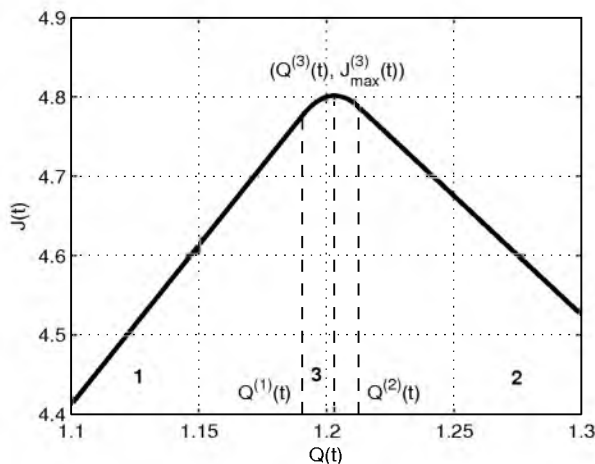


Рис. 2: Условно-максимальная прибыль

глобальный максимум прибыли может быть получен только в том случае, если объем остатка товара, не проданного на предыдущем интервале времени, не превышает величину оптимального объема поставки товара на рынок:  $Q^o(t) \leq Q^{(3)}(t)$ . В противном случае прибыль продавца будет меньше максимально возможной. Причем, если при этом объем остатков товара будет оставаться в зоне 3, то есть будет лежать в интервале  $Q^{(3)}(t) < Q^o(t) \leq Q^{(2)}(t)$ , то рынок будет оставаться в состоянии динамического равновесия (спрос на товар будет оставаться равным предложению, в качестве которого будет выступать остаток товара). И только при  $Q^o(t) > Q^{(2)}(t)$  предложение товара перейдет в зону 2, и начнется затоваривание рынка.

На рис.3 представлена топокарта поверхности  $J(t)$  как функция координат  $Q(t)$ ,  $P(t)$ . Линии горизонтальных сечений более высокого уровня — более светлые, низкого — более темные. На этом же рисунке светлыми кружочками показаны границы зон, черным кружочком показана точка абсолютного максимума прибыли. Полуширковой линией представлена кривая условно-оптимальной цены  $P(t)$  как функция предложения товара  $Q(t)$  (та же, что на рис.1). Как видим, эта кривая в зонах 1 и 2 проходит по линии

градиента  $J(t)$ , то есть перпендикулярно линиям равного уровня поверхности прибыли, а в зоне 3 — по гребню поверхности прибыли, где спрос равен предложению. Двигаясь вдоль кривой условно-оптимальной цены, можно проследить, как меняется условно-максимальная прибыль продавца.

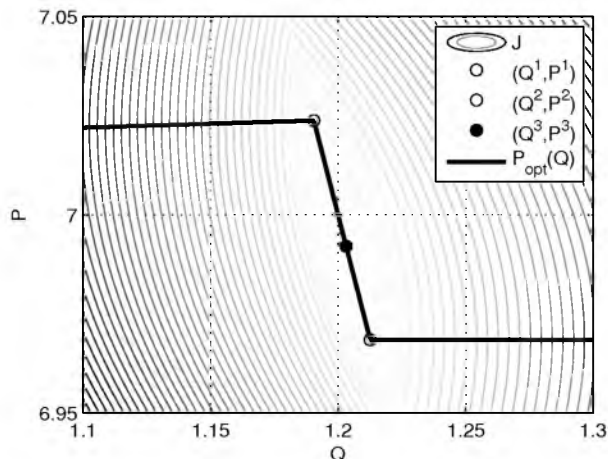


Рис. 3: Топокарта поверхности прибыли

### 5 Равновесная цена и равновесная прибыль

Полученный результат можно сформулировать в виде следующей теоремы.

**Теорема.** В условиях справедливости соотношений (1)–(6) максимальная прибыль продавца на рынке одного товара на каждом интервале дискретного времени  $t$  достигается при равенстве и только при равенстве спроса и предложения  $Q^d(t) = Q_m - aP(t) = Q(t)$  в точке

$$\hat{P}(t) = \frac{Q_m - \hat{Q}(t)}{a},$$

$$\hat{Q}(t) = \frac{R(Q_m - aP(t-1)) + a(Q_m - aP_1)}{2a + R},$$

где  $P_1$  — закупочная цена товара,  $P(t-1)$  — цена товара в предыдущем периоде,  $\hat{Q}(t)$  — оптимальный объем поставки товара на рынок в момент времени  $t$ ,  $\hat{P}(t)$  — оптимальная цена товара в этот момент времени.

Следствием этой теоремы является рекуррентное соотношение, определяющее динамику оптимальной цены товара в случае, когда предыдущее значение цены — тоже оптимальное ( $P(t-1) = \hat{P}(t-1)$ ):

$$\hat{P}(t+1) = \frac{R}{2a + R} \hat{P}(t) + \frac{Q_m + aP_1}{2a + R}, \hat{P}(0) = P_0. \quad (27)$$

Это уравнение справедливо при условии, что объемы остатков непроданного товара не превышают величины оптимальной поставки товара на рынок.

Поскольку  $R/(2a + R) < 1$ , последовательность оптимальных цен  $\{\hat{P}(t)\}$  при  $t \rightarrow \infty$  стремится к конечному пределу

$$P^* = \frac{Q_m + aP_1}{2a}, \quad (28)$$

являющемуся равновесным значением цены. Эта величина сразу находится из (27), так как при  $t \rightarrow \infty$  и  $\hat{P}(t + 1) \rightarrow P^*$ , и  $\hat{P}(t) \rightarrow P^*$ , так что в состоянии равновесия уравнение (27) принимает вид:  $P^* = (R/(2a + R))P^* + (Q_m + aP_1)/(2a + R)$ , откуда и следует значение  $P^*$ , представленное в (28). Соответствующее ему равновесное значение уровня поставки товара на рынок точно совпадает с величиной покупательского спроса на товар по оптимальной цене  $P^*$ :

$$Q^* = Q_m - aP^* = \frac{Q_m - aP_1}{2}, \quad (29)$$

и, что интересно, равно половине покупательского спроса на товар по цене закупки  $P_1$ .

Решение разностного уравнения (28) представляет собой затухающую экспоненту:

$$\begin{aligned} \hat{P}(t) &= (P_0 - P^*)\alpha^t + P^* = \\ &= (P_0 - P^*)\exp(-\beta t) + P^*, \end{aligned} \quad (30)$$

где  $\alpha = R/(2a + R) < 1$ ,  $\beta = |\ln(R/(2a + R))|$ . При  $P_0 \neq P^*$  оптимальная цена постепенно приближается к равновесной. При  $P_0 = P^*$  сразу имеем равновесную цену:  $\hat{P}(t) \equiv P^*$ .

По мере приближения цены товара к равновесному значению  $P^*$ , прибыль продавца приближается к равновесной. Если при равновесии рынка  $Q^o < Q^*$ , то равновесная прибыль равна

$$J^* = Q^*P^* - Q^z(t)P_1 - Q^oP_2, \quad (31)$$

## 6 Краткая сводка результатов

Итак, в рассмотренной модели инерционного рынка одного товара с фиксированной линией спроса предполагается, что объем продаж товара на каждом шаге (интервале) дискретного времени определяется минимальной из двух величин: объема поставляемого на рынок товара (предложения товара) и объема спроса. При этом выделяются 3 зоны объемов поставок: зона дефицита товара (зона 1), зона затоваривания рынка (зона 2) и зона динамического равновесия рынка (зона 3). В первой зоне спрос превышает предложение, так что продавец недополучает прибыль. Во второй зоне предложение превышает спрос, так что продавец несет убыток из-за приобретения лишнего количества товара, не нашедшего спроса. В третьей зоне спрос равен предложению, поставляется на рынок и продается ровно столько товара, сколько нужно для удовлетворения покупательского спроса.

Найдены границы, разделяющие эти зоны. Предполагается, что прибыль продавца равна разности между выручкой от продажи товара и затратами. Это затраты на приобретение товара и хранение остатков непроданного товара, а также "штрафы" за резкое изменение цены товара. Штрафная функция определяет инерционность рынка. Поскольку объемы продаж зависят (через линию спроса) от цены товара и соотношения спроса и предложения, для каждой зоны находятся свои условно-оптимальные (при фиксированном предложении) цены товара, зависящие от уровня предложения в каждой зоне, обеспечивающие максимум прибыли продавца при каждом фиксированном объеме предложения товара. Оказалось, что зона динамического равновесия рынка (зона 3), в которой предложение равно спросу, представляет собой некоторый диапазон возможных предложений и соответствующий ему диапазон условно-оптимальных цен товара, среди которых имеется точка оптимальной цены, соответствующая оптимальному объему поставки товара на рынок, обеспечивающая абсолютный максимум прибыли продавца. Цена товара в этой точке не максимальная, а оптимальная, обеспечивающая максимальную прибыль продавца. Показано, что эта точка может быть достигнута только в том случае, если объем остатка непроданного товара не превышает оптимального объема поставки товара на рынок. Полученные соотношения позволяют построить рекуррентное уравнение, определяющее движение цены товара от некоторого неравновесного оптимального значения к равновесному.

## Список литературы

- [1] В. И. Морозов В. М. Гальперин, С. М. Игнатьев. *Микроэкономика: В 2-х т., Т.1.* Экономическая школа, СПб, 2002.
- [2] О. В. Романович В. В. Поддубный. Рынок как инерционная самоуправляемая система с запаздыванием и скользящим полиномиальным предсказанием спроса. *Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2009). Материалы VIII Всероссийской науч.-практ. конференции с международным участием*, 1:302–308, 2009.
- [3] О. В. Романович В. В. Поддубный. Рынок как самоуправляемая инерционная динамическая система с запаздыванием при сбалансированной стратегии поставок товара. *Вестник ТГУ, УВТИ*, 4(9):5–16, 2009.
- [4] О. В. Романович В. В. Поддубный. Рынок как инерционная самоуправляемая система с запаздыванием и предсказанием спроса по неподвижной точке. *Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2010). Материалы IX Всероссийской науч.-практ. конференции с международным участием*, 1:130–135, 2010.

## С П И С О К   а в т о р о в

Абишев Марат Уразович .....	21	Нартов Яков Викторович .....	270
Агафонова Людмила Михайловна .....	29, 31	Наумов Анатолий Александрович ....	282, 287, 293
Андрейчикова Татьяна Викторовна .....	33	Нгуен Хай Винь .....	251
Бабина Ольга Ивановна .....	261	Неустроева Екатерина Сергеевна .....	299
Баранова Ирина Владимировна .....	41	Никульская Надежда Александровна .....	73
Бекмуратова Светлана Расуловна .....	47	Новачук Анжелика Владимировна .....	303
Болховец Владислав Олегович .....	68	Новосёлов Аркадий Арсеньевич .....	305
Бушмелёв Евгений Юрьевич .....	53	Овчинников Александр Евгеньевич .....	310
Быкова Валентина Владимировна .....	59, 68, 73	Павлюк Иван Иванович .....	21
Воробьёв Олег Юрьевич .....	??	Перов Юрий Николаевич .....	312
Веретнова Ксения Юрьевна .....	77	Пинчук Александра Анатольевна .....	316
Витова Татьяна Брониславовна .....	81	Поддубный Василий Васильевич .....	318
Глухова Ирина Юрьевна .....	16	Покидышева Людмила Ивановна .....	77
Голденко Елена Евгеньевна .....	108	Попова Ольга Аркадьевна .....	130
Горный Борис Эмануилович .....	188	Путинцева Юлия Андреевна .....	152, 339
Григорьев Юрий Дмитриевич .....	112	Романович Ольга Владимировна .....	318
Гришин Игорь Юрьевич .....	119	Рыбникова Марина Игоревна .....	270
Гуц Александр Константинович .....	124	Садовский Михаил Георгиевич 47, 53, 152, 174, 244, 299, 339	
Добронев Борис Станиславович .....	130	Саркисов Виген Геннадьевич .....	324
Дубовская Татьяна Владимировна .....	143	Свиридов Алексей Михайлович .....	188
Доррер Георгий Алексеевич .....	134, 137	Семенов Михаил Евгеньевич .....	378
Егунова Ольга Сергеевна .....	147	Семёнова Дарья Владиславовна ....	270, ??, ??, ??
Имомов Азам Абдурахимович .....	166	Семенова Инна Анатольевна .....	278
Зайцева Наталья Андреевна .....	152	Симакова Мария Алексеевна .....	236
Залюбовская Юлия Александровна .....	21	Симонов Константин Васильевич .....	171
Захорольная Ирина Алексеевна .....	157	Слепов Дмитрий Сергеевич .....	334
Кадена Луис .....	171	Старкова Анна Сергеевна .....	328
Капсаргин Федор Петрович .....	171	Степанова Наталья Викторовна .....	337
Кирик Екатерина Сергеевна .....	81	Темлякова Евгения Андреевна .....	339
Кириллова Светлана Викторовна .....	171	Трусова Алла Юрьевна .....	257, 343
Коваль Анна Андреевна .....	174	Форст Оксана Сергеевна .....	347
Козлова Любовь Владимировна .....	178	Харин Александр Александрович ....	352, 356, 359
Комарова Ольга Александровна .....	182	Хисамутдинова Лариса Викторовна .....	29, 31
Коморовский Витольд Станиславович ....	134, 137	Хуррамов Алишер Хасанович .....	224
Коротков Игорь Андреевич .....	367	Цициашвили Гурами Шалвович .....	17
Коченовская Наталья Викторовна .....	266	Черемисин Александр Алексеевич .....	362, 365
Кошкин Геннадий Михайлович .....	16	Черепанова Мария Владимировна .....	343
Круглов Дмитрий Владимирович .....	81	Ширяева Людмила Константиновна .....	367
Крупкина Татьяна Валерьевна .....	188	Шнипов Иван Сергеевич .....	365
Кустицкая Татьяна Алексеевна .....	192	Южаков Дмитрий Валерьевич .....	372
Кушнаренко Андрей Викторович .....	362	Янковская Анна Ефимовна .....	378
Ларина Рена Ринатовна .....	119	Янковская Татьяна Александровна .....	385
Лебедев Юрий Александрович .....	197		
Лукьянова Наталья Александровна .....	201, 212		
Любина Татьяна Викторовна .....	219		
Мадрахимов Шавкат Файзуллаевич .....	224		
Мажаров Владимир Федорович .....	188		
Масловский Владимир Петрович ....	226, 230, 236		
Масловский Иван Владимирович .....	226		
Масюк Максим Анатольевич .....	241		
Матюхин Павел Юрьевич .....	244		
Митягин Сергей Александрович .....	251		
Михайлова Елена Владимировна .....	257		
Моисеева Светлана Петровна .....	157		
Мошкович Леонид Иосифович ...	147, 261, 266, 328		
Назаров Анатолий Андреевич .....	219, 278		

*List of authors*

Abishev Marat .....	21	Nazarov Anatoly .....	219, 278
Agafonova Lyudmila .....	29, 31	Nguyen Hai Vinh .....	251
Andreichikova Tatyana .....	33	Neustroeva Ekaterina .....	299
Babina Olga .....	261	Nikul'skaya Nadezhda .....	73
Baranova Irina .....	41	Novachuk Anjelica .....	303
Bekmuratova Svetlana .....	47	Novosyolov Arcady .....	305
Bolchovec Vladislav .....	68	Ovchinnikov Alexander .....	310
Bushmylev Eugene .....	53	Pavlyuk Ivan .....	21
Bykova Valentina .....	59, 68, 73	Perov Yuriy .....	312
Cadena Luis .....	171	Pinchuk Alexandra .....	316
Cheremisin Alexander .....	362, 365	Poddubny Vasily .....	318
Cherepanjva Maria .....	343	Pokidysheva Liudmila .....	77
Dobronets Boris .....	130	Popova Olga .....	130
Dorrer Georgy .....	134, 137	Putinzeva Yulia .....	152, 339
Dubovskaya Tatyana .....	143	Romanovich Olga .....	318
Forst Oksana .....	347	Rybnikova Marina .....	270
Glukhova Irina .....	16	Sadovsky Michael .....	47, 53, 152, 174, 244, 299, 339
Goldenok Ellen .....	108	Sarkisov Vigen .....	324
Gorny Boris .....	188	Semenov Mikhail .....	378
Grigor'ev Yuri .....	112	Semenova Daria .....	270, ??, ??, ??
Grishin Igor .....	119	Semenova Inna .....	278
Guts Alexander .....	124	Shiryaeva Ludmila .....	367
Harin Alexander .....	352, 356, 359	Shnipov Ivan .....	365
Hisamutdinova Larisa .....	29, 31	Simakova Maria .....	236
Imomov Azam .....	166	Simonov Konstantin .....	171
Kapsargin Feodor .....	171	Slepov Dmitri .....	334
Khurramov Alisher .....	224	Starkova Anna .....	328
Kirik Ekaterina .....	81	Stepanova Natalia .....	337
Kirillova Svetlana .....	171	Sviridov Alexey .....	188
Kochenovskaya Nataly .....	266	Temlyakova Eugenija .....	339
Komarova Olga .....	182	Trusova Alla .....	257, 343
Komorovski Vitold .....	134, 137	Tsitsiashvili Gurami .....	17
Korotkov Igor .....	367	Veretnova Kseniya .....	77
Koshkin Gennady .....	16	Vitova Tat'yana .....	81
Koval Anna .....	174	Vorobyev Oleg .....	??
Kozlova Lubov .....	178	Yankovskaja Anna .....	378
Krouglov Dmitry .....	81	Yankovskaja Tatyana .....	385
Krupkina Tatyana .....	188	Yegunova Olga .....	147
Kustitskaya Tatyana .....	192	Yuzhakov Dmitry .....	372
Kushnarenko Andrei .....	362	Zaitseva Natalia .....	152
Larina Rena .....	119	Zakhorolnaja Irina .....	157
Lebedev Yuri .....	197	Zalyubovskaya Juliya .....	21
Lukyanova Natalia .....	201, 212		
Lyubina Tatyana .....	219		
Madrakhimov Shavkat .....	224		
Majarov Vladimir .....	188		
Maslovsky Ivan .....	226		
Maslovsky Vladimir .....	226, 230, 236		
Masyuk Maxim .....	241		
Matjuhin Pavel .....	244		
Mihailova Elena .....	257		
Mityagin Sergey .....	251		
Moiseeva Svetlana .....	157		
Moshkovich Leonid .....	147, 261, 266, 328		
Nartov Jakov .....	270		
Naumov Anatoly .....	282, 287, 293		



# **П р и г л а ш е н и е**

*Российская академия наук  
Министерство образования и науки РФ  
Красноярский государственный торгово-экономический институт  
Институт математики  
Сибирский федеральный университет  
Институт вычислительного моделирования СО РАН  
Сибирский институт бизнеса, управления и психологии*

## **XI**

### **международная конференция ФИНАНСОВО~АКТУАРНАЯ МАТЕМАТИКА и ЭВЕНТОКОНВЕРГЕНЦИЯ ТЕХНОЛОГИЙ ФАМЭТ'2012**

**22 ~ 23 апреля 2012 года, Красноярск**

#### **Т е м ы**

- Финансово-актуарная математика
- Конвергенция нано-био-инфо-когно наук и технологий для совершенствования человеческой деятельности
- Эвентологическая математика в гуманитарных, социо-экономических и естественнонаучных областях.
- Теория вероятностей и математическая статистика
- Эвентология и математическая эвентология
- Философская эвентология и философия вероятности
- Практическая эвентология
- Эвентологическая экономика
- Эвентологическая психология
- Эвентологические проблемы искусственного интеллекта
- Принятие решений в условиях риска и неопределённости
- Измерение и модели риска
- Теория нечётких событий, обобщенная теория неопределённости
- Математические начала хаоса в экономике
- Системный анализ и управление случайными событиями
- Теория механизмов создания распределений событий

#### **Важнейшие даты:**

- 1 февраля 2012 — завершение приема заявок, докладов, секций
- 9 февраля 2012 — подтверждение и рассылка приглашений

#### **Инструкции:**

- <http://fam.conf.sfu-kras.ru/submission.php>

# *I n v i t a t i o n*

*Russian Academy of Sciences  
Ministry of Education and Science of RF  
Krasnoyarsk State Trade Economy Institute  
Institute of Mathematics  
Siberian Federal University  
Institute of Computational Modeling of SB RAS  
Siberian Institute of Business, Management and Psychology*

## **XI**

**International Conference  
FINANCIAL and ACTUARIAL MATHEMATICS  
and EVENTOCONVERGING TECHNOLOGIES  
FAMET'2012**

**22 ~ 23 April 2012, Krasnoyarsk**

### Themes

- Financial and actuarial mathematics
- Converging nano-bio-info-cogno sciences and technologies for improving human performance
- Mathematics in the humanities, socioeconomic and natural sciences
- Probability theory and statistics
- Eventology and mathematical eventology
- Philosophical eventology and philosophy of probability
- Practical eventology
- Eventological economics
- Eventological psychology
- Eventological problems of artificial intelligence
- Decision-making under risk and uncertainty
- Risk measurement and risk models
- Theory of fuzzy events and generalized theory of uncertainty
- Mathematical onset to chaos in economy
- System analysis and events management
- Events distributions mechanism design theory

### Important dates:

- 1 February 2012 — deadline for papers, and sessions
- 9 February 2012 — notification about acceptance/rejection; distribution of invitations

### Instructions:

- <http://fam.conf.sfu-kras.ru/submission-e.php>

*Научное издание*

Т р у д ы

X международной ФАМЭТ'2011 конференции  
по финансово-актуарной математике  
и эвентоконвергенции технологий

*Под редакцией Олега Воробьёва*

Отпечатано с готовых оригинал-макетов

## **ЭМ и ФАМ семинары**

Институт математики  
Сибирский федеральный университет  
Красноярский государственный педагогический институт  
Институт математики СО РАН

<http://fam.conf.sfu.kras.ru>

<http://am.conf.sfu-kras.ru>

[famconf@yol.ru](mailto:famconf@yol.ru)