

На правах рукописи

Борзенко Евгений Иванович

**Численное моделирование течений реологически
сложной жидкости в плоских каналах**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск – 2009

Работа выполнена на кафедре математической ГОУ ВПО «Томский государственный университет»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник
Якутенок Владимир Альбертович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
Воеводин Анатолий Федорович,

доктор физико-математических наук,
профессор
Бубенчиков Алексей Михайлович,

Ведущая организация: ФГУП «ФЦДТ «Союз», г. Дзержинский,
Московской обл.

Защита состоится 25 декабря 2009 года в 14-30 на заседании диссертационного совета Д 212.267.13 при ГОУ ВПО «Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ГОУ ВПО «Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 34а.

Автореферат разослан 22.10.2009г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор технических наук

Ю.Ф. Христенко

теория, эксперимент и новые технологии : тез. докл. VI всероссийской конф. молодых ученых. Новосибирск, 6–8 фев. 2007 г. / Институт теоретической и прикладной механики СО РАН. – Новосибирск, 2007. – С. 11-12.

4. Борзенко Е.И. Численное моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью на основе метода SIMPLE / Е.И. Борзенко, В.А. Якутенок // Математическое моделирование. – 2007. – Т. 19, № 3. – С. 52-58.

5. Борзенко Е.И. Моделирование течений вязкой жидкости при заполнении плоских каналов / Е.И. Борзенко // Неравновесные процессы в сплошных средах : материалы всероссийской конф. молодых ученых. – Пермь, 2007. – С. 86-89.

6. Борзенко Е.И. Эволюция свободной поверхности при заполнении плоских каналов вязкой жидкостью / Е.И. Борзенко, В.А. Якутенок // Изв. РАН. МЖГ. – 2008. – № 1. – С. 24-30.

7. Борзенко Е.И. Учет поверхностного натяжения при моделировании заполнения плоских каналов вязкой жидкостью / Е.И. Борзенко // Фундаментальные науки и образование : материалы II всероссийской научно-практической конф. Бийск, 30 янв. – 1 фев. 2008 г. / БПГУ им. В.М. Шукшина. – Бийск, 2008. – С. 66-69.

8. Борзенко Е.И. Моделирование процесса истечения вязкой жидкости из вертикальных каналов / Е.И. Борзенко // Физика и химия высокоэнергетических систем : сборник материалов IV всероссийской конф. молодых ученых. Томск, 22–25 апр. 2008 г. – Томск : ТМЛ-Пресс, 2008. – С. 181.

9. Borzenko E.I. Evolution of the Free Surface of a Plane Channel during Filling with a Viscous Fluid / E.I. Borzenko, V.A. Yakutenok // Fluid Dynamics. – 2008. – V. 43, № 1. – P. 20-25.

10. Борзенко Е.И. Моделирование процесса истечения вязкой жидкости из емкостей с последующим заполнением каналов / Е.И. Борзенко, А.В. Новошинцев, Г.Р. Шрагер, В.А. Якутенок // Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения : сб. тез. 3-ей всероссийской конф. с участием зарубежных ученых. Бийск 28 июня – 3 июля 2008 г. / Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН. – Новосибирск, 2008. – С. 28.

11. Борзенко Е.И. Численное моделирование течений неньютоновской жидкости с использованием процедуры SIMPLE / Е.И. Борзенко, Г.Р. Шрагер, В.А. Якутенок // Материалы VI всероссийской научной конф., посвященной 130-летию ТГУ и 40-летию НИИПММ. Томск, 30 сен. – 2 окт. 2008 г. – Томск : ТМЛ-Пресс, 2008. – С. 450-451.

12. Борзенко Е.И. Заполнение плоских каналов неньютоновской жидкостью в поле силы тяжести / Е.И. Борзенко // Физика и химия высокоэнергетических систем : сборник материалов V Всероссийской конференции молодых ученых. Томск, 22–25 апр. 2009 г. – Томск : ТМЛ-Пресс, 2008. – С. 254-257.

13. Борзенко Е.И. Заполнение каналов неньютоновской жидкостью в поле силы тяжести / Е.И. Борзенко, Г.Р. Шрагер, В.А. Якутенок // Изв. РАН. МЖГ. – 2009. – № 6. – С. 40-47.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработан и протестирован алгоритм реализации конечно-разностного метода для исследования плоских реологически сложных течений жидкости со свободной поверхностью с учетом нестационарности и инерционных эффектов. Проведено сравнение результатов с имеющимися в литературе данными.

2. Показана зависимость установившихся форм свободной поверхности при заполнении канала неньютоновской жидкостью от параметров задачи, а также характерные особенности фонтанирующего течения в случае подачи жидкости снизу вверх ($0.1 \leq Re \leq 50$, $1 \leq W \leq 50$, $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{5}$, $0.8 \leq k \leq 1$).

3. Выявлен режим заполнения с образованием воздушных полостей на стенках канала и определены критические значения безразмерных критериев, при которых возникают подобные включения.

4. В случае заполнения канала в направлении силы тяжести обнаружено три режима течения: режим полного заполнения, переходный режим с образованием воздушных полостей на твердых стенках и режим струйного течения. Определены значения безразмерных критериев, разделяющих отмеченные режимы для степенной жидкости ($0.8 \leq k \leq 1$).

5. Исследована эволюция поведения квазитвердых ядер в процессе заполнения канала вязкопластичной жидкостью Шведова-Бингама в диапазоне изменения параметра вязкопластичности Se от 0 до 5.

Основные положения диссертации отражены в следующих публикациях

1. Борзенко Е.И. Численное моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью на основе метода SIMPLE / Е.И. Борзенко, В.А. Якутенок // Физика и химия наноматериалов : сб. материалов международной школы-конф. молодых ученых. Томск, 13–16 дек. 2005 г. – Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 2005. – С. 304-307.

2. Борзенко Е.И. Формирование формы свободной поверхности при заполнении цилиндрического канала вязкой жидкостью / Е.И. Борзенко, В.А. Якутенок // Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент : материалы 5-й международной научной конф., посвященной 10-летию Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева. Астана, 15-17 июня 2006 г. – Астана : Изд-во ЕНУ, 2006. – Ч. 2. – С. 98-101.

3. Борзенко Е.И. Численное исследование заполнения плоского канала вязкой жидкостью / Е.И. Борзенко, В.А. Якутенок // Проблемы механики:

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертационная работа посвящена решению фундаментальных и прикладных задач о течениях ньютоновских и неньютоновских сред со свободной поверхностью в плоской постановке. Основой численных исследований рассматриваемых течений является конечно-разностная методика.

Актуальность темы. Исследования течений реологически сложных жидкостей со свободными поверхностями представляют большой интерес для ряда отраслей промышленности и науки. В частности, в отдельный класс можно выделить задачи о заполнении каналов различной конфигурации вязкой жидкостью. Они встречаются в технологиях изготовления изделий из полимерных материалов методом свободного литья или литья под давлением на этапах прохождения жидкостью элементов технологической оснастки, в технологиях формования, в металлургии, в пищевой промышленности и во многих других производствах [Глушков И.А., Милехин Ю.М., Меркулов В.М. Банзула Ю.Б. Моделирование формования изделий из свободно литьевых-композиций. – М.: Архитектура-С, 2007. – 362с.]. Таким образом, изучение различных аспектов процесса заполнения является важной практической задачей. В частности, с технологической точки зрения важно определение характерных режимов течения, а также значений параметров, при которых реализуется соответствующий режим. Моделирование гидродинамических процессов течения вязкой жидкости со свободной поверхностью осложнено наличием нелинейных уравнений со сложными граничными условиями и меняющейся во времени областью течения. Дополнительные трудности возникают в связи со сложным реологическим поведением рассматриваемых жидких сред. Аналитическое решение такого класса задач не удастся получить даже для простых видов течений.

В связи с этим большое распространение для исследования течений вязкой жидкости со свободной поверхностью получили численные методы. Выбор того или иного метода решения определяется спецификой задачи, а именно, геометрией области течения, значениями определяющих параметров, формой свободной поверхности и некоторыми другими факторами. Также актуально повышение точности расчетов, поэтому появилось много модификаций оригинальных методик. Они направлены на повышения точности расчетов и учет различных физических явлений, таких как силы поверхностного натяжения, краевой динамический угол, сложное реологическое поведение и т.п.

В представленной работе разработана и протестирована конечно-разностная методика решения нестационарных задач течения неньютоновской жидкости со свободной поверхностью. В основе методики лежит совместное использование алгоритма SIMPLE и метода инвариантов. С ее помощью решены задачи о течении реологически сложной жидкости со свободной поверхностью:

- 1) заполнение плоского канала, расположенного в общем случае наклонно, когда сила тяжести действует против направления движения;
- 2) заполнение вертикального плоского канала, когда вектор силы тяжести совпадает с направлением движения.

Одними из основных факторов, влияющих на кинематику течения жидкости, являются ее реологические свойства. При моделировании процессов заполнения в данной работе использовались следующие реологические модели: Ньютона, Оствальда – де Вилия, Шведова-Бингама. Выбор данных моделей объясняется их простотой и широким распространением в практике моделирования течений неньютоновских сред.

В процессе заполнения канала, когда жидкость подается против направления силы тяжести, существуют режимы с образованием воздушных включений. Впоследствии они могут явиться возможной причиной возникновения дефектов в готовом изделии, что приводит к ухудшению или полному несоответствию изделия заданным техническим параметрам.

В случае заполнения канала при совпадении направления движения и гравитации характерной особенностью является наличие двух режимов: режим полного заполнения и струйный. Первый важен, когда необходимо сплошным образом заполнить сливную систему без образования воздушных полостей. С другой стороны в случае полного заполнения гидродинамическое сопротивление, возникающее за счет условия прилипания на стенках канала, гораздо больше, чем в случае струйного режима, и это может оказаться существенным во многих технологических процессах. Исследование распределений кинематических и динамических характеристик для отмеченных режимов является важным с точки зрения организации технологического процесса.

Целью данной работы является:

- разработка вычислительной методики расчета течений реологически сложной несжимаемой жидкости со свободной поверхностью на основе конечно-разностных методов;

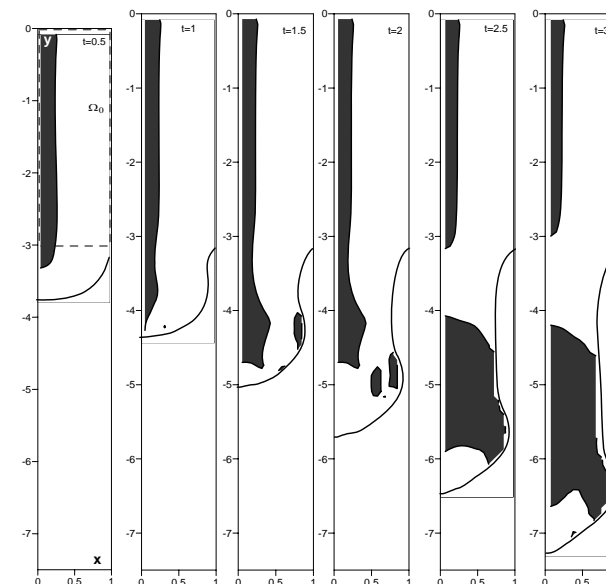


Рисунок 14 – Эволюция квазитвердых ядер
($Re=0.1$, $W=5$, $k=1$, $Se=1$)

При заполнении канала сплошным образом вязкопластичной жидкостью динамика квазитвердых ядер практически совпадает с вариантом заполнения, когда сила тяжести и направление потока противоположны. Далее рассматривается заполнение канала жидкостью с пределом текучести и эволюция квазитвердых ядер в случае струйного режима (рис.14). На начальном этапе течения ядро образуется вблизи оси симметрии. По форме и размерам оно практически совпадает с начальным ядром для режима полного заполнения. С течением времени поверхность выгибается, а квазитвердая зона уменьшается. По мере того как на переднем фронте свободной границы развивается каплевидное образование ($t=1-2.5$), в нем возникают новые ядра, а контур ядра на оси симметрии вблизи входа приобретает стационарную форму. Его ширина соответствует ширине квазитвердой зоны при установившемся течении вязкопластичной жидкости в бесконечном канале. К моменту времени $t=3$ практически все каплевидное образование представляет собой квазитвердое тело. Проводя аналогию между псевдопластичными и пластичными средами, можно сделать вывод, что области квазитвердых ядер для среды Шведова-Бингама совпадают с областями повышенной вязкости среды Оствальда-де Вилия.

изучены различия в распределении давления и вязкости в области течения при различных режимах заполнения.

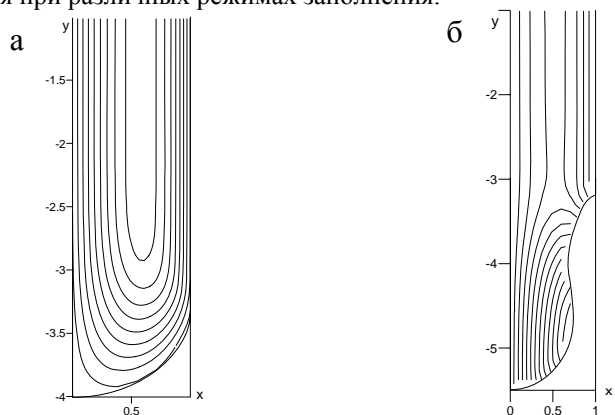


Рисунок 12 – Линии тока: а - режим полного заполнения $Re=0.1$, $W=0.1$, $k=0.7$; б – струйный режим $Re=1$, $W=5.6$, $k=0.9$

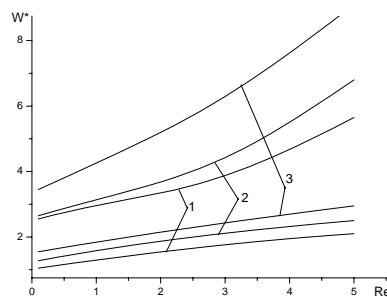


Рисунок 13 - Зависимость критического значения W^* от Re :
1 – $k=1$, 2 – $k=0.9$, 3 – $k=0.8$

Зависимости критического значения W^* , разделяющего отмеченные режимы заполнения, от числа Re при различных значениях показателя k представлены на рис.13. Верхние кривые под соответствующим номером отделяют зону струйного течения от переходного режима, нижние кривые – зону полного заполнения от переходного режима. Промежуточные области между нижними и верхними кривыми соответствуют переходному режиму, при котором на стенках канала образуются воздушные полости.

- исследование процесса заполнения плоского канала вязкой нелинейной жидкостью при ее подаче как сверху вниз, так и снизу вверх; выявление различных режимов заполнения и определение критических параметров, при которых происходит смена режима.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- На основе алгоритма SIMPLE и метода инвариантов разработана методика расчета течений псевдопластичной и вязкопластичной жидкости со свободной поверхностью.

- Проведено численное моделирование процесса заполнения плоского канала в случае, когда сила тяжести направлена против направления движения. Показано влияние основных определяющих параметров на установившуюся форму свободной поверхности. Численные расчеты показали существование режима с образованием воздушных включений на стенках канала. Исследована эволюция квазитвердых ядер при течениях жидкости с пределом текучести.

- Исследовано течение нелинейной жидкости при заполнении плоского канала сверху вниз, то есть когда сила тяжести совпадает с направлением течения. Показано существование трех режимов: режим полного заполнения, переходный режим и струйный режим. Получены значения определяющих параметров, разделяющие отмеченные режимы при различной степени нелинейности. Проиллюстрированы основные различия в кинематике течения при струйном режиме и режиме полного заполнения.

Практическая ценность. Разработанная методика расчета и комплекс программ могут использоваться для исследования динамических процессов на различных стадиях технологий переработки жидких сред со сложным реологическим поведением. Результаты расчетов, представленные в данной работе, могут быть использованы для прогнозирования режимов заполнения плоских каналов при конструировании элементов технологической оснастки.

Работа выполнялась в рамках грантов РФФИ (проекты № 06-08-00107а, 08-08-00064), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» в 2009-2013 годах, договора с ФГУП «ФЦДТ «Союз» (х/д №175 от 04.02.2008г.). В рамках программы «Мобильность молодых ученых» пройдена стажировка в ФГУП «ФЦДТ «Союз» (грант РФФИ № 09-08-90710).

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Конечно-разностная методика, основанная на совместном использовании алгоритма SIMPLE и метода инвариантов, для расчета

течений реологически сложных сред со свободной поверхностью с учетом нестационарности и инерционных эффектов.

2. Результаты численного эксперимента процесса заполнения плоских каналов жидкостью при ее подаче против действия силы тяжести и при совпадении направления движения и гравитации.

3. Результаты расчета параметров задачи, определяющих режим заполнения канала, а также особенности этих режимов.

Апробация работы. Материалы диссертации докладывались и обсуждались на международной школе-конференции молодых ученых «Физика и химия наноматериалов» (Томск, 2005); на V Международной научной конференции «Хаос и структуры в нелинейных структурах. Теория и эксперимент» (Астана, 2006); на VI Всероссийской конференции молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии» (Новосибирск, 2007); на Всероссийской конференции молодых ученых «Неравновесные процессы в сплошных средах» (Пермь, 2007); на IV, V Всероссийских конференция молодых ученых «Физика и химия высокоэнергетических систем» (Томск, 2008, 2009); на второй Всероссийской научно-практической конференции «Фундаментальные науки и образования» (Бийск, 2008); на 3-ей Всероссийской конференции с участием зарубежных ученых «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения» (Бийск, 2008); на VI Всероссийской научной конференции «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики» (Томск, 2008).

Публикации. Основные результаты диссертации представлены в трудах вышеперечисленных конференций, а так же в журналах «Известия РАН. Механика жидкости и газа», «Fluid Dynamics», «Математическое моделирование». Всего по материалам диссертации опубликовано 13 работ [1-13].

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка используемой литературы. Работа изложена на 99 страницах, содержит 40 рисунков, список литературы включает 130 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении раскрывается актуальность и практическая значимость математического моделирования движения неньютоновских сред со свободной поверхностью. Сформулированы цель и основные задачи исследований, представлены положения, выносимые на защиту.

Увеличение W приводит к тому, что, начиная с некоторого момента времени, режим полного заполнения заменяется струйным поведением свободной поверхности (рис.11, б). Последняя приобретает форму с каплевидным образованием, которое через некоторый промежуток времени касается твердой стенки. В результате на стенке канала образуется объем, незаполненный жидкостью, величина которого увеличивается с ростом числа W . Такой характер процесса заполнения можно назвать переходным режимом.

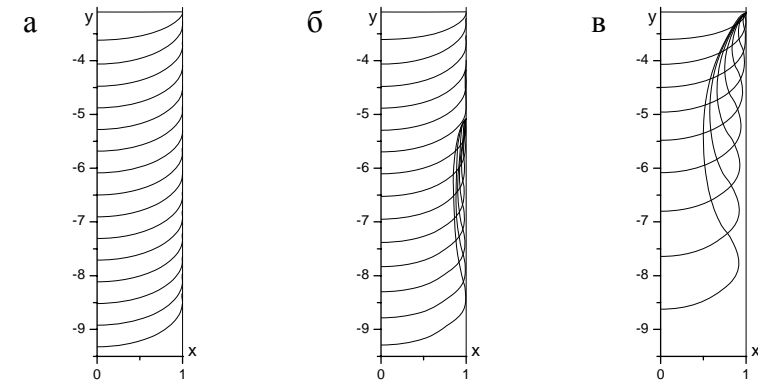


Рисунок 11 – Режимы заполнения канала ($Re=0.1$, $k=1$, $\Delta t = 0.4$): а – полного заполнения ($W=1$), б – переходный (2.9), в – струйный (3.5)

Дальнейшее увеличение W приводит к формированию свободной струи (рис.11, в). На начальном этапе первоначально плоская свободная поверхность приобретает выпуклую форму, которая стремится двигаться со среднерасходной скоростью. Однако на последующих этапах граница приобретает форму струи, при этом скорость вдоль оси постепенно возрастает, а каплевидное образование уменьшается в размерах и не касается твердых стенок.

Различие в кинематике течений при полном заполнении канала и струйном поведении свободной поверхности иллюстрирует рис. 12, где изображены линии тока в системе координат, движущейся вниз со среднерасходной скоростью. Фонтанирующее течение с разворотом линий тока вблизи свободной поверхности для режима полного заполнения (рис.12, а) заменяется течением с линиями тока, характерными для струйного течения (рис.12, б). В этом пункте так же

В.А. Истечение вязкой жидкости из емкостей с учетом формирования струи // Изв. РАН. МЖГ – 2008. – №6. – С.15-24], где решение получено методом граничных элементов в рамках модели ползущего течения (рис. 10). Сплошными линиями изображены результаты расчетов настоящей работы, пунктирными линиями – результаты работы [Новошинцев А.В. и др.]. Наблюдается удовлетворительное согласование результатов. Сравнение на более дальних интервалах времени невозможно, так как в случае ползущего течения расход во входном сечении не остается постоянным.

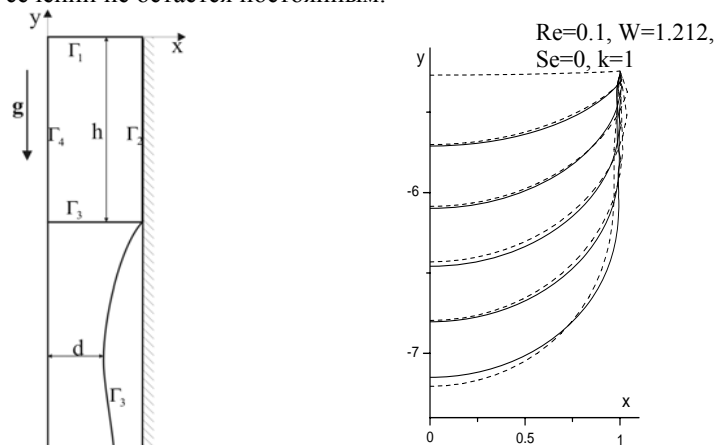


Рисунок 9 – Область течения

Рисунок 10 – Сравнение форм свободной границы

Численное исследование показало, что при заполнении каналов жидкостью, имеющей в начальный момент времени горизонтальную свободную поверхность, возможны три различных режима протекания процесса, которые продемонстрированы на рис.11. При прочих равных условиях, соответствующая эволюция свободной поверхности определяется соотношением гравитационных и вязких сил в потоке жидкости, то есть значением числа W . При $W=1$ (рис.11, а) происходит непрерывное натекание на твердую стенку и жидкость сплошным образом заполняет канал. В итоге свободная поверхность приобретает выпуклую установившуюся форму и перемещается вниз по каналу со среднерасходной скоростью. Характер течения в указанном режиме аналогичен течению, описанному в третьей главе настоящей работы, когда сила тяжести противоположна направлению движения.

В первой главе приведен обзор численных методов расчета течений ньютоновской жидкости со свободной поверхностью, а также алгоритмов расчета течений реологически сложных сред.

Во второй главе рассмотрена численная методика, основанная на совместном использовании алгоритма SIMPLE и метода инвариантов, для решения задач динамики неньютоновских жидкостей. Ее суть заключается в следующем. Область Ω_f покрывается конечно-разностной разнесенной сеткой. Относительно свободной поверхности контрольные объемы узлов могут занимать положения, обозначенные на рис.1 цифрами 1, 2, 3, 4. В узлах типа 1 функции u, v и поправка давления вычисляются в соответствии со стандартной процедурой метода SIMPLE с использованием экспоненциальной схемы и метода Гаусса-Зейделя. Узлы типа 2 требуют дополнительной интерполяции с использованием значений рассчитываемой функции на свободной поверхности. В узлах, расположенных подобно узлам 3, искомые переменные вычисляются линейной интерполяцией по значениям в соседнем узле и значению в соответствующей точке свободной поверхности. В узлах типа 4 вычисления не проводятся.

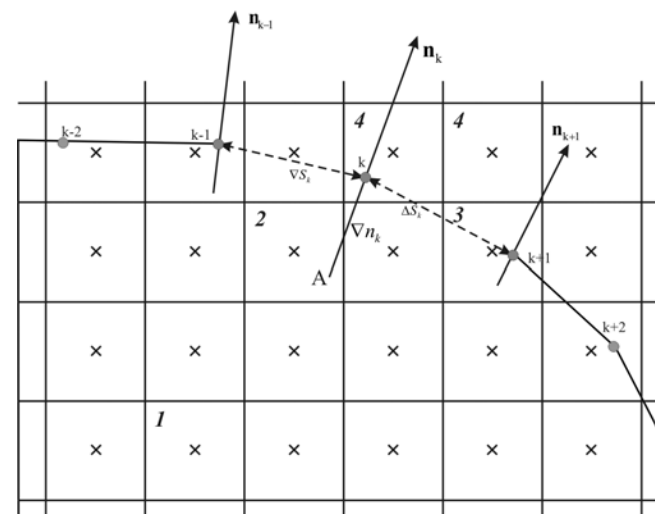


Рисунок 1 – Расчетная сетка

Метод инвариантов заключается в следующем. В начальный момент времени на границе располагается заданное количество маркеров на одинаковом расстоянии друг от друга. Условие отсутствия касательных напряжений и уравнение неразрывности записываются

совместно с использованием новых переменных $Q = v_n + v_s$, $R = v_n - v_s$, где v_n , v_s – нормальная и касательная составляющие вектора скорости. Это приводит к необходимости решения следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial Q}{\partial n} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0,$$

$$\frac{\partial R}{\partial n} - \frac{\partial R}{\partial s} = 0.$$

Для численного решения этих уравнений используется разностная схема бегущего счета. При этом необходима организация итерационного процесса, так как уравнения записаны в локальной декартовой системе координат. Давление на свободной поверхности (в точках, соответствующих положению маркеров) вычисляется с помощью разностного аналога условия равенства нормального напряжения внешнему давлению.

Новое положение свободной поверхности на следующем шаге по времени вычисляется в соответствии с кинематическим условием по разностной схеме Эйлера. При попадании маркера на твердую стенку линия трехфазного контакта занимает новое положение. Таким образом, моделирование процесса натекания жидкости на стенку подобно движению «тракторной гусеницы».

Третья глава посвящена численному моделированию процесса заполнения плоского канала вязкой жидкостью в случае, когда сила тяжести противоположна направлению движения. Канал в общем случае расположен под углом α .

В 3.1. приведена постановка задачи. Течение неньютоновской жидкости в поле силы тяжести описывается уравнениями сохранения количества движения и массы, которые в безразмерной форме имеют вид

$$\text{Re} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + B \Delta u + 2 \frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + W_x,$$

$$\text{Re} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + B \Delta v + 2 \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + W_y, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

где (u, v) – компоненты вектора скорости, (x, y) – декартовы координаты, p – давление, t – время. Значение эффективной вязкости B определяется

Далее рассматривается заполнение канала жидкостью с реологически сложным законом поведения. При исследовании вязкопластичных сред применяется закон Шведова-Бингама. Наличие предела текучести может привести к образованию в области течения квазитвердых ядер в областях с малыми значениями скоростей деформаций. Процесс их зарождения и эволюции во времени представляется интересным. В качестве условия выделения таких ядер можно принять $BA < Se$. На рис.8 проиллюстрирована эволюция квазитвердых ядер для значения параметра $Se=1$. Видно, что ядро образуется вблизи оси симметрии. По мере продвижения свободной границы вдоль канала оно постепенно увеличивается в длину. С ростом параметра вязкопластичности ширина квазитвердого ядра в области плоскопараллельного течения увеличивается.

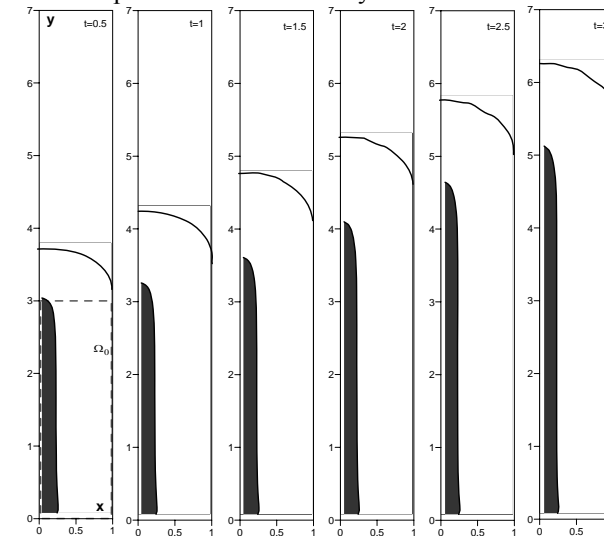


Рисунок 8 – Эволюция квазитвердых ядер ($Re=0.1$, $W=2.5$, $k=1$, $Se=1$)

В четвертой главе решается задача заполнения плоского вертикального канала неньютоновской жидкостью в поле силы тяжести сверху вниз (рис.9). В пункте 4.1 описываются математическая и физическая постановки, описывающие такие течения.

Для проверки работоспособности разработанного алгоритма и точности полученных результатов было проведено сравнение эволюции свободной границы при струйном течении ньютоновской жидкости с данными работы [Новошинцев А.В., Шрагер Г.Р., Якутенко

На рис. 5 приведено сравнение выпуклости установившейся свободной поверхности при заполнении плоского вертикального канала с результатами работы [Шрагер Г.Р., Козлобродов А.Н., Якутенок В.А. Моделирование гидромеханических процессов в технологии переработки полимерных материалов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. 230с.], где используется метод граничных элементов и модель ползущего течения (пунктирная линия). Сплошной линией изображены данные, полученные с помощью вышеизложенной методики при $Re=0.01$. Наблюдается незначительное отличие этих кривых, что подтверждает адекватность полученных результатов.

В результате численного эксперимента было выявлено существование режима заполнения с образованием воздушных полостей. Непрерывное натекание на твердую стенку, подобно «тракторной гусенице», заменяется формированием струи с последующим ее растеканием в верхней части к твердым стенкам. В результате на твердых стенках образуется газовое включение в виде пузыря (рис.6). Наличие такого сорта дефектов в процессе заполнения каналов наблюдалось экспериментально и приводится в работе [Yokoi H., Masuda N., Mitsuhashi H. Visualization analysis of flow front behavior during filling process of injection mold cavity by two-axis tracking system // Journal of Materials Processing Technology. – 2002. – V. 130–131. – P. 328–333]. Рост числа Re при конкретной величине W приводит к переходу от режима сплошного заполнения канала к режиму с образованием воздушных полостей. Зависимости критических значений $Re^*(W)$, при которых происходит указанный переход, представлены на рис.7 для $\alpha=0$ и $\alpha=\pi/5$ (кривая 1 и 2 соответственно). При $Re < Re^*(W)$ обеспечивается заполнение канала без образования внутренних полостей.

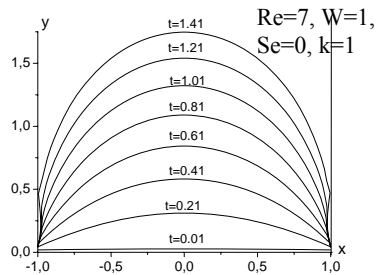


Рисунок 6 – Последовательность форм свободной поверхности

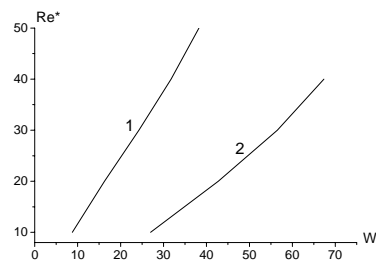


Рисунок 7 – Зависимость Re^* от W ($Se=0, k=1$)

следующим законом $B = (Se + A^k) / A$, где A – второй инвариант тензора скоростей деформаций, k – степень нелинейности.

В качестве масштаба скорости используется среднерасходная скорость во входном сечении U , масштаба длины – половина расстояния между стенками L . В задачу входят три безразмерных комплекса, являющиеся числами подобия для данной задачи: $Re = \rho U^{2-k} L^k / \mu$ – обобщенное число Рейнольдса, характеризующее отношение конвективных и вязких сил в потоке жидкости; $Se = \tau_0 L^k / (\mu U^k)$ – безразмерный параметр вязкопластичности; $W = \rho L^{k+1} g / \mu U^k$ – параметр Стокса, характеризующий отношение вязких и гравитационных сил, где ρ – плотность жидкости, μ – константа реологического закона, τ_0 – предел текучести. Во всех вычислительных экспериментах под W подразумевается длина вектора \mathbf{W} , а его проекции равны $W_x = W \sin \alpha$, $W_y = -W \cos \alpha$.

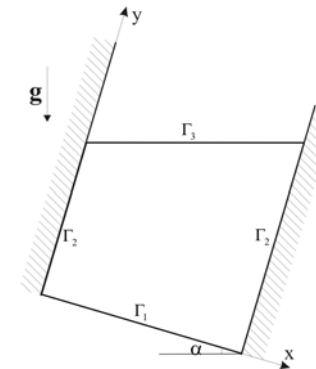


Рисунок 2 – Область течения ($t=0$)

В начальный момент времени плоский канал, расположенный под углом α , считается частично заполненным жидкостью. Свободная поверхность имеет плоскую горизонтальную форму (рис. 2). Входная граница Γ_1 находится достаточно далеко от свободной поверхности Γ_3 , чтобы можно было исключить влияние последней на течение в окрестности Γ_3 . Жидкость подается в канал с заданным постоянным расходом, при этом профиль скорости совпадает с профилем, характерным для установившегося плоскопараллельного течения жидкости в плоском вертикальном канале в зависимости от

реологической модели среды. На твердых стенках Γ_2 выполняется условие прилипания. На свободной поверхности используются условия равенства нулю касательных напряжений и равенства нормальных напряжений внешнему давлению. Кроме этого свободная поверхность подчиняется кинематическому условию. Силы поверхностного натяжения не учитываются в связи с их малостью в рассматриваемых процессах.

Таким образом, математическая постановка задачи о движении неньютоновской жидкости со свободной поверхностью сводится к определению области течения в заданный момент времени, а также поля давления и поля вектора скорости в этой области, удовлетворяющие системе уравнений (1) и следующим граничным условиям:

$$\Gamma_1 : u = 0, v = V_0(x); \quad (2)$$

$$\Gamma_2 : u = 0, v = 0; \quad (3)$$

$$\Gamma_3 : \frac{\partial v_n}{\partial s} + \frac{\partial v_s}{\partial n} = 0, p = 2 \frac{\partial v_n}{\partial n}, \quad (4)$$

где (n,s) – локальная декартова система координат, нормально связанная со свободной границей, $V_0(x)$ – функция, определяющая вид входного профиля скорости. Кинематическое условие используется в лагранжевом представлении

$$\frac{dx}{dt} = u, \frac{dy}{dt} = v. \quad (5)$$

В случае вертикально расположенного канала решение задачи будет симметрично относительно плоскости, расположенной посередине между стенками. Вследствие этого рассматривается только половина области с привлечением условий симметрии на этой плоскости.

В пункте 3.2 получены профили скорости, соответствующие плоскопараллельному течению псевдопластичной и вязкопластичной жидкости в бесконечном канале, которые задаются на входной границе Γ_1 . В п. 3.3. проведен ряд тестовых расчетов на сходимость численного процесса.

Результаты решения поставленной задачи представлены в п. 3.4. Исследования показали, что в процессе эволюции первоначально плоская свободная поверхность выгибается, приобретая установившуюся форму, которая перемещается вдоль канала со среднерасходной скоростью (рис.3). Область течения в процессе заполнения условно можно разделить на две зоны. В окрестности

свободной поверхности реализуется фонтанирующее течение, характеризующееся растеканием жидкости в стороны стенок. В остальной области реализуется плоскопараллельное течение.

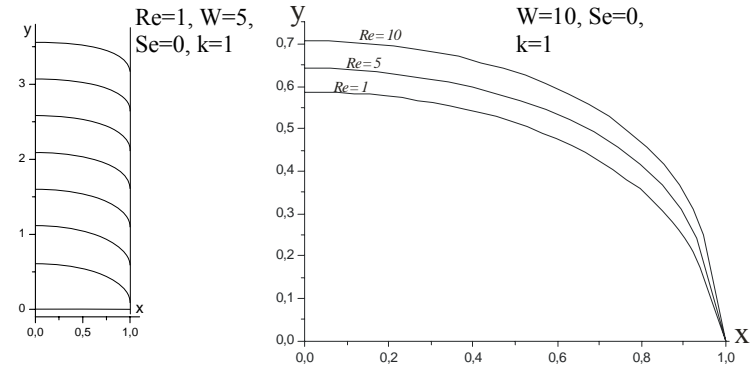


Рисунок 3 – Эволюция свободной поверхности

Рисунок 4 – Установившиеся формы границы раздела

При вышеописанном режиме заполнения одной из характеристик процесса является степень выпуклости установившейся свободной поверхности. Влияние числа Re на выпуклость представлено на рис.4. Рост числа Рейнольдса при постоянном значении W можно трактовать как уменьшение вязкости наряду с уменьшением гравитации, что способствует в фонтанирующей зоне более слабому растеканию жидкости в стороны стенок. Следовательно установившиеся формы границы становятся более выпуклыми. Наряду с этим в диссертации представлено влияние других чисел подобия на форму границы.

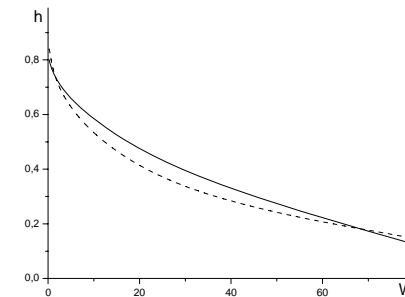


Рисунок 5 – Зависимость выпуклости от числа W