



ИТММ - 2008

**«ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»**

Томский государственный университет
Кемеровский государственный университет
Кемеровский научный центр СО РАН
Институт вычислительных технологий СО РАН
Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
(ИТММ-2008)**

**Материалы VII Всероссийской
научно-практической конференции
с международным участием
14–15 ноября 2008 г.**

Часть 2

Издательство Томского университета

2008

3. Назаров А. А., Терпугов А. Ф. Теория вероятностей и случайных процессов: Учеб. пособие. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 204 с.
4. Горбатенко А. Е., Назаров А. А. Исследование системы MAP/G/∞ в условии растущей интенсивности входящего потока // Теория вероятностей и случайные процессы, математическая статистика и приложения: Сборник научных статей международной научной конференции. – Минск: Издательский центр БГУ, 2008. – С. 52–56.
5. Марголис Н. Ю., Терпугов А. Ф. Имитационное моделирование случайности: Учебно-справочное пособие. – Томск: Изд-во. Том. гос. ун-та, 2003. – 63 с. ил.
6. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978.

ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ СЕЛЕКТИВНОГО РЕЖИМА ОТКАЗА ПРОТОКОЛА ТРАНСПОРТНОГО УРОВНЯ В МНОГОЗВЕННОМ ТРАКТЕ

В. В. Кокишенев

Томский государственный университет

Важнейшей операционной характеристикой звена передачи данных компьютерной сети является его пропускная способность. Этот показатель определяется достоверностью передачи данных и шириной полосы пропускания на каждом отрезке многозвонного тракта, типом протокольной процедуры, управляющей функционированием межузлового соединения. Известные модели асинхронных управляющих процедур [1, 2] не обладают преемственностью по отношению к стартстопному протоколу и не учитывают различие в механизмах повторных передач, обусловленных отрицательной квитанцией и истечением тайм-аута [3]. В работе предложена модель селективной процедуры управления звеном передачи данных в виде марковской цепи с дискретным временем, учитывающая влияние длительности тайм-аута ожидания подтверждения S , размера окна ω и длины многозвонного тракта D на пропускную способность межузлового транспортного соединения. Получена зависимость пропускной способности от протокольных параметров, длины тракта передачи и уровня ошибок в каналах связи многозвонного тракта.

Рассмотрим два узла, соединенных многозвонным трактом передачи, состоящим из дуплексных каналов связи, качество которых в общем случае зависит от направления передачи и характеризуется вероятностями искажения кадра R_{in} и R_{out} для прямого и обратного направления в i -м канале связи соответственно. Будем считать, что все каналы связи имеют одинаковую пропускную способность. Также предположим, что в узлах источника и адресата имеется неограниченный поток кадров, отправляемых другому узлу. Обмен выполняется кадрами максимально дозированной длины, и цикл передачи кадра i -м каналом связи составляет время t_i . В силу предположения об одинаковом быстродействии каналов связи многозвонного тракта справедливо следующее: $\forall i, j: t_i = t_j = t$.

Таким образом, можно представить величину цикла передачи кадра по многозвенному тракту как $T = \sum_{i=1}^D t_i$. Вероятности искажения кадра при передаче в прямом и обратном направлениях в многозвенном тракте длиной D можно записать следующим образом:

$$R_n = 1 - \prod_{i=1}^D (1 - R_{ni}),$$

$$R_o = 1 - \prod_{i=1}^D (1 - R_{oi}).$$

Кадр считается принятым узлом получателем, если он не искажен ни на одном из участков многозвенного тракта и не является копией (дублем) уже принятого кадра. При искажении кадра подтверждение не высылается или отправляется отрицательная квитанция и кадр передается повторно. На поступивший дубль обязательно формируется положительная квитанция, но сама копия в узле-получателе стирается. В модели предполагается, что условия первой и повторной передач кадра одинаковы, т. е. время передачи кадра не зависит от того, в который раз передается кадр. Считается также, что не происходит потерь кадров из-за отсутствия буферной памяти у получателя или транзитных узлов.

Будем полагать, что каждая из взаимодействующих сторон перед началом передачи очередной последовательности из ω кадров запускает тайм-аут ожидания подтверждения $S \geq \omega$, выраженный в интервалах длительности t , а после отправки очередного кадра анализирует поступившее за это время подтверждение и затем продолжает передачу с учетом особенностей селективного режима отказа. Передача ведется до тех пор, пока длина очереди неподтвержденных кадров не окажется равной ширине окна ω . Такая ситуация возникает в том случае, если источник информационных кадров за ω циклов не получит ни одной неискаженной квитанции. При этом отправитель приостанавливает передачу информационных кадров (но передача квитанций для потока данных во встречном направлении продолжается) и ожидает подтверждения в течение $S - \omega$ циклов, а затем при непоступлении подтверждения перенос информации возобновляется с повторной передачи неподтвержденных кадров. Предположим, кроме того, что положительные и отрицательные квитанции всегда упакованы в информационные кадры, а во время приостановки передачи информации вероятность искажения квитанции имеет то же значение, что и при передаче в составе информационного кадра. Так как уведомления переносятся в каждом кадре независимо, то в рамках введенных предположений время прихода квитанции распределено по геометрическому закону с параметром $1 - R_o$:

$$\bar{t} = \frac{T}{1 - R_o}.$$

Воспользуемся наиболее общим определением пропускной способности межузлового транспортного соединения, управляемого селективной процедурой обмена, в виде отношения среднего объема данных, передаваемых за время до прихода подтверждения, к среднему времени получения квитанции [1]:

$$C(L, \omega, S, D) = (L - H) \frac{\bar{\omega}}{i}, \quad (1)$$

где L – размер информационного кадра; H – объем служебной информации кадра; $\bar{\omega}$ – среднее количество информационных кадров, передаваемых отправителем за время между двумя последовательными поступлениями квитанции, которое задается соотношением

$$\bar{\omega} = \sum_{k=2D-1}^{\omega+2D-2} P_k l_{k-2D+2} + \sum_{k=\omega+2D-1}^{S-1} P_k l_{\omega}; \quad (2)$$

P_k – вероятность того, что узел отправил k кадров до получения неискаженной квитанции; l_k – среднее количество информационных кадров, переданных без ошибок в эшелоне длины k . В режиме селективного отказа $l_k = k(1 - R_p)$ [3]. Для расчета значений вероятностей $P_k, k=0, S-1$ представим поведение узла-отправителя в стационарном режиме однородной марковской цепью с дискретным временем, состояниям которой соответствует размер очереди переданных, но не подтвержденных информационных кадров. Фактически P_k при этом будут вероятностями состояний цепи Маркова. Переходные вероятности цепи Маркова имеют вид:

$$\pi_{ij} = \begin{cases} 1; & i = 0, 2D-2; & j = i+1, \\ R_o; & i = 2D-1, S-2; & j = i+1, \\ 1-R_o; & i = 2D-1, \omega-1; & j = 2D-1, \\ 1-R_o; & i = \omega, S-2; & j = 0, \\ 1; & i = S-1; & j = 0, \\ 0; & \text{иначе.} \end{cases}$$

Таким образом, для однородной цепи Маркова, описывающей динамику очереди переданных, но не подтвержденных кадров в установившемся режиме, справедлива следующая система уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} P_0 &= (1 - R_o) \sum_{k=0}^{S-2} P_k + P_{S-1}, \\ P_k &= P_{k-1}; & k = 1, 2D-2, \\ P_{2D-1} &= P_{2D-2} + (1 - R_o) \sum_{k=2D}^{\omega-1} P_k, \\ P_k &= P_{k-1} R_o; & k = 2D, S-1. \end{aligned}$$

С учетом условия нормировки отсюда находим

$$P_k = \frac{(1 - R_o)R_o^{\omega-2D+1}}{1 + (2D-1)(1 - R_o)R_o^{\omega-2D+1} - R_o^{S-2D+1}}; \quad k = \overline{0, 2D-2},$$

$$P_k = \frac{(1 - R_o)R_o^{k-2D+1}}{1 + (2D-1)(1 - R_o)R_o^{\omega-2D+1} - R_o^{S-2D+1}}; \quad k = \overline{2D-1, S-1}.$$

Из данных соотношений видно, что при $R_o = 0$ и $\omega > 1$ распределение вероятностей состояний цепи Маркова принимает вид: $P_{2D-1} = 1, P_k = 0, \forall k \neq 2D-1$. То есть для исключения непроизводительных простоев в прямом канале при абсолютно надежном обратном канале дуплексного соединения достаточно выбрать $\omega = S = 2D$. Учитывая вид зависимости вероятностей состояния цепи Маркова и соотношение для l_k из (2) получаем

$$\bar{\omega} = \frac{(1 - R_n)\{1 - R_o^\omega - \omega R_o^{S-2D+1}(1 - R_o)\}}{(1 - R_o)\{1 + (2D-1)(1 - R_o)R_o^{\omega-2D-1} - R_o^{S-2D+1}\}}.$$

Подставляя данное соотношение и зависимость для среднего времени \bar{t} между поступлениями последовательных подтверждений в (1), приходим к следующей зависимости пропускной способности межузлового соединения, управляемого селективной процедурой отказа, от характеристик информационного канала и параметров протокола:

$$C(L, \omega, S, D) = (L - H) \frac{Z(\omega, S, D)}{\bar{t}},$$

где

$$Z(\omega, S, D) = \frac{(1 - R_n)\{1 - R_o^\omega - \omega R_o^{S-2D+1}(1 - R_o)\}}{1 + (2D-1)(1 - R_o)R_o^{\omega-2D+1} - R_o^{S-2D+1}}.$$

Рассмотрим поведение нормированной потенциальной пропускной способности межузлового соединения $Z(\omega, S, D)$ в ряде частных случаев.

1. Полагая длину многозвенного тракта равной единице, приходим к соотношению

$$Z(\omega, S, 1) = \frac{(1 - R_n)\{1 - R_o^\omega - \omega R_o^{S-1}(1 - R_o)\}}{1 + R_o^{\omega-1} - R_o^\omega - R_o^{S-1}},$$

что подтверждает преемственность данной модели по отношению к результатам, полученным в [4].

2. При абсолютно надежной передаче в прямом направлении вдоль тракта ($R_o = 0$) получаем следующий результат:

$$Z(\omega, S, D) = \frac{(1 - R_o^\omega - \omega R_o^{S-2D+1}(1 - R_o))}{1 + (2D-1)(1 - R_o)R_o^{\omega-2D+1} - R_o^{S-2D+1}}.$$

3. Для абсолютно надежного обратного направления передачи ($R_o = 0$) и размера окна $\omega \geq 2D-1$ пропускная способность селективного режима отказа определяется только достоверностью передачи в прямом направлении вдоль многозвенного тракта:

$$Z(\omega, S, D) = (1 - R_n).$$

4. В случае отсутствия искажений в прямом и обратном направлениях передачи ($R_n = 0$ и $R_o = 0$) потенциальная пропускная способность транспортного соединения достигает теоретического максимума:

$$Z(\omega, S, D) = 1,$$

что является подтверждением адекватности модели.

5. При выборе минимально возможного значения размера окна, равного круговой задержке ($\omega = 2D - 1$), получаем

$$Z(2D - 1, S, D) = \frac{(1 - R_o^{2D-1} - (2D - 1)(1 - R_o)R_o^{S-2D+1})}{1 + (2D - 1)(1 - R_o) - R_o^{S-2D+1}},$$

а при $S = \omega$ (т. е. $S = 2D - 1$) и $S \rightarrow \infty$ соответственно получаем

$$Z(2D - 1, 2D - 1, D) = \frac{(1 - R_o^{2D-1} - (2D - 1)(1 - R_o))}{(2D - 1)(1 - R_o)},$$

$$Z(2D - 1, \infty, D) = \frac{(1 - R_o^{2D-1})}{1 + (2D - 1)(1 - R_o)},$$

6. Для длительности тайм-аута, совпадающей с размером окна $S = \omega$, пропускная способность преобразуется к:

$$Z(\omega, \omega, D) = \frac{(1 - R_o^\omega - \omega R_o^{\omega-2D+1}(1 - R_o))}{1 + (2D - 1)(1 - R_o)R_o^{\omega-2D+1} - R_o^{\omega-2D+1}}.$$

7. При $S \rightarrow \infty$ получаем

$$Z(\omega, \infty, D) = \frac{(1 - R_n)(1 - R_o^\omega)}{1 + (2D - 1)(1 - R_o)R_o^{\omega-2D+1}}.$$

8. При использовании бесконечно большого размера окна передачи потенциальная пропускная способность выглядит как

$$Z(\omega, S, D) = 1 - R_n.$$

9. Поскольку при достижении количества переданных, но не подтвержденных, кадров значения ω источник приостанавливает передачу в ожидании получения подтверждения или истечения тайм-аута ожидания подтверждения, то сумма вероятностей состояний с номерами от ω до $S - 1$ (P_{sum}) задает интегральную долю времени простоя управляющего протокола:

$$P_{sum}(\omega, S, D) = \frac{R_o^{\omega-2D-1}(1 - R_o^{S-\omega})}{1 + (2D - 1)(1 - R_o)R_o^{\omega-2D+1} - R_o^{S-2D+1}}.$$

Литература

1. Богуславский Л. Б. Управление потоками данных в сетях ЭВМ. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 168 с.
2. Боровихин Е. А., Коротаев И. А. Анализ функционирования и оптимизация протокола HDLC // Автоматика и вычисл. техника. – 1993. – № 2. – С. 47–51.
3. Сушенко С. П. Аналитические модели асинхронных процедур управления звеном передачи данных // Автоматика и вычисл. техника. – 1988. – № 2. – С. 32–40.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ $G|G|_{\infty}$ МЕТОДОМ АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В УСЛОВИИ РАСТУЩЕГО ВРЕМЕНИ ОБСЛУЖИВАНИЯ

Т. А. Королёва

*Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске*

Рассмотрим СМО с неограниченным числом приборов, на вход которой поступает рекуррентный поток, определяемый функцией распределения $A(x)$ длин интервалов между моментами наступления его событий (рис.1).

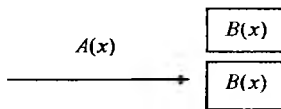


Рис. 1

Проведем исследование рассматриваемой СМО в стационарном режиме. Положим $t_1 = 0$ и обозначим $z(t)$ – длину интервала от момента t до момента наступления следующего события в рекуррентном потоке. Выполним исследование двумерного марковского процесса $\{z(t), n(t)\}$, его распределение вероятностей обозначим $P(z, n, t) = P\{z(t) < z, n(t) = n\}$.

Стандартным Δt -методом запишем

$$P(z - \Delta t, n, t + \Delta t) = P(z, n, t) - P(\Delta t, n, t) + P(\Delta t, n, t)(1 - S(t))A(z) + P(\Delta t, n - 1, t)S(t)A(z) + o(\Delta t),$$

откуда получим уравнение Колмогорова

$$\frac{\partial P(z, n, t)}{\partial t} = \frac{\partial P(z, n, t)}{\partial z} - [1 - (1 - S(t))A(z)] \frac{\partial P(0, n, t)}{\partial z} + \frac{\partial P(0, n - 1, t)}{\partial z} S(t)A(z). \quad (1)$$

Обозначим

$$H(z, u, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{ju n} P(z, n, t) = R(z)M\{e^{ju n(t)} | z(t) = z\}. \quad (2)$$

Следовательно, функция $H(z, u, t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial H(z, u, t)}{\partial t} = \frac{\partial H(z, u, t)}{\partial z} - [1 - (1 - S(t))A(z)] \frac{\partial H(0, u, t)}{\partial z} + e^{ju} \frac{\partial H(0, u, t)}{\partial z} S(t)A(z). \quad (3)$$

Получим для этих функций задачу Коши.