



**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА  
«ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА.  
УПРАВЛЕНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА»**

Горцев А.М., д-р техн. наук, проф. (председатель); Смагин В.И., д-р техн. наук, проф. (зам. председателя); Цой С.А., канд. физ.-мат. наук, доц. (отв. секретарь); Агибалов Г.П., д-р техн. наук, проф.; Демин Н.С., д-р физ.-мат. наук, проф.; Дмитриев Ю.Г., д-р физ.-мат. наук, проф.; Домбровский В.В., д-р техн. наук, проф.; Змеев О.А., д-р физ.-мат. наук, проф.; Евтушенко Н.В., д-р техн. наук, проф.; Конев В.В., д-р физ.-мат. наук, проф.; Костюк Ю.Л., д-р техн. наук, проф.; Кошкин Г.М., д-р физ.-мат. наук, проф.; Матросова А.Ю., д-р техн. наук, проф.; Назаров А.А., д-р техн. наук, проф.; Параев Ю.И., д-р техн. наук, проф.; Поддубный В.В., д-р техн. наук, проф.; Сушенко С.П., д-р техн. наук, проф.; Тарасенко Ф.П., д-р техн. наук, проф.; Хорошевский В.Г., д-р техн. наук, проф., член-корр. РАН; Prinetto Paolo, Prof., Polytechnic Institute Turin (Italy); Zorian Yervant, PhD, Vice President & Chief Scientist, Virage Logic Corp., Fremont, CA (USA).

Научный журнал «Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика» был выделен в самостоятельное периодическое издание из общенаучного журнала «Вестник Томского государственного университета» в 2007 г. Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере массовых коммуникаций, связи и охраны культурного наследия (свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77-29497 от 27 сентября 2007 г.), ему присвоен международный стандартный номер сериального издания (ISSN 1998-8605). С 2010 г. журнал входит в Перечень ВАК. Журнал выходит ежеквартально и распространяется по подписке, его подписной индекс 44031 в объединённом каталоге «Пресса России».

В журнале «Вестник ТГУ. УВТиИ» публикуются результаты теоретических и прикладных исследований вузов, научно-исследовательских, проектных и производственных организаций в области управления, вычислительной техники и информатики в технических, экономических и социальных системах.

Тематика публикаций журнала:

- УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ
- МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
- ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ
- ИНФОРМАТИКА И ПРОГРАММИРОВАНИЕ
- ДИСКРЕТНЫЕ ФУНКЦИИ И АВТОМАТЫ
- ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Правила оформления статей приведены на сайте: <http://vestnik.tsu.ru/informatics/>

**Адрес редакции:**

634050, г. Томск, пр. Ленина, д.36, корп. 2, к. 201

**Электронный адрес:** <http://vestnik.tsu.ru>

**Контактный тел./факс:** (3822) 529-599

**E- mail:** [vestnik\\_uvti@mail.tsu.ru](mailto:vestnik_uvti@mail.tsu.ru)

**ООО «Издательство научно-технической литературы»**

634050, Томск, пл. Ново-Соборная, 1, тел. (3822) 533-335

Редактор *Т.С. Портнова*

Верстка *Д.В. Фортеса*

---

Изд. лиц. ИД № 04000 от 12.02.2001. Подписано к печати 06.12.2010.  
Формат 70 × 100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Таймс».  
Усл. п. л. 11,61. Уч.-изд. л. 13,0. Тираж 300 экз. Заказ № 28.

---

Отпечатано в типографии «М-Принт», г. Томск, ул. Пролетарская, 38/1

УДК 681.324

П.А. Михеев, С.П. Сущенко

**АНАЛИЗ ЗАГРУЗКИ АГРЕГИРУЮЩЕГО ПОРТА  
КОММУТАТОРА ЛВС**

Рассматривается математическая модель сетевого коммутатора, аккумулирующего трафик от клиентских соединений к серверным системам. Найдены функциональные зависимости объема потока, пропущенного к серверной платформе, от емкости буферного накопителя коммутатора, параметров его портов, количества клиентских соединений и интенсивности абонентских потоков.

**Ключевые слова:** *многопортовый коммутатор, загрузка, блокировки памяти, система массового обслуживания, мультиплексирование потоков.*

Наиболее массовые технологии построения современных локальных вычислительных сетей (ЛВС) основаны на методе случайного множественного доступа к разделяемой множеством абонентов среде передачи данных [1]. Данный метод обеспечивает простую топологию сети, однако при высоких нагрузках и большом числе абонентов операционные характеристики сети катастрофически ухудшаются [2]. Для повышения реального быстродействия ЛВС используется метод логической структуризации сети, основанный на сегментировании ее с помощью технологии коммутируемого доступа [1,3]. Кроме повышения производительности ЛВС логическая структуризация с помощью коммутаторов упрощает управление сетью, увеличивает ее гибкость и повышает безопасность работы с прикладными данными в различных сегментах сети. Техническая реализация коммутаторов допускает схемы построения на основе коммутационной матрицы, разделяемой многовходовой памяти, общей шине и композиции различных архитектур. Различают три режима коммутации протокольных блоков данных: коммутация с промежуточной (полной) буферизацией, сквозная коммутация с буферизацией заголовка кадра до адреса назначения (на лету) и гибридная сквозная коммутация с буферизацией всего заголовка и поля данных кадра минимально разрешенного стандартом размера, обеспечивающая возможность фильтрации конфликтов [1]. Характерно применение коммутационных устройств в качестве концентратора, аккумулирующего трафик от настольных систем к файл-серверам, серверам баз данных и серверам приложений. В задачах синтеза структуры и параметров локальных сетей передачи данных важнейшим является сбалансированный выбор быстродействия каналов к прикладным серверным системам общего назначения, числа абонентов, подключаемых к таким приложениям, и технических параметров коммутационных устройств связи [3]. Математические модели локальной сети, мультиплексирующей абонентские потоки к сервисным службам, позволяют проводить анализ влияния параметров клиентского трафика на пропускную способность агрегирующих портов коммутатора с ограниченной памятью, расчет объема буферной памяти и исследование стратегий обеспечения качества сервиса, предоставляемого сетевыми службами.

## 1. Математическая модель сетевого коммутатора с мультиплексированием трафика

Рассмотрим фрагмент локальной компьютерной сети, включающий  $M$  клиентов, подключенных к серверу через сетевой коммутатор. Считаем, что к  $M$  однородным по скорости портам коммутатора подключены абоненты, порождающие поток кадров равной длины к серверной платформе, подсоединенной к коммутатору через  $M+1$ -й порт с физической скоростью передачи (быстродействием), в  $S \geq 1$  раз превышающей скорость абонентских портов (рис. 1). Считаем, что сетевые соединения абсолютно надежны, все клиентские источники данных независимы и работают синхронно с периодом длительности  $\tau$ . Длительность этого периода определяется быстродействием портов для подключения абонентов и накладными расходами, связанными с коммутацией кадров между портами.

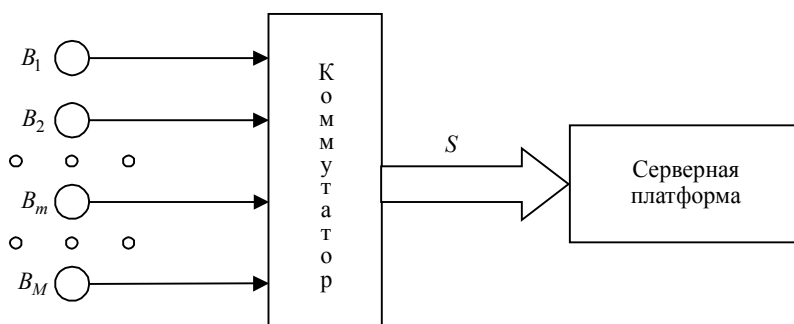


Рис. 1. Структурная схема локальной вычислительной сети с мультиплексированием трафика

Тогда за время полного цикла передачи кадра  $\tau$  по абонентским портам в серверный порт может быть отправлено  $0 \leq i \leq S$  кадров. Будем считать, кроме того, что коммутатор работает в режиме полной промежуточной буферизации и кадр, поступивший в коммутатор в текущем цикле  $\tau$ , начнет передаваться по выходному (серверному) порту только в следующем цикле. Будем полагать, что на абонентских портах информационные кадры возникают в каждый период  $\tau$  с вероятностями  $B_m(t) = B_m$ ,  $m = \overline{1, M}$ , не зависящими от времени  $t$  и числа коммутируемых кадров. Предположим также, что для хранения кадров в выходной очереди коммутатора к серверному порту выделен пул буферной памяти объема  $K \geq M$ . Тогда поведение рассматриваемого сетевого фрагмента представимо в виде марковской системы массового обслуживания (СМО) с дискретным временем, конечным накопителем, неординарным входящим потоком и одним прибором с детерминированным групповым обслуживанием заявок [4]. Неординарный входящий поток СМО определяется вероятностями появления кадров в абонентских портах  $B_m, m = \overline{1, M}$ , а число обслуженных заявок – быстродействием серверного порта  $S$ . Динамика очереди к выходному каналу связи данной СМО описывается цепью Маркова. Обозначим через  $E_k$  состояние цепи Маркова, в котором размер очереди к выходному ( $M+1$ -му) порту коммутатора равен  $k$ . Множество возможных состояний цепи Маркова определяется размерами буферной памяти, выделенной для хранения кадров в выходной очереди  $k \leq K$ .

Важнейшей характеристикой СМО ограниченной емкости в стационарном режиме является объем пропущенного (обслуженного) потока или загрузка. В рассматриваемом случае данная операционная характеристика определяется как доля быстрогодействия серверного соединения, достигаемая в условиях агрегирования трафика от  $M$  клиентов:

$$Z(K, S, M, \bar{B}) = \sum_{k=1}^S kP_k + S \sum_{k=S+1}^K P_k, \quad (1)$$

где  $\bar{B} = \{B_1, \dots, B_M\}$  – вектор значений вероятностей  $B_m, m = \overline{1, M}$ ,  $P_k$  – вероятности состояний цепи Маркова. В случае равенства вероятностей появления абонентских кадров в портах коммутатора  $B_m = B, m = \overline{1, M}$ , объем обслуженного потока будем обозначать как  $Z(K, S, M, B)$ .

## 2. Анализ фрагмента с однородными вероятностями порождения клиентских кадров

Начнем рассмотрение со случая, когда трафик от всех абонентов имеет одинаковые вероятности появления пакетов во входных портах  $B_m = B, m = \overline{1, M}$ . Тогда переходные вероятности  $\pi_{ij}$  цепи Маркова, описывающей функционирование СМО, при  $K \geq M \geq S \geq 1$  определяются следующими зависимостями:

$$\pi_{ij} = \begin{cases} \binom{M}{j} B^j (1-B)^{M-j}, i = \overline{0, S}, 0 \leq j \leq M; \\ \binom{M}{S+j-i} B^{S+j-i} (1-B)^{M-S+i-j}, i = \overline{S+1, K}, i-S \leq j \leq i+M-S, j < K; \\ \sum_{g=K+S-i}^M \binom{M}{g} B^g (1-B)^{M-g}, i = \overline{K+S-M, K}, j = K. \end{cases} \quad (2)$$

Для совокупности портов коммутатора с однородными входными потоками уравнения равновесия для вероятностей состояния  $P_k$  имеют вид

$$P_k = \sum_{i=0}^S P_i \binom{M}{k} B^k (1-B)^{M-k} + \sum_{i=1}^k P_{S+i} \binom{M}{k-i} B^{k-i} (1-B)^{M-k+i}, k = \overline{0, M};$$

$$P_k = \sum_{i=k-M}^k P_{S+i} \binom{M}{k-i} B^{k-i} (1-B)^{M-k+i}, k = \overline{M+1, K-S};$$

$$P_k = \sum_{i=k-M}^{K-S} P_{S+i} \binom{M}{k-i} B^{k-i} (1-B)^{M-k+i}, k = \overline{K-S+1, K-1};$$

$$P_K = \sum_{i=K-M}^{K-S} P_{S+i} \sum_{j=K-i}^M \binom{M}{j} B^j (1-B)^{M-j}.$$

Проанализируем работу локальной сети при различных значениях параметров коммутатора. Начнем анализ со случая равенства числа источников информационных потоков (портов) и быстрогодействия серверного соединения  $M = S$ . В этом случае из определения переходных вероятностей (2) нетрудно видеть, что при

$K \geq M$  достижимыми являются только состояния с номерами  $i = \overline{0, M}$ . Тогда решение системы уравнений локального равновесия (2) принимает следующий вид:

$$P_k = \binom{M}{k} B^k (1-B)^{M-k}, k = \overline{0, M}.$$

Пропущенный поток при этом согласно (1) прямо пропорционален числу источников (быстродействию серверного соединения) и интенсивности клиентского трафика:

$$Z(K, S, M, B) = MB.$$

Рассмотрим поведение коммутатора при числе агрегируемых информационных потоков, большем производительности серверного соединения  $M > S$ . Если размер очереди к выходному порту коммутатора совпадает с его быстродействием ( $K=S$ ), то вероятности состояний можно найти в аналитическом виде:

$$P_k = \binom{M}{k} B^k (1-B)^{M-k}, k = \overline{0, K-1}, P_K = \sum_{k=M-S}^M \binom{M}{k} B^k (1-B)^{M-k}.$$

Операционный параметр  $Z(K, S, M, B)$  при этом определится выражением

$$Z(S, S, M, B) = M \sum_{k=1}^{S-1} \binom{M-1}{k-1} B^k (1-B)^{M-k} + S \sum_{k=M-S}^M \binom{M}{k} B^k (1-B)^{M-k}.$$

Для  $S=1, M=2$  и  $K \geq M$  вероятности состояний задаются соотношениями

$$P_1 = P_0 \frac{B(2-B)}{(1-B)^2}; P_k = P_0 \frac{B^{2(k-1)}}{(1-B)^{2k}}, k = \overline{2, K}; P_0 = \frac{(1-B)^{2K} (1-2B)}{(1-B)^{2K} - B^{2K}}.$$

Пропущенный поток при этом составит

$$Z(K, 1, 2, B) = \frac{2B(1-B)^{2K} - B^{2K}}{(1-B)^{2K} - B^{2K}}.$$

Из полученных соотношений нетрудно видеть, что индекс производительности  $Z(K, S, M, B)$  имеет монотонную зависимость от числа абонентов, параметров клиентского трафика и портов коммутатора.

### 3. Анализ фрагмента с неоднородными вероятностями порождения клиентских кадров

Начнем рассмотрение со случая двух клиентских потоков ( $M=2$ ), мультиплексируемых в серверное соединение с быстродействием  $S=2$ . Для дискретной цепи Маркова, описывающей функционирование рассматриваемого фрагмента, достижимыми будут состояния с номерами  $k = \overline{0, 2}$ . Система уравнений равновесия для вероятностей состояний цепи Маркова  $P_k$  примет вид

$$P_0 (B_1 + B_2 - B_1 B_2) = (P_1 + P_2)(1 - B_1)(1 - B_2);$$

$$P_1 (1 - B_1 - B_2 + 2B_1 B_2) = (P_0 + P_2)(B_1 + B_2 - 2B_1 B_2);$$

$$P_2 (1 - B_1 B_2) = (P_0 + P_1)B_1 B_2.$$

С учетом условия нормировки для финальных вероятностей состояний цепи Маркова отсюда получаем

$$P_0 = (1 - B_1)(1 - B_2); P_1 = B_1 + B_2 - 2B_1B_2; P_2 = B_1B_2.$$

Пропущенный поток при этом определится суммой клиентских потоков

$$Z(K, 2, 2, \vec{B}) = B_1 + B_2.$$

В случае произвольных значений параметров фрагмента, удовлетворяющих условию  $M=S$ , вероятности состояний цепи Маркова образуют полиномиальные элементы:  $P_k = L_k$ , где

$$L_k = \sum_{j_1=1}^{M-k+1} B_{j_1} \sum_{j_2=j_1+1}^{M-k+2} B_{j_2} \dots \sum_{j_k=j_{k-1}+1}^M B_{j_k} \prod_{l=1, l \neq \{j_n, n=1, k\}}^M (1 - B_l), k = \overline{0, M}, \quad (3)$$

а пропущенный поток (1) равен сумме вероятностей появления кадров в клиентских портах коммутатора  $Z(K, S, M, \vec{B}) = \sum_{k=1}^M B_k$ . Отсюда следует, что объем про-

пущенного потока при  $M=S$  инвариантен к емкости буферного накопителя, превышающей число клиентских портов ( $B > M$ ).

Рассмотрим локальную сеть с тремя клиентскими потоками ( $M=3$ ), буферным накопителем коммутатора  $K \geq M$  и скоростью серверного соединения  $S=2$ . Система уравнений равновесия с учетом введенных для  $L_k$  обозначений (3), принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} P_0(1 - L_0) &= P_1L_0 + P_2L_0; & P_1(1 - L_1) &= (P_0 + P_2)L_1 + P_3L_0; \\ P_2(1 - L_2) &= (P_0 + P_1)L_2 + P_3L_1 + P_4L_0; \\ P_3(1 - L_2) &= (P_0 + P_1 + P_2)L_3 + P_4L_1 + P_5L_0; \\ P_k(1 - L_2) &= P_{k-1}L_3 + P_{k+1}L_1 + P_{k+2}L_0, & k &= \overline{4, K-2}; \\ P_{K-1}(1 - L_2) &= P_{K-2}L_3 + P_KL_1; \\ P_K(1 - L_2 - L_3) &= P_{K-1}L_3. \end{aligned} \quad (4)$$

Для объема буферной памяти  $K=3$  решение системы (4) имеет вид

$$P_0 = \frac{L_0(L_1 + L_0)}{1 - L_2}; \quad P_1 = \frac{L_1(L_1 + L_0) + L_0L_3}{1 - L_2}; \quad P_2 = \frac{L_2(L_1 + L_0) + L_1L_3}{1 - L_2}; \quad P_3 = \frac{L_3}{1 - L_2}.$$

Для пропущенного потока в этом случае согласно (1) получаем следующую зависимость:

$$Z(3, 2, 3, \vec{B}) = \frac{(L_1 + L_0)(L_1 + 2L_2) + L_3(2 + 2L_1 + L_0)}{1 - L_2}.$$

При однородных клиентских потоках  $B_m = B, m = \overline{1, 3}$  данное соотношение упрощается:

$$Z(3, 2, 3, B) = \frac{3B - 9B^3 + 9B^4 - B^6}{1 - 3B^2 + 3B^3}.$$

Для буферного накопителя емкости  $K=4$  сетевого фрагмента с параметрами  $S=2, M=3$  решение системы уравнений равновесия (4) преобразуются к виду

$$P_0 = \frac{L_0 [(L_0 + L_1)^2 + L_0 L_3]}{(1 - L_2)^2 - L_1 L_3}; P_1 = \frac{L_1 (L_0 + L_1)^2 + (L_0 + 2L_1)L_0 L_3}{(1 - L_2)^2 - L_1 L_3};$$

$$P_2 = \frac{L_2 (L_0 + L_1)^2 + [L_0(1 - L_0) + L_1^2]L_3}{(1 - L_2)^2 - L_1 L_3}; P_3 = \frac{(L_1 + L_0)L_3}{(1 - L_2)^2 - L_1 L_3}; P_4 = \frac{L_3^2}{(1 - L_2)^2 - L_1 L_3}.$$

Пропущенный поток в этом случае задается следующим выражением:

$$Z(4, 2, 3, \bar{B}) = \frac{(L_1 + L_0)^2 (L_1 + 2L_2) + L_3 (2L_1^2 + 2L_1 + 2L_1 L_0 + 4L_0 - L_0^2 + 2L_3)}{(1 - L_2)^2 - L_1 L_3}.$$

При одинаковых вероятностях  $B_m = B, m = \bar{1, 3}$ , данная зависимость упрощается до соотношения

$$Z(4, 2, 3, B) = \frac{3B - 18B^3 + 18B^4 + 18B^5 - 36B^6 + 18B^7 - B^9}{1 - 6B^2 + 6B^3 + 6B^4 - 12B^5 + 6B^6}.$$

При объеме буферной памяти  $K=5$  рассматриваемого фрагмента система уравнений равновесия (4) имеет следующее решение:

$$P_0 = \frac{L_0^2 (L_1 + L_0) [(L_1 + L_0)^2 + 2L_0 L_3]}{(1 - L_2)^3 - 2L_1 (1 - L_2)L_3 - L_0 L_3^2};$$

$$P_1 = \frac{L_1 (L_1 + L_0)^3 + [2L_1 (L_1 + L_0) + (L_1 + L_0)^2 + L_0 L_3]L_0 L_3}{(1 - L_2)^3 - 2L_1 (1 - L_2)L_3 - L_0 L_3^2};$$

$$P_2 = \frac{L_2 (L_0 + L_1)^3 + [(L_0 + L_1)^2 (L_1 - 2L_0) + 2L_0 (L_0 + L_1) - L_0^2]L_3}{(1 - L_2)^3 - 2L_1 (1 - L_2)L_3 - L_0 L_3^2};$$

$$P_3 = \frac{(L_0 + L_1)^2 L_3 + L_0 L_3^2}{(1 - L_2)^3 - 2L_1 (1 - L_2)L_3 - L_0 L_3^2}; P_4 = \frac{(L_1 + L_0)L_3^2}{(1 - L_2)^3 - 2L_1 (1 - L_2)L_3 - L_0 L_3^2};$$

$$P_5 = \frac{(L_0 + L_1)L_3^3}{(1 - L_2)^3 - 2L_1 (1 - \beta)L_3 - L_0 L_3^2}.$$

Пропущенный поток в этом случае согласно (1) составит

$$Z(5, 2, 3, \bar{B}) = \left[ (L_0 + L_1)^3 (L_1 + 2L_2) + L_3 (L_0 + L_1)^2 (2 + 2L_1 - 3L_0) + \right. \\ \left. + 2L_3 (L_0 + L_1)(L_0 L_1 + 2L_0 + L_3) + L_0 (2 - L_0)L_3^2 + 2L_3^3 \right] / \left[ (1 - L_2)^3 - 2L_1 (1 - L_2)L_3 - L_0 L_3^2 \right].$$

При равновероятном поступлении кадров от абонентских портов коммутатора ( $B_m = B, m = \bar{1, 3}$ ) выражение для обслуженного потока упрощается до следующей зависимости:

$$Z(5, 2, 3, B) = \frac{3B - 27B^3 + 27B^4 + 63B^5 - 126B^6 + 33B^7 + 90B^8 - 90B^9 + 30B^{10} - B^{12}}{1 - 9B^2 + 9B^3 + 21B^4 - 42B^5 + 11B^6 + 30B^7 - 30B^8 + 10B^9}.$$



С дальнейшим ростом емкости буферного накопителя вид аналитического решения становится слишком громоздким.

Рассмотрим локальную сеть со скоростью серверного соединения  $S=3$  и числом клиентских портов  $M=4$ . Система уравнений равновесия для вероятностей состояний цепи Маркова  $P_i$  при емкости буферной памяти, превышающей число клиентских портов  $K \geq M$  принимает вид

$$P_0(1-L_0) = (P_1 + P_2 + P_3)L_0; \quad P_1(1-L_1) = (P_0 + P_2 + P_3)L_1 + P_4L_0;$$

$$P_2(1-L_2) = (P_0 + P_1 + P_3)L_2 + P_4L_1 + P_5L_0;$$

$$P_3(1-L_3) = (P_0 + P_1 + P_2)L_3 + P_4L_2 + P_5L_1 + P_6L_0;$$

$$P_4(1-L_3) = (P_0 + P_1 + P_2 + P_3)L_4 + P_5L_2 + P_6L_1 + P_7L_0;$$

$$P_i(1-L_3) = P_{i-1}L_4 + P_{i+1}L_2 + P_{i+2}L_1 + P_{i+3}L_0, \quad i = 5, K-3;$$

$$P_{K-2}(1-L_3) = P_{K-3}L_4 + P_{K-1}L_2 + P_KL_1;$$

$$P_{K-1}(1-L_3) = P_{K-2}L_4 + P_KL_2; \quad P_K(1-L_3-L_4) = P_{K-1}L_4.$$

При  $K=4$  финальные вероятности состояний цепи Маркова определяются соотношениями

$$P_0 = \frac{L_0(L_0 + L_1 + L_2)}{1-L_3}; \quad P_1 = \frac{L_1(L_0 + L_1 + L_2) + L_0L_4}{1-L_3}; \quad P_2 = \frac{L_2(L_0 + L_1 + L_2) + L_1L_4}{1-L_3};$$

$$P_3 = \frac{L_3(L_0 + L_1 + L_2) + L_2L_4}{1-L_3}; \quad P_4 = \frac{L_4}{1-L_3}.$$

Пропускная способность в этом случае в соответствии с (1) задается выражением

$$Z(4, 3, 4, \bar{B}) = \frac{(L_0 + L_1 + L_2)(L_1 + 2L_2 + 3L_3) + L_4(3 + L_0 + 2L_1 + 3L_2)}{1-L_3}.$$

При равных интенсивностях клиентского трафика ( $B_m = B, m = \overline{1,4}$ ) данная зависимость упрощается:

$$Z(4, 3, 4, B) = \frac{4B - 16B^4 + 16B^5 - B^8}{1 - 4B^2 + 4B^3}.$$

Для объема буферной памяти  $K=5$  обслуженный поток принимает следующий вид:

$$Z(5, 3, 4, \bar{B}) = \left[ (L_0 + L_1 + L_2)^2(L_1 + 2L_2 + 3L_3) + L_4(L_0 + L_1)(3 + L_0 + 3L_1 + 5L_2 + 3L_3) + \right. \\ \left. + L_2L_4(3 + L_0 + 2L_1 + 3L_2) + L_4^2(3 + 2L_0 + 3L_1) \right] / \left[ (1-L_3)^2 - L_2L_4 \right].$$

При равномерном распределении входных потоков соотношение для пропущенного потока получаем

$$Z(5, 3, 4, B) = \frac{4B - 32B^4 + 32B^5 + 40B^7 - 80B^8 + 40B^9 - B^{12}}{1 - 8B^3 + 8B^4 + 10B^6 - 20B^7 + 10B^8}.$$

Для набора параметров  $S=3, M=5, K=5$  пропущенный поток определится зависимостью

$$Z(5,3,5,\bar{B}) = \left[ (L_0 + L_1 + L_2)^2 (L_1 + 2L_2 + 3L_3) + (L_0 + L_1)(L_0L_4 + 3L_1L_4 + L_1L_5 + 3L_4 + 3L_3L_4 + 5L_2L_4 + 2L_2L_5 + 3L_3L_5) + (L_4 + L_5)(3L_1L_4 + 2L_1L_2 + 3L_4 + 2L_0L_4 + 3L_2 + 3L_2^2 + L_0L_2) + L_5(1-L_3)(3+2L_0+3L_1) \right] / \left[ (1-L_3)^2 - L_2L_4 \right].$$

При равновероятном возникновении данных в портах абонентов пропущенный поток выразится соотношением

$$Z(5,3,5,B) = \frac{(5B - 100B^4 + 200B^5 - 100B^6 + 250B^7 - 1000B^8 + 1490B^9 - 992B^{10} + 250B^{11} - 35B^{12} + 75B^{13} - 50B^{14} + 10B^{15})}{(1 - 20B^3 + 40B^4 - 20B^5 + 50B^6 - 200B^7 + 300B^8 - 200B^9 + 50B^{10})}.$$

С дальнейшим увеличением значений параметров коммутатора  $S, M$  и  $K$  сложность аналитических выражений стремительно нарастает.

#### 4. Обсуждение численных результатов

Численные исследования полученных соотношений показывают, что при равновероятном появлении информационных кадров в портах коммутатора функция пропущенного потока от объема трафика отдельного клиента  $B$  имеет вид кривой с насыщением, представленной на рис. 2 – 4. Сходная зависимость имеет место и от быстродействия серверного соединения и объема буферного накопителя коммутатора (см. рис. 5 и рис. 6 соответственно). Из рис. 2 и 3 нетрудно видеть, что с ростом числа абонентов  $M$  насыщение пропущенного потока до предельного уровня происходит при более низкой интенсивности клиентского трафика  $B$ . На рис. 7 приведены кривые загрузки для различных наборов интенсивности клиентских потоков  $B_m$  при равном объеме суммарного входящего трафика от всех абонентов. Численные результаты, приведенные на рис. 7, показывают, что при существенно неоднородной структуре клиентского трафика загрузка серверного соединения повышается по сравнению с равновероятным поступлением кадров от клиентских портов коммутатора (однородной структурой абонентского трафика). Минимум загрузки достигается для одинаковых интенсивностей абонентских потоков ( $B_m = B, m = \overline{1, M}$ ). Наибольшее различие имеет место в окрестности условия равенства общего объема абонентского трафика и быстродействия серверного соединения:  $\sum_{m=1}^M B_m = S$ . Вместе с тем с увеличением емкости буферной памяти коммутатора  $K$  различие в загрузке серверного соединения для различных наборов  $B_m$  значительно ослабляется (см. рис. 4, 6, 7). Из анализа функции  $Z(K, S, M, \bar{B})$  и представленных на графиках численных результатов следует, что пропущенный поток мажорируется ломаной прямой:

$$Z^*(S, M, \bar{B}) = \begin{cases} \sum_{m=1}^M B_m, & \sum_{m=1}^M B_m \leq S; \\ S, & \sum_{m=1}^M B_m > S. \end{cases} \quad (5)$$

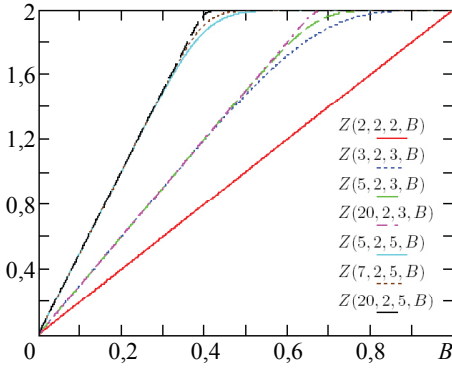


Рис. 2. Сравнительные кривые пропущенного потока от интенсивности трафика абонентов при различном числе клиентов ( $M$ )

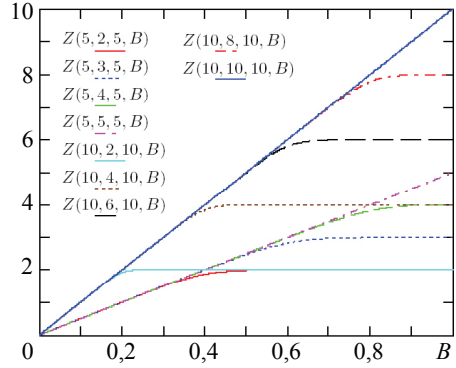


Рис. 3. Зависимость пропущенного потока от интенсивности трафика абонентов для различных скоростей серверного соединения ( $S$ )

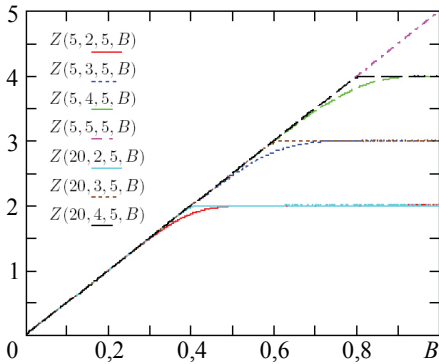


Рис. 4. Сравнительные кривые пропущенного потока от интенсивности трафика абонентов для различных емкостей буферной памяти ( $K$ )

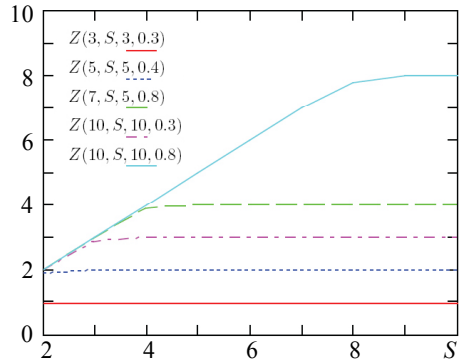


Рис. 5. Зависимость пропущенного потока от быстродействия серверного соединения, при различных интенсивностях абонентского трафика ( $B$ ) и объемах буферной памяти коммутатора ( $K$ )

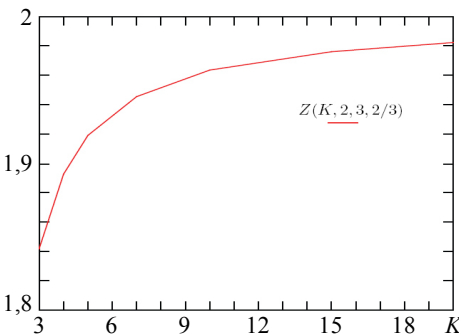


Рис. 6. Зависимость пропущенного потока от объема буферной памяти коммутатора

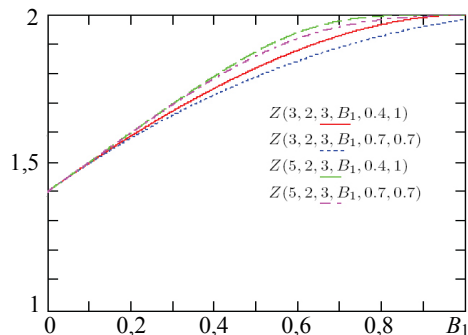


Рис. 7. Зависимость обслуженного потока  $Z(K, 2, 3, B_1, B_2, B_3)$  от интенсивности потока первого абонента ( $B_1$ ) при постоянном объеме трафика от остальных абонентов ( $B_2+B_3=1,4$ )

В наибольшей мере реальная кривая отстоит от мажоранты при  $\sum_{m=1}^M B_m = S$  (см. рис. 2 – 4), однако с ростом емкости буферного накопителя  $K$  расстояние между значениями  $Z(K, S, M, \bar{B})$  и  $Z^*(S, M, \bar{B})$  быстро сокращается (см. рис. 4 и 6) и при  $K \geq 3M$  для практических расчетов вместо (1) можно использовать мажоранту (5).

### Заключение

В работе предложена синхронная модель фрагмента локальной компьютерной сети в виде марковской СМО с дискретным временем, позволяющая оценить характер влияния числа и параметров входящих потоков, объема буферной памяти многопортового коммутатора, мультиплексирующего клиентский трафик к серверному соединению, и быстродействия канала к серверной платформе на объем пропущенного потока в серверный порт.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. СПб.: Питер, 2006. 958 с.
2. Кустов Н.Т., Сущенко С.П. О пропускной способности метода случайного множественного доступа // *АиТ*. 2001. № 1. С. 91–102.
3. Новиков Ю.В., Кондратенко С.В. Локальные сети: Архитектура, алгоритмы, проектирование. М.: Изд-во ЭКОМ, 2000. 312 с.
4. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.

*Михеев Павел Андреевич*

*Сущенко Сергей Петрович*

Томский государственный университет

E-mail: doka-patrick@mail.ru; ssp@inf.tsu.ru

Поступила в редакцию 15 сентября 2010 г.