

Вестник

Томского государственного университета

ПРИЛОЖЕНИЕ

№ 1(I)

СЕНТЯБРЬ 2002

*Материалы
научных конференций,
симпозиумов, школ,
проводимых в ТГУ*



В Е С Т Н И К
ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

ОБЩЕНАУЧНЫЙ ПЕРИОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Свидетельства о регистрации: бумажный вариант № 018694, электронный вариант № 018693
выданы Госкомпечати РФ 14 апреля 1999 г.
ISSN: печатный вариант – 1561-7793; электронный вариант – 1561-803X
от 20 апреля 1999 г. Международного Центра ISSN (Париж)

№ 1 (I)

ПРИЛОЖЕНИЕ

Сентябрь 2002

ДОКЛАДЫ

**IV Всероссийской конференции с международным участием
«Новые информационные технологии в исследовании сложных структур»
и Сибирской научной школы-семинара «Проблемы компьютерной безопасности»
(Томск, ТГУ, 10 – 13 сентября 2002 г.)**

СОДЕРЖАНИЕ

Секция I

СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Ахмедова Д.Д., Змеев О.А. Нахождение характеристик страховой компании с нестационарным входящим потоком и ограниченным числом рисков.....	3
Васильева Л.А. Оценивание параметров дважды стохастического потока событий в условиях присутствия мертвого времени.....	9
Глушков А.С., Задорожный А.Ф. Мониторинг трафика загрузки канала корпоративной сети.....	14
Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание параметров полусинхронного дважды стохастического потока событий методом моментов.....	18
Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание параметров синхронного дважды стохастического потока событий методом моментов.....	24
Грибанова П.И., Назаров А.А. Исследование асимптотических средних характеристик неустойчивых сетей связи.....	29
Гуревич И.М. Об устойчивости Интернет.....	34
Довженок Т.С. Инвариантность стационарного распределения сетей с обходами и динамической маршрутизацией.....	37
Дудин А.Н., Клименок В.И. Об одном классе многомерных цепей Маркова.....	42
Евдокимович В.Е. Стационарное распределение замкнутых сетей с динамическими характеристиками и ограниченными временами ожидания.....	47
Задорожный А.Ф., Предеин А.А., Тарков М.С. Организация сетевого доступа к многопользовательской транзакционной системе.....	51
Карташов В.Я., Новосельцева М.А. Анализ стационарности случайного процесса с помощью модели структурной функции в форме непрерывной дроби.....	55
Катаева С.С. Об одном подходе к исследованию и распознаванию МС-потока событий.....	61
Клименок В.И., Бриль О.А. Система массового обслуживания MMAP/SM/1 с повторами и частичной потерей первичных требований.....	63
Колоусов Д.В., Назаров А.А. Исследование выходящего потока локальной вычислительной сети с протоколом случайного доступа.....	68
Корягин М.Е., Чекменев В.А. Оптимизация распределения грузопотоков по транспортной сети.....	73
Кравченко С.В., Малинковский Ю.В. Мультипликативность стационарного распределения открытых стохастических сетей с отрицательными заявками.....	78
Кузнецов Д.Ю. Определение вероятностно-временных характеристик сети связи с резервированием канала, управляемой адаптивным протоколом случайного множественного доступа.....	83
Никитина М.А. Исследование сети связи с h_2 -настойчивым протоколом доступа и дискретным контролем сигнала оповещения о конфликте.....	87
Нуеман А.Ю. Открытые сети с многорежимными стратегиями обслуживания и отрицательными заявками.....	90
Уразбаева С.У. Исследование математических моделей оптоволоконных сетей связи с топологией двойной шины.....	94
Царенков Г.В. Расчет стационарных вероятностей системы массового обслуживания MMAP SM 1 с общим управляющим процессом потоков первичных и повторных требований.....	100

Секция 2

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Карташов В.Я., Алтемерова О.А. Построение оптимальных алгоритмов управления линейными объектами на основе отношения эквивалентности моделей.....	106
Перепелкин Е.А. Синтез многосвязных систем с заданным качеством переходных процессов на основе метода прогнозирующего управления	112
Сафронова И.Е., Рожкова С.В. Оптимальная передача стохастических процессов по каналам с памятью при наличии бесшумной обратной связи.....	117
Сафронова И.Е., Рожкова С.В. О структуре количества информации в совместной задаче фильтрации, интерполяции и экстраполяции по непрерывно-дискретным наблюдениям с памятью	123
Сорокин А.В. Задание нулей в линейной многомерной системе управления с одним входом и выходом и неправильной передаточной функцией	128
Чистов В.П., Захарова Г.Б. Управляемость линейных целочисленных дискретных систем с ограничениями.....	134
Якупов Р.Т. Оптимизация состава средств измерительного комплекса для динамических систем со стационарным режимом	137

Секция 3

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Гальперин В.А., Домбровский В.В. Динамическое управление самофинансируемым инвестиционным портфелем при квадратической функции риска в дискретном времени	141
Дёмин Н.С., Лазатникова А.В. Исследование портфеля, капитала и стоимости опциона в случае стандартного Европейского опциона продажи с непрерывным временем.....	147
Демин Н.С., Кулешова Е.В., Решетникова Г.Н. Об эквивалентности решений задачи управления односекторной экономикой в моделях Солоу и Рамсея.....	150
Домбровский В.В., Ляшенко Е.А. Робастное управление линейными системами со случайными параметрами и мультипликативными шумами с применением к оптимизации инвестиционного портфеля	154
Кац В.М., Лившиц К.И. Характеристики страховой компании при малой нагрузке страховой премии для классической модели.....	159
Кац В.М., Лившиц К.И. Конкурентное взаимодействие двух страховых компаний на ограниченном страховом рынке.....	163
Параев Ю.И. Решение двухкритериальной задачи оптимального производства и сбыта товара.....	167
Перепелкин Е.А. Управление процессом производства, хранения и поставок товаров потребителям с учетом технологических ограничений	172
Смагин В.И. Дискретное локально-оптимальное управление портфелем ценных бумаг	176
Сотникова Е.Е. Расчет средней цены производных ценных бумаг при случайной волатильности и процентной ставке	180
Тарасенко П.Ф. Оптимальные тесты, основанные на индикаторах событий.....	185
Ткалич Т.А., Поттосниа С.А. Модели оценивания эффективности функционирования корпоративных информационных систем	190
Чаусоза Е.В. Динамическая модель управления запасами с интервальной неопределенностью спроса.....	195
Шиширин М.Ю. Дискретный опцион продажи Европейского типа в случае произвольного числа рисковых активов.....	201
РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ	205

Секция 1

СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

УДК 519.2

**НАХОЖДЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ
С НЕСТАЦИОНАРНЫМ ВХОДЯЩИМ ПОТОКОМ И ОГРАНИЧЕННЫМ ЧИСЛОМ РИСКОВ**

Д.Д. Ахмедова*, О.А. Змеев**

*Томский государственный университет, г. Томск

**Анжеро-Судженский филиал Кемеровского государственного университета, г. Анжеро-Судженск

E-mail: *dina@fpmk.tsu.ru, **zoa@asf.ru

Рассматривается модель страховой компании с нестационарным входящим потоком страховых рисков. Считается, что число рисков ограничено. Находятся характеристики капитала и числа страховых рисков компании.

Ключевые слова: модель, страховая компания, капитал, застрахованные риски, статистические характеристики.

В настоящее время широкий интерес вызывают математические модели так называемой актуарной математики, изучающей различные аспекты страхового дела. В работах [2–4] предложены и исследованы модели страховых компаний при различных условиях, однако в них считается, что входящий поток застрахованных рисков стационарный. В данной работе рассматривается модель страховой компании при условии, что входящий поток рисков нестационарный и число рисков ограничено.

Пусть в момент времени t состояние страховой компании характеризуется двумя величинами: капиталом компании $S(t)$ и числом застрахованных рисков $k(t)$. Будем считать, что число потенциальных клиентов компании ограничено, то есть не может превысить числа N . В компанию поступает поток новых рисков, который мы будем считать пуассоновским потоком событий переменной интенсивности $(N - k(t))\lambda(t)$. Будем также считать, что вид $\lambda(t)$ известен (например, сезонные колебания страхования транспорта и т.д.) и что каждый приходящий риск вносит в капитал компании случайную величину ξ с $M\{\xi\} = a_1(t)$ и $M\{\xi^2\} = a_2(t)$. Так как величина первого страхового взноса – это прерогатива компании и может устанавливаться по её усмотрению, то будем считать, что $a_1(t)$ и $a_2(t)$ также зависят от времени и являются величинами, которыми можно управлять.

Будем далее считать, что каждый из застрахованных рисков выплачивает дополнительные взносы в размере η с $M\{\eta\} = b_1$ и $M\{\eta^2\} = b_2$. Взносы осуществляются независимо друг от друга с интенсивностью $\mu_1 k(t)$.

Далее, могут наступать страховые случаи. Будем считать, что с каждым риском может наступить страховой случай с интенсивностью $\mu_2 k(t)$ и эти страховые случаи для различных рисков независимы. При наступлении страхового случая компания выплачивает страховое возмещение в размере ζ с $M\{\zeta\} = c_1$ и $M\{\zeta^2\} = c_2$.

Наконец, с интенсивностью $\mu k(t)$ страховое время некоторых рисков заканчивается, и они покидают компанию независимо от поведения других рисков.

Найдем статистические характеристики процессов $S(t)$ и $k(t)$, определим оптимальные в каком-то смысле $a_1(t)$ и $a_2(t)$. Заметим, что так как $\lambda(t)$ зависит от t , то эти характеристики также будут зависеть от t .

Вообще говоря, величина страхового взноса $a_1(t)$ влияет на интенсивность потока входящих рисков, так как уменьшение $a_1(t)$ приводит к увеличению $\lambda(t)$ и, наоборот, при увеличении $a_1(t)$ число желающих застраховаться уменьшается. Поэтому в общем случае надо считать, что λ зависит от $a_1(t)$ и t , то есть $\lambda = \lambda(a_1, t)$. Для конкретизации будем считать, что

$$\lambda(t) = F(a_1(t))\lambda_0(t), \quad (1)$$

где $F(0) = 1$, $F(+\infty) = 0$ и $F(a_1)$ монотонно убывает с ростом a_1 , а $\lambda_0(t)$ имеет в этом случае смысл максимальной интенсивности потока рисков, желающих застраховаться.

Рассмотрим два близких момента t и $t + \Delta t$. Тогда можно считать, что

$$k(t + \Delta t) = k(t) + \Delta k(t), \quad (2)$$

где, в силу сделанных предположений,

$$\Delta k(t) = \begin{cases} +1, & \text{с вероятностью } (N - k(t))\lambda(t)\Delta t + o(\Delta t), \\ -1, & \text{с вероятностью } \mu k(t)\Delta t + o(\Delta t), \\ 0, & \text{с вероятностью } 1 - ((N - k(t))\lambda(t) + \mu k(t))\Delta t + o(\Delta t). \end{cases} \quad (3)$$

Обозначим $M\{k(t)\} = k_1(t)$. Тогда, усредняя (2) по флуктуациям $\Delta k(t)$, получим

$$k_1(t + \Delta t) = k_1(t) + (\lambda(t) - \mu k_1(t))\Delta t + o(\Delta t).$$

Отсюда легко получить, что

$$\frac{dk_1(t)}{dt} + (\mu + \lambda(t))k_1(t) = N\lambda(t). \quad (4)$$

Будем считать, что число застрахованных рисков в момент времени t_0 нам известно и равно $k(t_0)$. Тогда очевидно, что $k_1(t_0) = k(t_0)$. Решение уравнения (4) имеет вид

$$k_1(t) = k(t_0)e^{-\mu(t-t_0) - \int_{t_0}^t \lambda(x)dx} + N \int_{t_0}^t \lambda(z)e^{-\mu(t-z) - \int_z^t \lambda(x)dx} dz. \quad (5)$$

Рассмотрим случай, когда страховая компания функционирует достаточно долго. Этому соответствует ситуация, когда $t_0 \rightarrow -\infty$. После этого предельного перехода формула (5) примет вид

$$k_1(t) = N \int_{-\infty}^t \lambda(z)e^{-\mu(t-z) - \int_z^t \lambda(x)dx} dz. \quad (6)$$

Обозначим $M\{k^2(t)\} = k_2(t)$ и $D_k(t) = k_2(t) - k_1^2(t)$. Из соотношения (2) имеем

$$k^2(t + \Delta t) = k^2(t) + \Delta k^2(t) + 2k(t)\Delta k(t). \quad (7)$$

Усредним (7) по флуктуациям $\Delta k(t)$, считая траекторию $k(u)$ известной для $t_0 \leq u \leq t$. Тогда имеем

$$M\{k^2(t + \Delta t)/k(u)\} = k^2(t) + 1((N - k(t))\lambda(t) + \mu k(t))\Delta t + 2k(t)((N - k(t))\lambda(t) - \mu k(t))\Delta t + o(\Delta t).$$

Далее, усредняя теперь это соотношение по значениям $k(t)$, получим уравнение для $k_2(t)$:

$$\frac{dk_2(t)}{dt} + 2(\mu + \lambda(t))k_2(t) = N\lambda(t) + (\mu - \lambda(t))k_1(t) + 2N\lambda(t)k_1(t). \quad (8)$$

Выведем уравнение для дисперсии. Имеем

$$\frac{dD_k(t)}{dt} = \frac{dk_2(t)}{dt} - 2k_1(t)\frac{dk_1(t)}{dt}.$$

С учетом (4)

$$2k_1(t)\frac{dk_1(t)}{dt} = 2k_1(t)[N\lambda(t) - (\mu + \lambda(t))k_1(t)].$$

Вычитая это соотношение из (8), получаем уравнение для дисперсии числа рисков компании:

$$\frac{dD_k(t)}{dt} + 2(\mu + \lambda(t))D_k(t) = N\lambda(t) + (\mu - \lambda(t))k_1(t). \quad (9)$$

С учетом того, что число застрахованных рисков в момент времени t_0 нам известно, естественно считать $D_k(t_0) = 0$. Решение уравнения (9)

$$D_k(t) = \int_{t_0}^t \left(N\lambda(z) + k_1(z)(\mu - \lambda(z)) e^{-2\mu(t-z) - 2\int_z^t \lambda(x) dx} \right) dz \quad (10)$$

при $t_0 \rightarrow -\infty$ имеет вид

$$D_k(t) = \int_{-\infty}^t N\lambda(z) e^{-2\mu(t-z) - 2\int_z^t \lambda(x) dx} dz + \int_{-\infty}^t (\mu - \lambda(z)) \times \\ \times \left(\int_{-\infty}^z N\lambda(u) e^{-\mu(t-u) - \int_u^z \lambda(x) dx} du \right) e^{-2\mu(t-z) - 2\int_z^t \lambda(x) dx} dz. \quad (11)$$

Найдем функцию ковариации процесса $k(t)$. Обозначим $\bar{C}(t_1, t_2) = M\{k(t_1)k(t_2)\}$, тогда $C_k(t_1, t_2) = \bar{C}(t_1, t_2) - k_1(t_1)k_1(t_2)$. Пусть $t_2 > t_1$, тогда

$$k(t_2 + \Delta t_2) = k(t_2) + \Delta k(t_2),$$

$$k(t_1)k(t_2 + \Delta t_2) = k(t_1)k(t_2) + k(t_1)\Delta k(t_2).$$

Считая реализацию $k(t)$ фиксированной для $-\infty < t \leq t_2$ и усредняя по $\Delta k(t)$, получим

$$M\{k(t_1)k(t_2) / k(u)\} = k(t_1)k(t_2) + k(t_1)[(N - k(t_2))\lambda(t_2) - \mu k(t_2)]\Delta t_2 + o(\Delta t_2),$$

а затем и по реализациям процесса $k(t)$ получим

$$\bar{C}(t_1, t_2 + \Delta t_2) = \bar{C}(t_1, t_2) + N\lambda(t_2)k_1(t_1)\Delta t_2 - \\ - (\lambda(t_2) - \mu)\bar{C}(t_1, t_2)\Delta t_2 + o(\Delta t_2), \quad (12)$$

отсюда

$$\frac{d\bar{C}(t_1, t_2)}{dt} + (\mu + \lambda(t_2))\bar{C}(t_1, t_2) = N\lambda(t_2)k_1(t_1). \quad (13)$$

С другой стороны,

$$\frac{\partial(k_1(t_1)k_1(t_2))}{\partial t_2} = k_1(t_1)\frac{dk_1(t_2)}{dt_2}, \\ k_1(t_1)\frac{dk_1(t_2)}{dt_2} = k_1(t_1)[N\lambda(t_2) - (\mu + \lambda(t_2))k_1(t_2)]. \quad (14)$$

Вычитая (14) из (13), получим уравнение для функции ковариации $k(t)$:

$$\frac{\partial C_k(t_1, t_2)}{\partial t_2} + (\mu + \lambda(t_2))C_k(t_1, t_2) = 0. \quad (15)$$

Так как $C(t_1, t_1) = D_k(t_1)$, то в общем виде выражение для ковариации можно записать так:

$$C_k(t_1, t_2) = D_k(\min(t_1, t_2)) e^{-\mu|t_2 - t_1| - \int_{\min(t_1, t_2)}^{\max(t_1, t_2)} \lambda(x) dx}. \quad (16)$$

Процесс $k(t)$ является управляющим процессом для капитала компании, так как все изменения капитала связаны с застрахованными рисками, их приходом и уходом. Поэтому все характеристики капитала $S(t)$ выражаются через характеристики $k(t)$.

Выведем теперь характеристики капитала компании. Рассмотрим промежуток времени $[t, t + \Delta t]$ и обозначим через $\Delta S(t)$ изменение капитала на этом промежутке. В силу математической модели компании имеем

$$\Delta S(t) = \begin{cases} \xi, & \text{с вероятностью } (N - k(t))\lambda(t)\Delta t + o(\Delta t), \\ \eta, & \text{с вероятностью } \mu_1 k(t)\Delta t + o(\Delta t), \\ -\zeta, & \text{с вероятностью } \mu_2 k(t)\Delta t + o(\Delta t), \\ 0, & \text{с вероятностью } 1 - ((N - k(t))\lambda(t) + \mu_1 k(t) + \mu_2 k(t))\Delta t + o(\Delta t). \end{cases} \quad (17)$$

Основное соотношение имеет вид

$$S(t + \Delta t) = S(t) + \Delta S(t). \quad (18)$$

Пусть траектория $k(t)$ фиксирована. Тогда

$$M\{\Delta S(t)/k(t)\} = M\{\xi\}(N - k(t))\lambda(t)\Delta t + M\{\eta\}\mu_1 k(t)\Delta t - M\{\zeta\}\mu_2 k(t)\Delta t + o(\Delta t); \quad (19)$$

$$M\{\Delta S(t)/k(t)\} = a_1(t)(N - k(t))\lambda(t)\Delta t + (b_1\mu_1 - c_1\mu_2)k(t)\Delta t + o(\Delta t) \quad (20)$$

и

$$M\{S(t + \Delta t)/k(t)\} = M\{S(t)/k(t)\} + a_1(t)(N - k(t))\lambda(t)\Delta t + (b_1\mu_1 - c_1\mu_2)k(t)\Delta t + o(\Delta t). \quad (21)$$

Обозначим $M\{S(t)\} = S_1(t)$. Далее, проводя аналогичные преобразования, можем записать выражения для математического ожидания капитала компании:

$$\frac{dS_1(t)}{dt} = Na_1(t)\lambda(t) + (b_1\mu_1 - c_1\mu_2 - a_1(t)\lambda(t))k_1(t). \quad (22)$$

Тогда, считая, что $S_1(0) = S_0$, решение последнего уравнения запишем в виде

$$S_1(t) = S_0 + \int_0^t Na_1(u)\lambda(u)du - \int_0^t k_1(u)a_1(u)\lambda(u)du + (b_1\mu_1 - c_1\mu_2) \int_0^t k_1(u)du. \quad (23)$$

Выведем уравнение для дисперсии капитала компании. Имеем

$$S^2(t + \Delta t) = S^2(t) + 2S(t)\Delta S(t) + \Delta S^2(t). \quad (24)$$

Так как

$$\Delta S^2(t) = \begin{cases} \xi^2, & \text{с вероятностью } (N - k(t))\lambda(t)\Delta t + o(\Delta t), \\ \eta^2, & \text{с вероятностью } \mu_1 k(t)\Delta t + o(\Delta t), \\ \zeta^2, & \text{с вероятностью } \mu_2 k(t)\Delta t + o(\Delta t), \\ 0, & \text{с вероятностью } 1 - ((N - k(t))\lambda(t) + \mu_1 k(t) + \mu_2 k(t))\Delta t + o(\Delta t), \end{cases} \quad (25)$$

то при фиксированном $k(t)$

$$M\{\Delta S^2(t)/k(t)\} = [a_2(t)(N - k(t))\lambda(t) + (\mu_1 b_2 + \mu_2 c_2)k(t)]\Delta t + o(t). \quad (26)$$

Поэтому, усредняя (24) при фиксированной траектории $k(t)$,

$$M\{S^2(t + \Delta t)/k(t)\} = M\{S^2(t)/k(t)\} + 2M\{S(t)/k(t)\}M\{\Delta S(t)/k(t)\} + M\{\Delta S^2(t)/k(t)\}, \quad (27)$$

где учтено, что при фиксированной траектории $k(t)$ величины $S(t)$ и $\Delta S(t)$ независимы.

Отсюда имеем

$$\begin{aligned} M\{S^2(t+\Delta t)/k(t)\} &= M\{S^2(t)/k(t)\} + 2M\{S(t)/k(t)\} \times \\ &\times [a_1(t)(N-k(t))\lambda(t) + (b_1\mu_1 - c_1\mu_2)k(t)]\Delta t + \\ &+ [a_2(t)(N-k(t))\lambda(t) + (\mu_1b_2 + \mu_2c_2)k(t)]\Delta t + o(\Delta t). \end{aligned} \quad (28)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{dM\{S^2(t)/k(t)\}}{dt} &= 2 \times \left[\int_0^t Na_1(u)\lambda(u) du - \int_0^t k(u)a_1(u)\lambda(u) du + \right. \\ &+ (b_1\mu_1 - c_1\mu_2) \int_0^t k(u) du \left. \right] \times [a_1(t)(N-k(t))\lambda(t) + (b_1\mu_1 - c_1\mu_2)k(t)] + \\ &+ [a_2(t)(N-k(t))\lambda(t) + (\mu_1b_2 + \mu_2c_2)k(t)]. \end{aligned} \quad (29)$$

Обозначим $M\{S^2(t)\} = S_2(t)$. Тогда, усредняя последнее выражение по траекториям $k(t)$, получим

$$\begin{aligned} \frac{dS_2(t)}{dt} &= 2 \times \left[\int_0^t Na_1(u)\lambda(u) du - \int_0^t k_1(u)a_1(u)\lambda(u) du + \right. \\ &+ (b_1\mu_1 - c_1\mu_2) \int_0^t k_1(u) du \left. \right] \times [a_1(t)(N-k_1(t))\lambda(t) + (b_1\mu_1 - c_1\mu_2)k_1(t)] + \\ &+ [a_2(t)(N-k_1(t))\lambda(t) + (\mu_1b_2 + \mu_2c_2)k_1(t)]. \end{aligned} \quad (30)$$

Пусть $D_s(t) = S_2(t) - S_1^2(t)$ есть дисперсия капитала в момент времени t . Тогда

$$\frac{dD_s(t)}{dt} = \frac{dS_2(t)}{dt} - 2S_1(t) \frac{dS_1(t)}{dt}. \quad (31)$$

Принимая все известные нам выражением и рассматривая, для простоты, лишь случай $S_0 = 0$, получим

$$\begin{aligned} 2S_1(t) \frac{dS_1(t)}{dt} &= 2 \left[Na_1(t)\lambda(t) + k_1(t)(b_1\mu_1 - c_1\mu_2 - a_1(t)\lambda(t)) \right] \times \\ &\times \left[\int_0^t Na_1(u)\lambda(u) du - \int_0^t a_1(u)\lambda(u)k_1(u) du + (b_1\mu_1 - c_1\mu_2) \int_0^t k_1(u) du \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{D_s(t)}{dt} &= Na_2(t)\lambda(t) + (b_2\mu_1 + c_2\mu_2 - a_2(t)\lambda(t))k_1(t) + \\ &+ 2(b_1\mu_1 - c_1\mu_2 - a_1(t)\lambda(t)) \int_0^t C_k(t,u) [b_1\mu_1 - c_1\mu_2 - a_1(u)\lambda(u)] du. \end{aligned} \quad (33)$$

Так как при $t=0$ капитал считается точно известным, то $D_s(t)=0$. Интегрируя последнее выражение, получаем

$$\begin{aligned} D_s(t) &= N \int_0^t a_2(u)\lambda(u) du + (b_2\mu_1 + c_2\mu_2) \int_0^t k_1(u) du - \\ &- \int_0^t k_1(u)a_2(u)\lambda(u) du + 2(b_1\mu_1 - c_1\mu_2)^2 \int_0^t \int_0^z C_k(z,u) dudz - \\ &- 2(b_1\mu_1 - c_1\mu_2) \int_0^t \int_0^z C_k(z,u) [a_1(u)\lambda(u) + a_1(z)\lambda(z)] dudz + \\ &+ 2 \int_0^t \int_0^z C_k(z,u) a_1(u)\lambda(u) a_1(z)\lambda(z) dudz. \end{aligned} \quad (34)$$

Найдем еще величину $C_{sk}(t) = M\{S(t)k(t)\} - S_1(t)k_1(t)$, то есть ковариацию между значениями капитала и числом застрахованных рисков в один и тот же момент времени.

Пусть реализация $k(t)$ фиксирована. Тогда

$$k(t)M\{S(t)/k(t)\} = k(t) \int_0^t N a_1(u) \lambda(u) du - k(t) \int_0^t k(u) a_1(u) \lambda(u) du + \\ + k(t)(b_1 \mu_1 - c_1 \mu_2) \int_0^t k(u) du.$$

Отсюда, усредняя по реализациям процесса $k(t)$, получим

$$M\{S(t)k(t)\} = k_1(t) \int_0^t N a_1(u) \lambda(u) du - \int_0^t \bar{C}(t,u) a_1(u) \lambda(u) du + \\ + (b_1 \mu_1 - c_1 \mu_2) \int_0^t \bar{C}(t,u) du. \quad (35)$$

С другой стороны,

$$S_1(t)k_1(t) = k_1(t) \int_0^t N a_1(u) \lambda(u) du - \int_0^t k_1(t)k_1(u) a_1(u) \lambda(u) du + \\ + (b_1 \mu_1 - c_1 \mu_2) \int_0^t k_1(t)k_1(u) du. \quad (36)$$

Вычитая (36) из (35), получим функцию ковариации между значениями капитала и числа застрахованных рисков в один и тот же момент времени:

$$C_{sk}(t) = (b_1 \mu_1 - c_1 \mu_2) \int_0^t C_k(t,u) du - \int_0^t C_k(t,u) a_1(u) \lambda(u) du, \quad (37)$$

где $C_k(t,u)$ выражается формулой (16).

ЛИТЕРАТУРА

1. Panjer H.H., Willmot G.E. Insurance Risk Models. – Society of actuaries, 1992. – 442 с.
2. Змеев О.А. // Математическое моделирование. Кибернетика. Информатика. – 1999. – С.67-72.
3. Ахмедова Д.Д., Терпугов А.Ф. Математическая модель функционирования страховой компании с учетом расходов на рекламу // Изв. вузов. Физика. – 2001. – №1. – С. 25-28.
4. Ахмедова Д.Д., Змеев О.А. Оптимизация расходов на рекламу при деятельности страховой компании // Изв. вузов. Физика. – 2001. – №6. – С.3-6.