МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ВЕСТНИК
ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

ОБЩЕНАУЧНЫЙ ПЕРИОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

№ 280 Декабрь 2003

Серия «Математика. Кибернетика. Информатика»

Свидетельства о регистрации: бумажный вариант № 018694, электронный вариант № 018693
выданы Госкомпечати РФ 14 апреля 1999 г.
ISSN: печатный вариант – 1561-7793; электронный вариант – 1561-803X
от 20 апреля 1999 г. Международного Центра ISSN (Париж)

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Александров А.И., Александров И.А., Бер Л.М. Левнеровские семейства функций в теореме вращения 5
Бер Л.М. Усиление теорем искажения 8
Васильева О.В. Неголономные поверхности вращения нулевой полной кривизны 2-го рода 12
Гензе Л.В., Хмылева Т.Е. Удвоение по Александрову и его обобщение 17
Горбатенко Е.М. Алгеброиды Ли в дифференциальной геометрии погруженных многообразий 20
Гриншпон И.Э. Подобие однородно разложимых групп 24
Гриншпон Я.С. Нормальность вполне регулярной топологии раздельной непрерывности 27
Гриншпон С.Я., Ельцова Т.А. Гомоморфно устойчивые абелевы группы 31
Гулько С.П. Свободные топологические группы и пространства непрерывных функций на ординалах 34
Гулько С.П., Окулова Е.И. Об одной модификации понятия t-эквивалентности топологических пространств 39
Забарина А.И., Пестов Г.Г. Об n-мерно упорядоченных группах 40
Касаткина Т.В. Об одной системе дифференциальных уравнений 43
Каравдина Е.Ю. Построение и свойства кольца обобщенных матриц порядка n ($n \geq 2$) 46
Кирьяцкий Э.Г. Точные оценки коэффициентов Ньютона однолистных нормированных в единичном круге функций 50
Копанев С.А., Копанева Л.С. Формула типа формулы Кристоффеля – Шварца для счетноугольника 52
Куфарев Б.П. Обобщенное решение дифференциальных уравнений вида $y = f(x, y')$ 55
Лазарева Е.Г. О множестве рядов, сохраняющих сходимость после данной перестановки 58
Литвин А.И., Писаренко Л.А. Обобщенные кронекеровские произведения матриц 60
Малютина А.Н. Особенности отображений с s-суммируемой характеристикой 65
Малютина А.Н., Соколов Б.В. О равностепенной непрерывности класса отображений с (s, α)-усредненной характеристикой 70
Онищук Н.М. Векторные поля нулевой полной кривизны первого рода 73
Садритдинова Г.Д. Управляющие функции и аргумент производной 78
Соболев В.В. Численный метод конформного отображения полуплоскости в себя с «гидродинамической» нормировкой 81
Сыркашев А.Н. О вариационном и параметрическом методах в теории однолистных функций 86
Фаустова И.Л. Абелевы группы без кручения ранга 2, обладающие автоморфизмом порядка 4 или 6 97

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Вековцева С.А., Дёмин Н.С. Оптимальное управление односекторной экономикой при наличии внешних инвестиций. Модель Рамсея 99
Галайко Я.В., Назаров А.А. Исследование числа лиц, застрахованных в Пенсионном фонде Российской Федерации при нестационарном входящем потоке 103
Гарайшина И.Р., Назаров А.А. Исследование математической модели процесса изменения страхового капитала Пенсионного фонда 109
Гальперин В.А., Домбровский В.В. Динамическое управление инвестиционным портфелем с учетом скачкообразного изменения цен финансовых активов 112
Герасимов Е.С., Домбровский В.В. Адаптивное управление инвестиционным портфелем 118
Домбровский В.В., Домбровский Д.В. Динамическое управление инвестиционным портфелем в пространстве состояний с использованием рыночной модели 123
Ерохина Е.А. Закономерности экономического развития: системно-самоорганизационный подход 127
Змеев О.А. Математическая модель деятельности фонда социального страхования при экспоненциальных страховых выплатах 130
Кошкин Г.М., Лопухин Я.Н. Оценивание нетто-премии в коллективном страховании жизни 136
Поддубный В.В., Бахтина К.В., Кривошеина Т.В. Субоптимальное управление системой, описываемой стохастической моделью мировой динамики Форрестера 145
Терпугов А.Ф., Щирова Н.П. Математическая модель деятельности склада 155
Лившиц К.И., Параев В.Ю. Применение многоуровневой аппроксимации для построения математических моделей нестационарных процессов 159
Параев Ю.И. Оптимальное управление рекламой в задаче производства и сбыта товара 162
Параев Ю.И. Задача производства, хранения и сбыта товара как дифференциальная кооперативная игра 165

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Воробейчиков С.Э., Кабанова Т.В. Обнаружение момента разладки процесса авторегрессии первого порядка 170
Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Фильтрация в динамических системах по непрерывно-дискретным наблюдениям с памятью при наличии аномальных помех. I. Непрерывные наблюдения 175
Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Фильтрация в динамических системах по непрерывно-дискретным наблюдениям с памятью при наличии аномальных помех. II. Непрерывно-дискретные наблюдения 180
Китаева А.В., Терпугов А.Ф. Сильно состоятельная и асимптотически нормальная оценка параметра процесса авторегрессии первого порядка с бесконечной дисперсией 185
Кошкин Г.М., Пивен И.Г. Непараметрическое оценивание функционалов от условных распределений последовательностей сильного перемешивания 187
Ломакина С.С., Смагин В.И. Робастная фильтрация в непрерывных системах со случайными скачкообразными параметрами 201
Сотникова Е.Е. Распределение интеграла от случайной волатильности в случае, когда она образует чисто разрывный марковский процесс с двумя состояниями 204
Тарасенко П.Ф. О сходимости индикаторных оценок для параметров линейной модели 208
Тарасенко Ф.П., Шуленин В.П. Функции регрессии наблюдений и их рангов 213

ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Колоусов Д.В., Назаров А.А. Исследование двумерного выходящего потока сети связи случайного доступа с конечным числом станций 217
Кузнецов Д.Ю., Назаров А.А. Определение асимптотического распределения состояний канала и источника повторных вызовов адаптивной сети связи в условиях критической загрузки 222
Марголис Н.Ю., Назаров А.А. Локальная диффузионная аппроксимация процесса изменения состояний СМО 226
Назаров А.А. Исследование процесса изменения числа заявок в нестационарной немарковской бесконечнолинейной системе массового обслуживания 230
Назаров А.А., Цой С.А. Исследование метематической модели двухканальной сети случайного доступа 232

ИНФОРМАТИКА И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Бабанов А.М. Теория семантически значимых отображений 239
Бабанов А.М. Применение теории семантически значимых отображений для проектирования реляционных баз данных 249
Дмитренко А.Г., Колчин В.А. Численное решение задачи рассеяния электромагнитных волн на трехмерных идеально проводящих телах 258
Змеев О.А., Моисеев А.Н. Сравнительный анализ некоторых методов O – R-преобразования 263
Зубков А.В. Синхронизация модификаций денормализованных данных в приложениях Lotus Notes/Domino 272
Костюк Ю.Л., Кон А.Б., Новиков Ю.Л. Алгоритмы векторизации цветных растровых изображений на основе триангуляции и их реализация 275
Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Предварительная обработка исходных данных для построения цифровой модели рельефа местности 281
Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Построение цифровой модели рельефа местности на основе структурных линий и высотных отметок 286
Мирютов А.А., Шаповалов Д.В., Князев Б.Г., Плешков А.Г., Щипунов А.А. Паттерны проектирования информационных систем. Ч. I 290
Огородников А.Н. Выбор интервалов анализа сигнала при распознавании речи 295
Петренко Д.А., Скворцов А.В., Куленов Р.О. Сравнение триангуляций с помощью хеш-функций 305
Палухин П.Н., Поддубный В.В. Технология использования MATLAB-программ в средах визуального программирования C/C++ 309
Сущенко С.П., Сущенко М.С., Биматов Д.В. Моделирование разделяемой памяти двухпроцессорной вычислительной системы 319
Терпугов А.Ф., Шкуркин А.С. Программа вычисления параметров систем массового обслуживания по периоду занятости 324
Толузаков С.Г. Построение распределенных приложений 326
Толузаков С.Г., Якунина Е.Н. Технология построения корпоративного Web-сайта 328
Толузаков С.Г. Подходы к построению системы документооборота на основе IBM Lotus Domino 335
Ченцов О.В., Скворцов А.В. Обзор алгоритмов построения оверлеев многоугольников 338

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Скворцов А.В. Разработка геоинформационных и инженерных систем на факультете информатики и в ООО «ИндорСофт» 346
Бойков В.Н., Петренко Д.А., Люст С.Р., Скворцов А.В. Система автоматизированного проектирования автомобильных дорог IndorCAD/Road 350
Скворцов А.В., Иванов М.О., Петренко Д.А. Система подготовки чертежей IndorDraw 354
Сарычев Д.С. Современные информационные системы для инженерных сетей 358
Сарычев Д.С., Крысин С.П., Скворцов А.В. Создание информационных моделей автомобильных дорог и информационной системы на их основе 362

ПРОБЛЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ

Змеева Е.Е., Сазанова Т.А., Терпугов А.Ф. К вопросу о методике преподавания математики в средней школе и высшем учебном заведении 370
Лещинский Б.С. Оценивание знаний учащегося с использованием теории нечетких множеств 374
Лещинский Б.С., Циплаков Д.В. Обучающая система с количественным контролем качества обучения 379

МЕМУАРЫ. ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ. ПЕРСОНАЛИИ

Профессор Захар Иванович Клементьев (к 100-летию со дня рождения) 383
Русинов Ю.И., Устинов Ю.К. Геомагнитные «возмущения» или волнения космоса в суперсверхдлинном диапазоне? 389

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ 393
РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ НА РУССКОМ И АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКАХ 399

CONTENTS

MATHEMATICS

Alexandrov A.I., Alexandrov I.A. Löwner families of functions in the rotation theorem 5
Ber L.M. Reinforcement the theorems of distortion 8
Vasilyeva O.V. Nonholonomic rotation surfaces of zero total curvature of second kind 12
Genze L.V., Khmyleva T.E. Aleksandroff duplicate and its generalization 17
Gorbatenko E.M. Lie algebroids in differental geometry of immersed submanifolds 20
Grinshpon I. E. Similarity of homogeneously decomposable groups 24
Grinshpon Ya.S. Normality of the completely regular topology of separate continuity 27
Grinshpon S.Ya., Yeltsova T.A. Homomorphly stable abelian groups 31
Gul'ko S.P. Free topological groups and the spaces of continuous functions on ordinals 34
Gul'ko S.P.,Okulova E.I. On modification of the notion of t-equivalence of topological spaces 39
Zabarina A.I., Pestov G.G. On n-dimensionally orderer groups 40
Kasatkina T.U. About a system of differential equations 43
Karavdina E.Yu. The construction and properties of generalized matrix rings of n order ($n \geq 2$) 46
Kirjatskii E.G. The sharp estimates of newton coefficients of univalent and normed in a unit circle functions 50
Kopanev S.A., Kopaneva L.S. The formula type formula Christoffel–Schwarz for numerable polygon 52
Kufarev B.P. Generalized solution of differenteal equations $y = f(x, y')$ 55
Lasareva E.G. Essential permutation preserves a convergence just on a set of the first category in the space of series 58
Litvin A.I., Pisarenko L.A. Generalized kronecker products of matrices 60
Malutina A.N. The peculiarity of represention with s-summation characteristic 65
Malyutina A.N., Sokolov B.V. About equicontinuity property of mappings with (s, α)-bounded characteristic 70
Onishchuk N.M. Vektor fields of zero total curvature of the first kind 73
Sadritdinova G.D. The ruling functions and an argument of the derivanive 78
Sobolev V.V. The numeric method of conformal mapping of the half-hlane into self with the hydrodynamics normalization 81
Syrkashev A.N. On the variational and parametrical methods in the theory of univalent functions 86
Faustova I.L. Abel's groups without class 2 torsion, having automorphizm orler 4 or 6 97

MATHEMATICAL MODELING OF ECONOMIC SYSTEMS

Vekovtseva S.A., Dyomin N.S. Optimal management of onesector economy model with external investment. Model of Ramsew 99
Galayko Ya.V., Nazarov A.A. Investigation of number of persons insured in Russian Federation retirement fund in condition of transitional incoming flow 103
Garayshina I.R., Nazarov A.A. Investigation of Russian Federation retirement fund insurance capital modification process mathematical model 109
Galperin V. A., Dombrovskiy V. V. Dynamic managing investment portfolio under jumping changes in prices of financial assets 112
Gerasimov E.S., Dombrovskiy V.V. The adaptive control of investment portfolio 118
Dombrovskiy V. V., Dombrovskiy D. V. Dynamic managing investment portfolio in state space using market model 123
Yerokhina Ye.A. The regularities of the economic development: system-organizational approach 127
Zmeyev O.A. Mathematical model of social insurance foundation when payments have exponential distribution 130
Koshkin G.M., Lopukhin Ya.N. Estimation of net premium in collective life insurance 136
Poddubny V.V., Bakhtina K.V., Krivosheina T.V. Suboptimal control of the system, described by forrester's stochastic model of the world dynamics 145
Terpugov A.F., Shchirova N.P. Mathematical model of storehose function 155
Livshits K.I, Paraev V.Ju. Application of multilevel approximation for construction of mathe-matical models of non-stationary processes 159
Paraev Ju.I. Optimum control of advertising in the problem of manufacture and selling of the goods 162
Paraev Ju.I. Problem manufactures, storages and selling of the goods as differential cooperative game 165

PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS

Vorobejchikov S.E., Kabanova T.V. On detecting of change-point in autoregressive process of the first order 170
Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Filtering in the dynamic systems on the continuous-discrete observations with memory under anomaluous nouse. I. continuous observations 175
Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Filtering in the dynamic systems on the continuous-discrete observations with memory under anomaluous nouse. II. Continuous-discrete observations 180
Kitayeva A.V., Terpugov A.F. Strong consistent and asymptotically normal estimate of parameter of first order autoregression process with infinite variance 185
Koshkin G.M, Piven I.G. Nonparametric estimation of functionals of conditional distributions for strong mixing sequences 187
Lomakina S.S., Smagin V.I. Robust filtering in continuous systems with random jump parameters 201
Sotnikova E.E. Calculation of stochastic volatility integral s density when the volatility is assumed to be a discrete markov process with two states 204
TarassenkoP.F. On convergence of indicator-based estimators for parameters of linear model 208
Tarassenko F.P., Shulenin V.P. Regression function of observation and its rank 213

MASS SERVICE THEORY

Kolousov D.V., Nazarov A.A. Investigation the communications network two-dimensional output flow with random access protocol and finite number of stations 217
Kuznetsov D. Y., Nazarov A. A. Definition of asymptotic distribution of channel states and repeated calls source of adaptive network communication with the assumption of critical loading 222
Margolis N. Yu., Nazarov A.A. Local diffusion appoximation of queing system current condition process 226
Nazarov A.A. Investigation of queries number process in unsteady non-Markov's infinitely line queue system 230
Nazarov A.A., Tsoy A.S. Investigation of mathematical model of two channel network with random access 232

INFORMATION SCIENCE AND PROGRAMMING

Babanov A.M. Theory of semantically significant mappings 239
Babanov A.M. Using a theory of semantically significant mappings for designing the relational databases 249
Dmitrenko A.G., Kolchin V.A. Numerical solution of electromagnetic scattering problem for threedimensional perfectly conducting bodies ; 258
Zmeyev O.A., Moiseyev A.N. Comparative analysis of some O-R transforming methods 263
Zubkov A.V. Modification's synchronization of denormalized data in Lotus Notes/Domino applications 272
Kostyuk Yu.L., Kon A.B., Novikov Yu.L. Algorithms for vectorization of a multicolor raster image based on triangulation and their realization 275
Kostyuk Yu.L., Foox A.L. Preliminary processing of the initial data for construction of digital elevation model 281
Kostyuk Yu.L.. Foox A.L. Construction of digital elevation model on the basis of relief struc-tural lines and elevations....286
Mirutov A.A., Shapovalov D.V., Knyazev B.G., Pleshkov A.G., Shipunov A.A. Design patterns of information systems (part I) 290
Ogorodnikov A.N. Choosing signal analysis intervals when recognizing speech 295
Petrenko D.A., Kulenov R.O., Skvortsov A.V. Triangulations comparison by means of hash function 305
Palukhin P.N., Poddubny V.V. Technology of the use matlab-programs in ambience of the visual programming C/C++ 309
Sushchenko S.P., Sushchenko M.S., Bimatov D.V. Modeling of shared memory two-processors computer systems 319
Terpugov A.F., Shkurkin A.S. A program for calculation of the queuing system parameters from the occupation period 324
Tolouzakov S.G. Building distributed applications 326
Tolouzakov S.G., Yakunina E.N. A technology of building of a corporate web-site 328
Tolouzakov S.G. Approaches to building of document flow system based on ibm lotus domino 335
Chentsov O.V., Skvortsov A.V. A review of the algorithms of polygon overlays design 338

AUTOMATED DESIGN SYSTEMS

Skvortsov A.V. Geoinformation and engineering system design at the informatics faculty and in the company «IndorSoft» 346
Boykov V.N., Petrenko D.A., Lust S.R., Skvortsov A.V. Road computer-aided design system IndorCAD/Road....350
Skvortsov A.V., Ivanov M.O., Petrenko D.A. Drawing design system IndorDrawing 354
Sarychev D.S. Modern information systems for the engineering networks 358
Sarychev D.S., Krysin S.P., Skvortsov A.V. Design of road infomation models and information system based on them 362

PROBLEMS OF EDUCATION

Zmeyeva E.E., Sazanova T.A., Terpugov A.F. Aspects of teaching mathematics methods at school and higher educational institutes 370
Leshchinsky B.S. Assessment of Student's knowledge using theory of fuzzy sets 374
Leshchinsky B.S., Tsiplakov D.V. Software learning system with quantitative control of students grade 379

MEMOIRS. MEMORY DATES. PERSONALITES

Professor Zachar Ivanovich Klement'ev 383
Rusinov Yu.I., Ustinov Yu.K. Geomagnetic «perturbations» or wavemovments of cosmos in extrasuperlonge diapason?....389

BRIEF INFORMATION ABOUT THE AUTORS.... 393
SUMMARIES OF THE ARTICLES IN THE RUSSIAN AND ENGLISH LANGUAGES.... 399

УДК 681.142.2

Ю.Л. Костюк, А.Б. Кон, Ю.Л. Новиков

АЛГОРИТМЫ ВЕКТОРИЗАЦИИ ЦВЕТНЫХ РАСТРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ТРИАНГУЛЯЦИИ И ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ

Для решения задачи векторизации многоцветного растрового изображения используются методы построения комплексной векторной модели на основе выделения граничных линий между областями различных цветов, построения по линиям триангуляции с ограничениями, распознавания векторных объектов по триангуляции. В статье предлагаются усовершенствованные алгоритмы выделения граничных линий, их аппроксимации прямолинейными отрезками и кривыми Безье, а также распознавания объектов. Описывается реализация предложенных алгоритмов в виде модуля, подключаемого к программе иллюстративной графики Adobe Illustrator™.

Задача векторизации обычно решается для случая бинарного (двуцветного) растра [1, 2]. При обобщении известных методов на многоцветное изображение (например, путем предварительного расслоения изображения по цветам) значительно возрастает их трудоемкость. В то же время полученные векторные модели впоследствии трудно совместить между собой.

В работе [3] для решения задачи векторизации многоцветного растрового изображения предлагается следующий метод построения комплексной векторной модели:

1) создается дополнительный растр границ между пикселями исходного растра изображения;

2) отслеживаются граничные линии на дополнительном растре, разделяющие пиксели растра на области, окрашенные в одинаковые цвета;

3) граничные линии аппроксимируются отрезками;

4) строится триангуляция с ограничениями по полученным отрезкам;

5) по триангуляции распознаются объекты векторной модели изображения.

В настоящей статье предлагаются усовершенствованные алгоритмы выделения граничных линий, их аппроксимации прямолинейными отрезками и кривыми Безье, а также распознавания объектов векторной модели изображения. Наряду с этим описывается реализация предложенных алгоритмов в виде модуля, подключаемого к программе иллюстративной графики Adobe Illustrator™, которая предназначена для работы с векторными объектами.

НАХОЖДЕНИЕ ГРАНИЧНЫХ ЛИНИЙ

Будем считать, что исходное растровое изображение (растр) состоит из пикселей, каждому из которых приписан некоторый цвет – целое положительное число (номер цвета). Граница между двумя совокупностями пикселей, окрашенных в два различных цвета, всегда проходит между пикселями, поэтому для построения граничных линий необходим вспомогательный растр – растр границ. Для его построения вначале расширим исходный растр G из M строк и N столбцов, дополнив его строками номер 0 и номер $M+1$ и столбцами номер 0 и номер $N+1$. Дополненным пикселям присвоим цвет номер 0. Затем сформируем растр границ $B = \{b_{ij}, u_{ij}\}$ размером $(M+1)\times(N+1)$, элементы которого располагаются в узлах сетки, образованной точками расширенного растра G.

Растр B определим по-другому, чем в [3]. Элемент b_{ij} растра B задает границы между четырьмя соседними пикселями различных (в общем случае) цветов $\{g_{i-1,j-1}, g_{i-1,j}, g_{i,j-1}, g_{i,j}\}$ на растре G, а элемент u_{ij} – признак неудаляемой узловой точки. В элементе b_{ij} границы кодируются четырьмя битами следующим образом: если есть линия от центра вправо, то код: «1000»; если вверх – то код: «0100»; если влево – то код: «0010»; если вниз – то код: «0001». При нескольких линиях общий код образуется наложением кодов по операции «или». Если цвета у всех четырех пикселей одинаковы, то код равен нулю. Элемент $u_{ij} = 1$, если узловая точка в центре между четырьмя соседними пикселями есть, и $u_{ij} = 0$, если узловой точки нет. На рис. 1 показаны все возможные ситуации расположения различных цветов на соседних четырех пикселях растра G и соответствующие им значения кода b_{ij} и признака u_{ij}. Цифрами от 1 до 4 обозначены различные цвета.

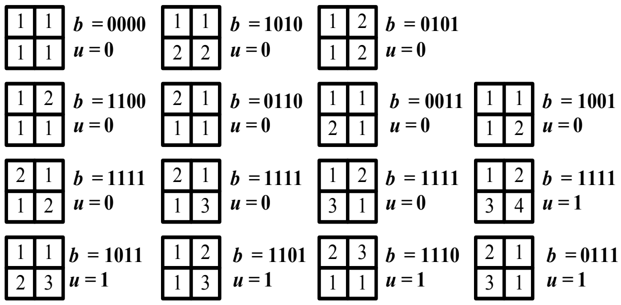

Рис. 1

Воспользуемся определением граничной линии, взятым из [3].

Определение 1. *Граничной линией назовем ломаную линию, образованную точками растра B, в которой: 1) соседние узлы этой ломаной являются 4-соседями на растре B; 2) при движении вдоль ломаной от начального узла до конечного слева и справа от всех отрезков ломаной находятся пиксели растра G двух различных цветов (слева одного, а справа – другого цвета); 3) ломаная является максимальной по включению.*

Алгоритм 1. Выделение граничных линий.

1. Цикл по точкам растра B.
   1.1. Если код b_{ij} очередной точки равен нулю, то переход к следующей очередной точке.
   1.2. Иначе выполнение следующих действий:
      1.2.1. Если признак $u_{ij} = 0$, то $u_{ij} := 2$.
      1.2.2. Отслеживание граничной линии вплоть до точки с кодом $u_{pq} > 0$.
      1.2.3. Если конечная (pq)-я точка совпадает с начальной (ij)-й точкой, то выделение граничной линии в виде замкнутой ломаной.
      1.2.4. Иначе, если признак начальной точки $u_{ij} = 2$, то отслеживание линии от (ij)-й точки в обратном порядке.

Конец алгоритма.

При отслеживании линии алгоритм также запоминает цвет пикселей слева и справа от линии.

Алгоритм 1, сканируя точки растра B, находит ненулевой код b_{ij} и далее отслеживает очередную линию вплоть до точки с ненулевым признаком u_{ij}. При отслеживании в каждую точку b_{rs} растра B выполняется вход, а затем, если признак $u_{rs} = 0$, то выход. При входе и выходе обнуляются соответствующие биты в коде b_{rs}. Например, если при коде b_{rs} = «1111» вход был по линии слева от точки растра, а выход по линии вниз, то после этого код b_{rs} = «1100». Если признак $u_{rs} > 0$, то обнуляется только бит входа: b_{rs} = «1101». Если отслеживание граничной линии начинается с (ij)-й точки растра B, то обнуляется только бит выхода.

Просмотр точек в цикле на шаге 1 производится слева направо и сверху вниз, поэтому коды b_{ij} точек, с которых может начаться отслеживание граничной линии, могут быть только «1001», «1000» или «0001». Для кода «1001» направление отслеживания может быть любым, например вправо. При продолжении отслеживания в большинстве случаев проблемы неоднозначности не возникает, кроме некоторых вариантов с кодом «1111» (см. рис. 1). Чтобы здесь решить, в каком направлении проходит диагональный участок линии в один пиксель, необходимо просмотреть предыдущее и последующее звено граничной линии. Выбрать следует тот вариант, который дает меньше поворотов в одном и том же направлении.

Нетрудно видеть, что алгоритм 1 каждую точку растра B просматривает от одного (для точки с кодом b_{ij} = «0000») до пяти раз (для точки с кодом b_{ij} = «1111»), т.е. его трудоемкость линейная от числа точек растра.

Отслеженная граничная линия может быть либо замкнутой, либо ограниченной в начале и конце узлами (точками растра B) с признаком $u_{ij} = 1$. На рис. 2 цифрами отмечены цвета пикселей растра G, буквами A, B, C и D – точки растра B, помеченные как узловые. Здесь шесть граничных линий построены соответственно между узлами: 1) A-B; 2) B-C; 3) B-D; 4) A-C; 5) A-D; 6) C-D, седьмая граничная линия замкнутая, она охватывает область пикселей с цветом 1.

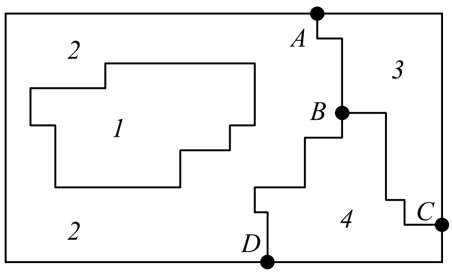

Рис. 2

АППРОКСИМАЦИЯ ГРАНИЧНЫХ ЛИНИЙ ПРЯМОЛИНЕЙНЫМИ ОТРЕЗКАМИ

Полученные на предыдущем этапе граничные линии содержат чрезмерно большое число точек и выглядят ступенчатыми, поэтому их необходимо аппроксимировать. Рассмотрим аппроксимацию ломаными линиями, такими, что их отклонения от исходной граничной линии должны быть невелики, как правило, не более чем 1 пиксель. При этом также требуется, чтобы наиболее удаленные точки граничной линии отклонялись от аппроксимирующей ломаной по возможности на одинаковое расстояние по обеим сторонам.

Приведенный в [3] способ аппроксимации может получить такой отрезок ломаной, что соответствующий участок исходной граничной линии располагается весь по одну его сторону. Поэтому рассмотрим еще один способ, лишенный указанного недостатка.

Алгоритм 2. Аппроксимация граничных линий.

1. Выделение и вставка характерных узловых точек (рис.3).
   1.1. Если граничная линия незамкнута, то выделяются две концевые точки.
   1.2. Выделяются точки в углах – местах стыковки двух отрезков, если по длине оба строго больше чем 2 пикселя либо оба равны 2 пикселям.
   1.3. Вставляются точки на отрезках длиной больше чем 2 пикселя, за 0.5 пикселя от места стыковки с другим отрезком длиной в 2 пикселя.
   1.4. Вставляются точки в середине отрезков, являющихся локальными экстремумами, если на этих отрезках еще нет выделенных точек.
2. Вставляются точки в середине всех тех отрезков, на которых еще нет выделенных точек.
3. Удаляются те точки исходной граничной линии, которые остались не выделенными.
4. Просматриваются все получившиеся отрезки (по два соседних), и если наклон следующего строго совпадает с наклоном предыдущего, то удаляется промежуточная точка.

Конец алгоритма.

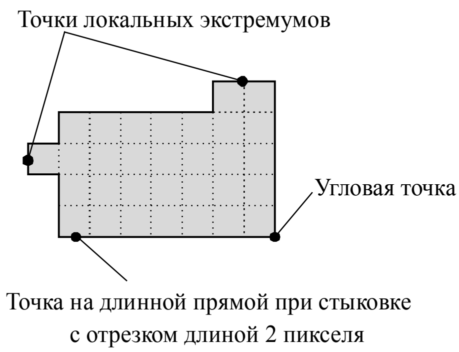

Рис. 3

Теорема. *Алгоритм* 2 *строит аппроксимирующую ломаную с максимальным отклонением от исходной граничной линии менее* 0.5 *пикселя.*

Доказательство. Введем следующие обозначения (рис. 4): X – точка исходной ломаной; a, b – инцидентные точке X отрезки исходной граничной линии; N, M – середины отрезков a и b соответственно; d – сегмент аппроксимирующей линии; K, T – точки пересечения d с отрезками a и b соответственно.

Длины отрезков a и b будем обозначать теми же буквами.

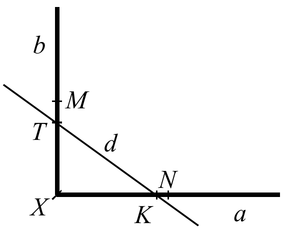

Рис. 4

Рассмотрим следующие случаи взаимного расположения отрезков исходной граничной линии и аппроксимирующей ломаной:

1. $a > 2$ и $b > 2$ либо $a = 2$ и $b = 2$. Точка X войдет в состав аппроксимирующей ломаной, поэтому отклонение равно нулю.

2. Длина одного из отрезков строго равна 2, длина другого больше чем 2 пикселя. Пусть для определенности $a = 2$ и $b > 2$. Тогда на отрезке b на расстоянии 0.5 пикселя от точки X будет добавлена узловая точка, через которую пройдет аппроксимирующая ломаная. Очевидно, что расстояние от точки X до этой ломаной не больше 0.5 пикселя.

3. Длина одного из отрезков, например a, равна единице. Тогда K находится на расстоянии 0.5 от точки X, а евклидово расстояние от точки X до отрезка d – менее 0.5 пикселя.

Теорема доказана.

При реализации рассмотренного алгоритма для хранения данных необходима дискретность представления координат, равная 0.5 пикселя. Это требование легко выполняется в рамках целочисленной арифметики – достаточно хранить координаты удвоенными.

Алгоритм 2 строит весьма точную аппроксимацию, однако в некоторых случаях она может оказаться излишне детальной. Если допустить максимальное отклонение аппроксимирующей ломаной больше чем 0.5 пикселя, то в алгоритме 2 можно выполнить еще один – дополнительный шаг аппроксимации. На этом шаге просматриваются соседние отрезки и проверяется возможность их склеивания – отбрасывания соединяющей их узловой точки. Узловая точка отбрасывается, если: 1) она вставлена на шаге 2 в середину какого-либо отрезка; 2) максимальное отклонение склеенного отрезка от исходной граничной линии не превышает заданной величины Δ ($0.5 < \Delta \le 1$). Очевидно, что при этом максимальное отклонение не будет превышать Δ. При отбрасывании промежуточных узловых точек необходимо контролировать длины получающихся отрезков так, чтобы отношение длин соседних отрезков на границе не превышало величину 5–10. Это необходимо для того, чтобы облегчить последующую обработку, в частности триангуляцию.

РАСПОЗНАВАНИЕ ОБЪЕКТОВ НА ТРИАНГУЛЯЦИИ

Следующим этапом работы является построение триангуляции Делоне с ограничениями. В качестве ребер ограничений выступают отрезки аппроксимирующих ломаных, полученные на предыдущем шаге. Эта задача на практике решается с помощью известных алгоритмов за время $O(n \log n)$ в наихудшем или за $O(n)$ в среднем [4, 5]. При построении триангуляции каждое из ребер треугольников помечается либо как отрезок аппроксимирующей ломаной (и тогда для него запоминается цвет пикселей слева и цвет справа), либо как «невидимое» ребро.

Далее в построенной триангуляции выделяются области, состоящие из треугольников одинакового цвета (методом «заливки с затравкой», см. [5]).

Выделенные одноцветные области необходимо классифицировать на линейные и площадные. В работе [3] эта задача решается построением скелета (серединной линии) внутри области. Для этого первоначально скелет строится внутри каждого из треугольников, который затем сшивается в связный граф. При этом для каждого треугольника оценивается толщина объекта, которая и позволяет классифицировать этот объект как линейный (с толщиной меньше заданной величины) либо как площадной.

В работе [3] для оценивания толщины рассматриваются пары треугольников, имеющих общее невидимое ребро. Однако возможны ситуации (если оба треугольника сильно вытянуты и к тому же тупоугольные), когда оценка толщины оказывается некорректной. Используем более простой и надежный способ – вычисление отношения площади области к суммарной длине ребер ограничений, входящих в область. Последующее более точное измерение толщины объекта будем производить лишь для тех треугольников, которые на первом этапе помечены как линейные.

Рассмотрим идеальный случай: отрезок прямой, образованный двумя параллельными граничными отрезками длиной по L (рис. 5). Треугольник abc содержит одно ребро ограничения ab длины L. Высота треугольника равна d – ширине линии. Площадь треугольника S_{abc} и участка линии $S_{\text{линии}}$ связаны соотношением

$$S_{abc} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot L = \frac{1}{2} S_{\text{линии}} .$$

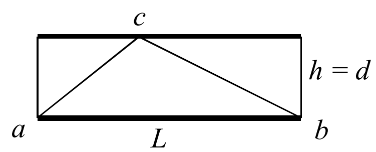

Рис. 5

Аналогичные соотношения выполняются с некоторыми погрешностями и для случаев типа изображенных на рис. 6, когда вычисляется средняя ширина линии для группы треугольников (при этом площадь внутреннего треугольника A также должна быть учтена).

Таким образом, можно сформулировать следующий критерий: если площадь группы треугольников меньше половины произведения суммарной длины ребер ограничений на максимально возможную ширину линии, то треугольники считаются линейными. Как показывают вычислительные эксперименты, применение этого критерия к группе треугольников дает более качественные результаты, чем к отдельным треугольникам.

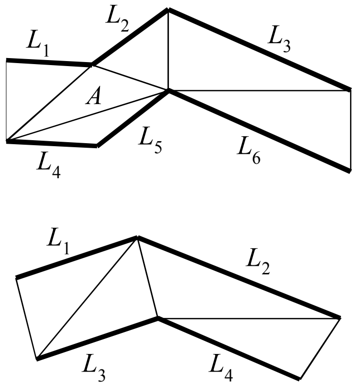

Рис. 6

При этом предлагается формировать группы из треугольников внутри одноцветной области, смежных с общей для них опорной вершиной. Из нескольких подряд расположенных вдоль границы вершин в качестве опорной следует выбирать ту, которая является смежной не менее чем с тремя треугольниками. Кроме того, при этом следует учесть особые случаи, когда вся одноцветная область состоит из одного или двух треугольников. В процессе анализа одноцветной области отдельные треугольники могут поочередно попасть в две-три группы, что увеличивает вероятность того, что они будут классифицированы правильно. Некоторый треугольник классифицируется как площадной, если он поочередно помещался в несколько групп, и хотя бы одна из них была классифицирована как площадная. В противном случае треугольник классифицируется как линейный.

На рис. 7 одноцветная область изображена черным цветом. На рис. 8 показан результат работы алгоритма классификации объектов. Черным цветом изображены треугольники, классифицированные как линейные, серым – как площадные.

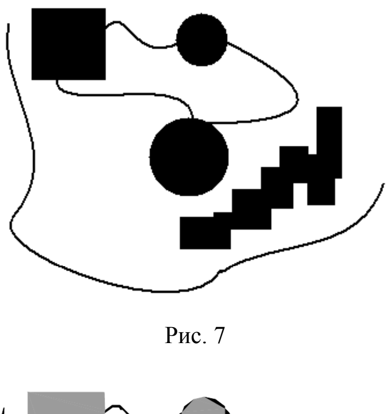

Рис. 7

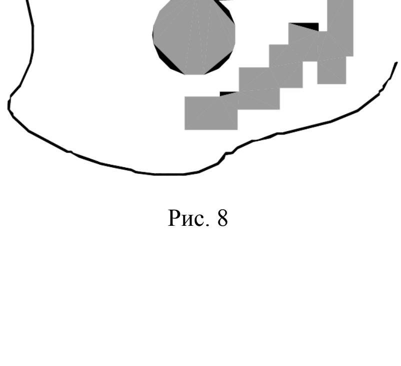

Рис. 8

Недостатком данного алгоритма является то, что иногда треугольники на границе площадных объектов принимаются алгоритмом за линейные объекты. Для исправления ошибок данного типа производится дополнительная проверка – с помощью дополнительного просмотра триангуляции все линейные треугольники, у которых длина невидимого ребра больше максимальной ширины линии, и которые соседствуют по невидимому ребру с площадным треугольником, считаются ошибочно классифицированными как линейные, и помечаются как площадные.

Трудоемкость данного этапа – линейная относительно числа точек в триангуляции, так как число треугольников линейно зависит от числа точек.

СОЗДАНИЕ ВЕКТОРНОЙ МОДЕЛИ РАСТРА

Результатом работы алгоритмов предыдущих этапов является полностью размеченная триангуляция, которая содержит достаточную информацию для построения векторной модели растра. Дальнейшие действия, описанные в работе [3], проиллюстрированы, в частности, на рис. 9.

При создании векторного представления линейных объектов отслеживаются смежные линейные треугольники одного цвета с одновременным построением скелетной линии. Линейные треугольники можно условно разделить на три типа: «внутренние» (все ребра невидимые), «боковые» (одно ребро границы и два невидимых ребра), «оконечные» (одно невидимое ребро и два ребра границы).

Алгоритм в процессе работы строит участки скелетных линий, проходящих через середины невидимых ребер «боковых» треугольников и заканчивающихся в точке пересечения медиан, если последний треугольник линии – «внутренний», либо в точке пересечения ребер ограничений, если последний треугольник линии – «оконечный», либо на середине открытого ребра, если последний треугольник данного участка скелетной линии – «боковой». На рис. 9 эти случаи соответственно обозначены цифрами *1*, *2*, и *3*.

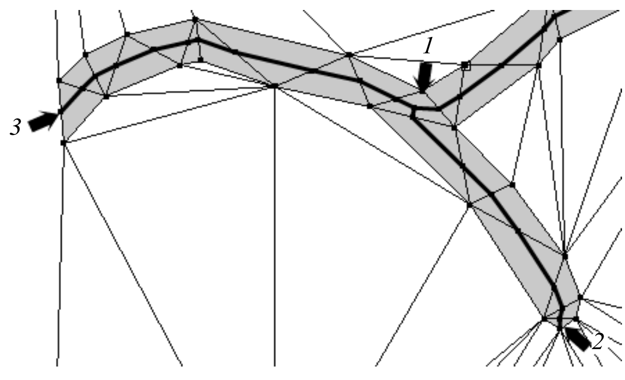

Рис. 9

После этого фильтруются некоторые погрешности скелетных линий, а оставшиеся их смежные участки склеиваются. При этом распознается ситуация, когда стыкуются две распознанные линии разной толщины.

Для создания векторных представлений площадных объектов строятся максимальные по включению связные области, состоящие только из треугольников, не являющихся линейными. При этом строится внешняя граница площадного объекта.

Нетрудно видеть, что трудоемкость каждого из рассмотренных этапов – линейная относительно числа треугольников.

АППРОКСИМАЦИЯ ПЛОЩАДНЫХ ВЕКТОРНЫХ ОБЪЕКТОВ КРИВЫМИ БЕЗЬЕ

Векторная модель растра, построенная рассмотренным выше алгоритмом, представляет собой наборы ломаных и многоугольников. Однако во многих задачах иллюстративной графики и дизайна требуется представлять векторные объекты плавными кривыми, в качестве которых используются, как правило, кривые Безье [4]. При этом обычно ставится задача построения только площадных объектов (без распознавания линий на растре).

Пусть на растре B алгоритмом 1 выделен набор граничных линий, каждая из которых является либо замкнутой, либо нет, и тогда она имеет начальную и конечную точки. Кроме того, для каждой линии задана ориентация и запомнены цвет области слева и цвет области справа.

Построение площадных объектов по граничным линиям можно выполнить без построения триангуляции. Для этого необходимо построить планарный ориентированный граф, в котором каждая граничная линия – ребро, а точки сочленения граничных линий – вершины графа. Кроме того, в каждой вершине указывается порядок смежных с вершиной ребер по направлению часовой стрелки.

По такому графу легко совершить обход по всем контурам, ограничивающим одноцветные области, выделив таким образом площадные объекты.

Теперь рассмотрим задачу аппроксимации граничных линий кривыми. Каждую такую линию будем аппроксимировать следующим образом.

Алгоритм 3. Аппроксимация граничных линий кривыми Безье.

1. Формирование списка характерных узловых точек.
   - 1.1. Если граничная линия незамкнута, то в список заносятся две концевые точки линии.
   - 1.2. В список заносятся точки в углах линии – местах стыковки двух отрезков, если они по длине оба больше, чем некоторая заданная величина δ (в пикселях).
   - 1.3. В список заносятся точки в середине тех отрезков линии, которые являются локальными экстремумами, если на этих отрезках еще нет точек, занесенных в список.
2. Цикл по списку характерных узловых точек (кроме концевых).
   - 2.1. Для k точек исходной граничной линии слева от узловой точки вычисляется наклон аппроксимирующей прямой, проходящей точно через узловую точку и в среднем вблизи k точек.
   - 2.2. Вычисляется наклон аналогичной аппроксимирующей прямой для k точек справа.
   - 2.3. Если наклоны аппроксимирующих прямых слева и справа различаются более, чем на заданный угол ε, то запоминаются оба наклона для этой узловой точки.
   - 2.4. В противном случае вычисляется наклон аппроксимирующей прямой для k точек слева и для k точек справа и запоминается общий наклон для этой узловой точки.
3. Для концевых узловых точек (если они есть) вычисляется наклон аппроксимирующей прямой, проходящей точно через узловую точку и в среднем вблизи k соседних точек.
4. Цикл по списку характерных узловых точек (рассматриваются по две соседних точки).
   - 4.1. Строится отрезок аппроксимирующей кривой Безье 3-й степени по двум узловым точкам и по наклонам слева и справа.
   - 4.2. Если максимальное отклонение кривой Безье от соответствующего участка граничной линии превышает заданную величину Δ, то в середину этого участка вставляется новая узловая точка и вычисляется для нее наклон аппроксимирующей прямой для k точек слева и для k точек справа.

Конец алгоритма.

Так как некоторые характерные узловые точки имеют координаты, кратные 0.5 пикселя, то все расчеты следует вести на целочисленной сетке с шагом 0.5 пикселя. Вычисление наклона аппроксимирующей прямой, проходящей через узловую точку, можно вести методом наименьших квадратов. Пусть параметрическое уравнение аппроксимирующей прямой в системе координат с нулем в узловой точке

$$X(t) = at, \qquad Y(t) = bt. \tag{1}$$

Пусть также параметр t на соседних точках граничной линии (на целочисленной сетке) имеет значения $1, 2, \ldots, k$ справа от узловой точки и, соответственно, $-1, -2, \ldots, -k$ слева от узловой точки. Если минимизировать сумму квадратов расстояний между этими точками (x_i, y_i) и соответствующими точками прямой (1) – $(X(t_i), Y(t_i))$, то получим следующие оценки коэффициентов наклона a и b:

$$a = \sum_i i x_i \Big/ \sum_i i^2, \quad b = \sum_i i y_i \Big/ \sum_i i^2. \tag{2}$$

Для построения отрезка кривой Безье 3-й степени по двум узловым точкам и по наклонам слева и справа необходимо от наклонов перейти к управляющим точкам. Следует учесть, что отрезок кривой Безье есть локальный параметрический сплайн, заданный полиномами $X(t)$ и $Y(t)$ третьей степени, где параметр t изменяется от 0 до 1. В работе [5] приведен способ нормализации такого сплайна вдоль длины кривой, позволяющий рассчитать длины касательных в точках при $t = 0$ и $t = 1$ таким образом, чтобы кривая была наиболее выпуклой.

Проверку максимального отклонения отрезка кривой Безье от соответствующего участка граничной линии можно выполнить с помощью быстрого алгоритма цифровой интерполяции параметрических полиномов [6].

Следует заметить, что некоторый отрезок кривой Безье может на самом деле оказаться прямолинейным, если линии наклона для двух соседних узловых точек направлены строго вдоль отрезка, их соединяющего. На рис. 10 показан процесс аппроксимации граничных линий отрезками кривой Безье, а на рис. 11 – пример построения площадных объектов и аппроксимация граничных линий этих объектов.

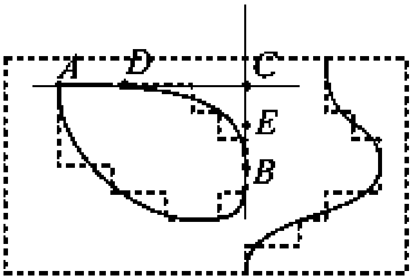

Рис. 10

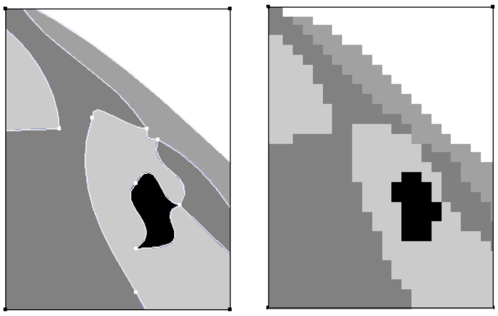

Рис. 11

ВЕКТОРИЗАТОР

Приложение, реализующее рассмотренные алгоритмы, было создано как подключаемый модуль к популярному оформительскому пакету Adobe Illustrator™. В данной технологии основной пакет программ принято называть приложением-хостом.

Модуль векторизации использует функции для загрузки растра, обращения к пикселям растра, определения расположения растра в рабочей обрасти, а также функции создания векторных объектов, предоставляемые приложением-хостом.

Интерфейс задания параметров векторизации изображен на рис. 12, на котором показана настройка параметров построения триангулированной модели растра. Кроме того, в приложении имеется возможность задания количества цветов на растре (после обработки растра для уменьшения на нем цветов), параметров построения кривых Безье.

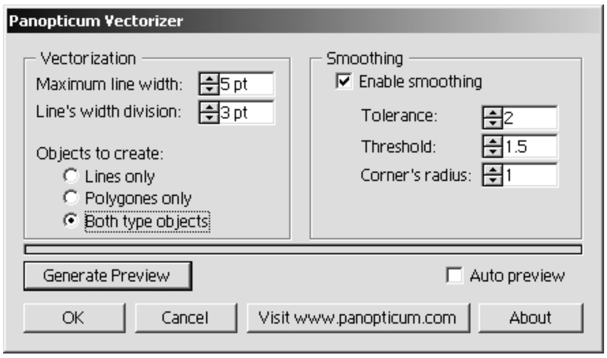

Рис. 12

На рис. 13 показан пример обработки рассмотренными алгоритмами одноцветного растрового рисунка. Слева направо – исходный растр, векторизованное изображение с использованием только площадных объектов, изображение с использованием как линейных, так и площадных объектов, изображение для демонстрации созданных векторных объектов.

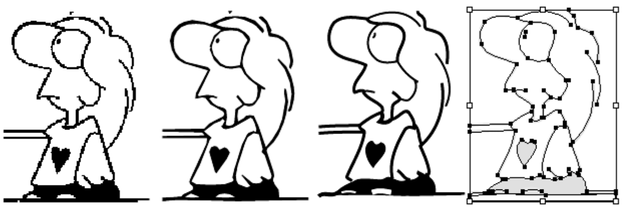

Рис. 13

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные в работе алгоритмы являются дальнейшим усовершенствованием методов, предложенных в работе [3]. Эти алгоритмы позволяют производить векторизацию многоцветных растров с классификацией выделенных из изображения объектов на линейные и площадные, достигая при этом высокой точности аппроксимации объектов. Алгоритмы могут функционировать в полностью автоматическом режиме, требуя задания лишь небольшого числа понятных пользователю параметров. Их трудоемкость в большинстве случаев линейная.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Розенфельд А.* Распознавание и обработка изображений с помощью вычислительных машин: Пер. с англ. М.:Мир, 1972. 230 с.
2. *Обработка* и отображение информации в растровых графических системах. Минск: ИТК АН БССР, 1989. 180 с.
3. *Костюк Ю.Л., Новиков Ю.Л.* Графовые модели цветных растровых изображений высокого разрешения // Вестник ТГУ. 2002. № 275, апрель. С.153–160.
4. *Роджерс Д., Адамс Дж.* Математические основы машинной графики. М.: Машиностроение, 1980. 240 с.
5. *Костюк Ю.Л.* Применение сплайнов для изображения линий в машинной графике // Автоматизация эксперимента и машинная графика. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1977. С. 116-130.
6. *Золотенков В.В., Костюк Ю.Л.* Цифровая интерполяция полиномов, не требующая умножения // Управляющие системы и машины. 1984. № 3. С. 31–34.

Статья представлена кафедрой теоретических основ информатики факультета информатики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 15 июня 2003 г.