ОБРАБОТКА ДАННЫХ И УПРАВЛЕНИЕ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

ВЫПУСК 6

Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске

ОБРАБОТКА ДАННЫХ И УПРАВЛЕНИЕ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

Выпуск 6

Под редакцией профессора А.Ф. Терпугова

Издательство Томского университета
2004

УДК 519.2
ББК 22.17
О24

Обработка данных и управление в сложных системах: Сборник статей
О24 / Под ред. А.Ф. Терпугова. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. – Вып. 6. – 198 с.

ISBN 5-7511-1804-9

Сборник содержит статьи сотрудников и аспирантов факультета информатики, экономики и математики филиала Кемеровского госуниверситета в г. Анжеро-Судженске, посвященные статистической обработке временных рядов, актуарной математике, а также вопросам управления в системах массового обслуживания и измерительных системах.

Для студентов, аспирантов, научных работников, занимающихся вопросами анализа временных рядов, управления в измерительных системах, имитационного моделирования и разработки информационных систем.

УДК 519.2
ББК 22.17

ISBN 5-7511-1804-9

СОДЕРЖАНИЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ТРЕХСТАБИЛЬНОСТИ В ДВУХКАНАЛЬНЫХ СЕТЯХ СВЯЗИ С ПРИМИТИВНЫМ ВХОДЯЩИМ ПОТОКОМ

А.А. НАЗАРОВ, С.А. ЦОЙ

Введенне

В наше время сети связи нашли широкое применение во многих отраслях человеческой деятельности, немалую долю из них образуют сети с протоколом случайного множественного доступа. Вместе с ростом применения таких сетей растет и актуальность их исследования [1]. Достаточно удобным и распространенным методом таких исследований является метод математического моделирования, который позволяет эффективно исследовать довольно сложные реальные системы. Подобный подход был применен в работах [2,3].

В этих работах рассмотрены математические модели сетей связи в виде однолинейных систем массового обслуживания с повторными требованиями. При некоторых параметрах в описанных сетях связи возникает так называемое явление бистабильности [3], которое является краеугольным камнем данных исследований. Исследование вероятностно-временных характеристик бистабильных сетей имеет важное практическое значение.

Аналогичный подход использован в данной работе. При технической реализации сетей с протоколом случайного множественного доступа, помимо основного канала связи, прокладывается также резервный, который используется в исключительных случаях, путем переключения абонентских станций на резервный канал. Несомненно, представляют интерес теоретические исследования возможностей совместного использования двух каналов одновременно в сетях случайного доступа. В таких сетях при некоторых параметрах возникает явление трехстабильности, исследование которого имеет как практический, так и научный интерес. Данная работа посвящена изучению двухканальных сетей связи и явлению трехстабильности, возникающему в таких сетях. При рассмотрении был использован общий подход к исследованию марковских моделей сетей случайного доступа с применением аппарата асимптотического анализа [4].

Математическая модель двухканальной сети случайиого доступа с коиечиым числом абонеитских станций

Сеть связи объединяет конечное N число абонентских станций общим ресурсом, в качестве которого может быть моноканал в сетях шинной топологии или пассивный центральный узел в звездообразных сетях. В нашем случае в качестве ресурса выступают два канала передачи данных, к которым каждый из абонентов имеет доступ. Доступ к каналу реализуется протоколом случайного множественного доступа с оповещением о конфликте, то есть любая абонентская станция, сформировав сообщение для передачи, немедленно отправляет его в один из каналов связи. Если ресурс свободен, начинает осуществляться передача сообщения, которая считается успешной, если в это время не поступали другие сообщения. Если во время передачи одного сообщения поступает другое, то происходит наложение передающих сигналов и сообщения искажаются, говорят, что возникает конфликт. От момента возникновения конфликта рассылается сигнал оповещения о конфликте. Сообщения, попавшие в конфликт, а также поступившие на этапе оповещения о конфликте, считаются искаженными и подлежат повторной передаче после случайной задержки, говорят, что они переходят в источник повторных вызовов (ИПВ). Далее процедура повторяется.

Рассмотрим в качестве математической модели двухканальной сети связи с конечным числом станций, управляемой протоколом случайного множественного доступа, двулинейную систему массового обслуживания (СМО) с источником повторных вызовов. Будем считать, что обращения от каждой абонентской станции к приборам происходят через случайный интервал времени, распределенный по экспоненциальному закону с одинаковым для всех станций параметром λ/N, где N – число абонентских станций. Данный параметр имеет смысл величины, обратной среднему значению длины промежутка времени между генерациями заявок от каждой абонентской станции. Таким образом, суммарный поток на входе системы является примитивным [5]. Распределение заявок между приборами может осуществляться с использованием различных протоколов, в данной работе рассмотрим случай, когда заявки распределяются по биномиальной схеме. С вероятностью r поступившая заявка обращается к первому, а с вероятностью $(1-r)$ – ко второму прибору. Если соответствующий прибор занят обслуживанием другой заявки, то обе попадают в конфликт и переходят в ИПВ. С этого момента в канале начинает распространяться сигнал оповещения о конфликте случайной продолжительности, имеющей экспоненциальное распределение с параметрами $1/a_1$ и $1/a_2$ для первого и второго каналов соответственно, где a_1 и a_2 – средние значения времени распространения сигнала оповещения. При этом возможны две ситуации:

1. Сигналы оповещения о конфликтах на первом и втором приборах неразличимы.

2. Сигналы оповещения о конфликтах на первом и втором приборах различимы физически или информационно.

Естественно, что во втором случае поступившая заявка обращается к тому прибору, для которого отсутствует сигнал оповещения о конфликте.

В данной работе рассмотрим ситуацию, когда сигналы оповещения о конфликтах неразличимы. Тогда $a_1 = a_2$. Заявки, обратившиеся к прибору во время распространения сигнала оповещения, переходят в ИПВ. Если заявка принята к обслуживанию и в течение этого времени другие заявки к данному прибору не обращались, то обслуженная заявка покидает систему. Будем полагать, что время обслуживания имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_1 для первого и μ_2 – для второго прибора. Параметры μ_1 и μ_2 имеют смысл величин, обратных среднему значению времени передачи сообщения в первом и втором каналах соответственно. После задержки в ИПВ время задержки случайно и распределено по экспоненциальному закону с параметром σ/N, заявка вновь обращается к одному из приборов по вышеописанной схеме с повторной попыткой успешного обслуживания. Состояние полученной системы определяется вектором (k_1, k_2, i), где k_1 и k_2 описывают состояние приборов, $k_j = 0$, если прибор свободен, $k_j = 1$, если в нем обслуживается заявка, и $k_j = 2$, если на приборе реализуется сигнал оповещения о конфликте, а величина i описывает число заявок в ИПВ. Процесс $\{k_1(t), k_2(t), i(t)\}$ изменения во времени состояний описанной системы является марковским, для его исследования обозначим $P_{k_1k_2}(i,t) = P\{k_1(t) = k_1, k_2(t) = k_2, i(t) = i\}$. Выпишем систему дифференциальных уравнений Колмогорова, определяющую распределение вероятностей $P_{k_1k_2}(i,t)$ состояний сети $\{k_1(t), k_2(t), i(t)\}$:

$$\frac{\partial P_{00}(i,t)}{\partial t} = -\left[\lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)+\sigma\frac{i}{N}\right]P_{00}(i,t)+\mu_2 P_{01}(i,t)+\frac{1}{a_2}P_{02}(i,t)+$$

$$+\mu_1 P_{10}(i,t)+\frac{1}{a_1}P_{20}(i,t),$$

$$\frac{\partial P_{01}(i,t)}{\partial t} = \lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)(1-r)P_{00}(i,t)+\sigma\frac{i+1}{N}(1-r)P_{00}(i+1,t)-$$

$$-\left[\lambda\left(1-\frac{i+1}{N}\right)+\sigma\frac{i}{N}+\mu_2\right]P_{01}(i,t)+\mu_1 P_{11}(i,t)+\frac{1}{a_1}P_{21}(i,t),$$

$$\frac{\partial P_{02}(i,t)}{\partial t} = \lambda\left(1-\frac{i-1}{N}\right)(1-r)P_{01}(i-2,t)-\left[\lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)+\sigma\frac{i}{N}r+\frac{1}{a_2}\right]P_{02}(i,t)+$$

$$+\sigma\frac{i-1}{N}(1-r)P_{01}(i-1,t)+\lambda\left(1-\frac{i-1}{N}\right)(1-r)P_{02}(i-1,t)+\mu_1 P_{12}(i,t)+\frac{1}{a_1}P_{22}(i,t),$$

$$\frac{\partial P_{10}(i,t)}{\partial t} = \lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)rP_{00}(i,t)+\sigma\frac{i+1}{N}rP_{00}(i+1,t)-$$

$$-\left[\lambda\left(1-\frac{i+1}{N}\right)+\sigma\frac{i}{N}+\mu_1\right]P_{10}(i,t)+\mu_1 P_{11}(i,t)+\frac{1}{a_2}P_{12}(i,t),$$

$$\frac{\partial P_{11}(i,t)}{\partial t}=\lambda\left(1-\frac{i+1}{N}\right)rP_{01}(i,t)+\sigma\frac{i+1}{N}rP_{01}(i+1,t)+\lambda\left(1-\frac{i+1}{N}\right)(1-r)P_{10}(i,t)+$$
$$+\sigma\frac{i+1}{N}(1-r)P_{10}(i,t)-\left[\lambda\left(1-\frac{i+2}{N}\right)+\sigma\frac{i}{N}+\mu_1+\mu_2\right]P_{11}(i,t), \qquad (1)$$
$$\frac{\partial P_{12}(i,t)}{\partial t}=\lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)rP_{02}(i,t)+\sigma\frac{i+1}{N}rP_{02}(i+1,t)+\lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)(1-r)P_{11}(i-2,t)+$$
$$+\sigma\frac{i-1}{N}(1-r)P_{11}(i-1,t)-\left[\lambda\left(1-\frac{i+1}{N}\right)+\sigma\frac{i}{N}r+\frac{1}{a_2}+\mu_1\right]P_{12}(i,t)+$$
$$+\lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)(1-r)P_{12}(i-1,t),$$
$$\frac{\partial P_{20}(i,t)}{\partial t}=\lambda\left(1-\frac{i-1}{N}\right)rP_{10}(i-2,t)-\left[\lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)+\sigma\frac{i}{N}+\frac{1}{a_1}\right]P_{20}(i,t)+$$
$$+\sigma\frac{i-1}{N}rP_{10}(i-1,t)+\lambda\left(1-\frac{i-1}{N}\right)rP_{20}(i-1,t)+\mu_2P_{21}(i,t)+\frac{1}{a_2}P_{22}(i,t),$$
$$\frac{\partial P_{21}(i,t)}{\partial t}=\lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)rP_{11}(i-2,t)+\sigma\frac{i-1}{N}rP_{11}(i-1,t)+\lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)(1-r)P_{20}(i,t)+$$
$$+\sigma\frac{i+1}{N}(1-r)P_{20}(i+1,t)-\left[\lambda\left(1-\frac{i+1}{N}\right)+\sigma\frac{i}{N}(1-r)+\mu_2+\frac{1}{a_1}\right]P_{21}(i,t)+$$
$$+\lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)rP_{21}(i-1,t),$$
$$\frac{\partial P_{22}(i,t)}{\partial t}=\lambda\left(1-\frac{i-1}{N}\right)rP_{12}(i-2,t)+\sigma\frac{i-1}{N}rP_{12}(i-1,t)+\lambda\left(1-\frac{i-1}{N}\right)(1-r)P_{21}(i-2,t)+$$
$$+\sigma\frac{i-1}{N}(1-r)P_{21}(i-1,t)-\left[\lambda\left(1-\frac{i}{N}\right)+\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right]P_{22}(i,t)+\lambda\left(1-\frac{i-1}{N}\right)P_{22}(i-1,t).$$

Общий подход к исследованию марковских моделей сетей случайного доступа

При исследовании одноканальных сетей случайного доступа, функционирующих в стационарном режиме, были получены аналогичные системы уравнений. Для их решения применялся модифицированный метод асимптотического анализа марковизируемых систем [4]. Использование этого метода для системы

(1) приводит к громоздким записям, работа с которыми очень затруднительна, поэтому, переходя к векторной форме, обозначим вектор-столбец

$$P(i,t)=\{P_{00}(i,t),P_{01}(i,t),P_{02}(i,t),P_{10}(i,t),P_{11}(i,t),P_{12}(i,t),P_{20}(i,t),P_{21}(i,t),P_{22}(i,t)\}^T \tag{2}$$

и матрицы $A_0(i/N)$, $A_1(i/N)$, $A_2(i/N)$, $A_3(i/N)$, $A_4(i/N)$, $A_5(i/N)$, $A_6(i/N)$, $A_7(i/N)$ определим таким образом, что систему (1) представим в виде

$$\begin{aligned}\frac{\partial P(i,t)}{\partial t}&=A_0\left(\frac{i+2}{N}\right)P(i,t)+A_1\left(\frac{i}{N}\right)P(i-2,t)+A_2\left(\frac{i+1}{N}\right)P(i,t)+A_3\left(\frac{i}{N}\right)P(i-1,t)+\\&+A_4\left(\frac{i-1}{N}\right)P(i-2,t)+A_5\left(\frac{i-1}{N}\right)P(i-1,t)+A_6\left(\frac{i}{N}\right)P(i,t)+A_7\left(\frac{i+1}{N}\right)P(i+1,t).\end{aligned} \tag{3}$$

Отметим, что аналогично (3) можно записать соответствующие системы уравнений, определяющих функционирование математических моделей и других сетей связи случайного доступа, поэтому нижеприведенный подход к исследованию математических моделей сетей случайного доступа имеет достаточно общий характер. Для исследования данной системы уравнения проведем ряд несложных преобразований. Получим

$$\begin{aligned}\frac{\partial P(i,t)}{\partial t}&=A_0\left(\frac{i}{N}+\frac{2}{N}\right)P(i,t)+A_1\left(\frac{i-2}{N}+\frac{2}{N}\right)P(i-2,t)+A_2\left(\frac{i}{N}+\frac{1}{N}\right)P(i,t)+\\&+A_3\left(\frac{i-1}{N}+\frac{1}{N}\right)P(i-1,t)+A_4\left(\frac{i-2}{N}+\frac{1}{N}\right)P(i-2,t)+A_5\left(\frac{i-1}{N}\right)P(i-1,t)+\\&+A_6\left(\frac{i}{N}\right)P(i,t)+A_7\left(\frac{i+1}{N}\right)P(i+1,t),\end{aligned} \tag{4}$$

Обозначим $1/N=\varepsilon^2$, $\varepsilon^2 t=\tau$ и покажем, что процесс

$$x(\tau)=\lim_{\varepsilon\to 0}\varepsilon^2 i\left(\tau/\varepsilon^2\right) \tag{5}$$

является детерминированной функцией.

Для получения указанного результата в системе (4) выполним замену

$$\varepsilon^2 t=\tau,\ \varepsilon^2 i=x(\tau)+\varepsilon y,\ \frac{1}{\varepsilon}P(i,t)=H(y,\tau,\varepsilon), \tag{6}$$

где $x(\tau)$ – некоторая функция, вид которой будет определен ниже, тогда систему (4) перепишем следующим образом:

$$\varepsilon^2 \frac{\partial H(y,\tau,\varepsilon)}{\partial \tau} - \varepsilon x'(\tau)\frac{\partial H(y,\tau,\varepsilon)}{\partial y} = A_0\left(x+\varepsilon y+2\varepsilon^2\right)H(y,\tau,\varepsilon)+$$
$$+A_1\left(x+\varepsilon(y-2\varepsilon)+2\varepsilon^2\right)H(y-2\varepsilon,\tau,\varepsilon)+A_2\left(x+\varepsilon y+\varepsilon^2\right)H(y,\tau,\varepsilon)+ \tag{7}$$
$$+A_3\left(x+\varepsilon(y-\varepsilon)+\varepsilon^2\right)H(y-\varepsilon,\tau,\varepsilon)+A_4\left(x+\varepsilon(y-2\varepsilon)+\varepsilon^2\right)H(y-2\varepsilon,\tau,\varepsilon)+$$
$$+A_5(x+\varepsilon(y-\varepsilon))H(y-\varepsilon,\tau,\varepsilon)+A_6(x+\varepsilon y)H(y,\tau,\varepsilon)+A_7(x+\varepsilon(y+\varepsilon))H(y+\varepsilon,\tau,\varepsilon).$$

Систему (7) будем решать в два этапа.

Первый этап

На первом этапе найдем распределения вероятностей значений процесса $k(\tau)$ – вектор-столбец вероятностей состояний каналов, который получен лексикографической нумерацией состояний двумерного процесса (k_1,k_2). Для этого в системе (7) перейдем к пределу при $\varepsilon \to 0$, обозначив $H(y,\tau,0)=H(y,\tau)$, получим относительно вектора $H(y,\tau)$ однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$K(x)H(y,\tau)=0, \tag{8}$$

где матрица $K(x)$ имеет вид

$$K(x)=\sum_{i=0}^{7} A_i(x) \tag{9}$$

и является инфинитезимальной матрицей интенсивностей переходов случайного процесса $k(\tau)$. Из свойств таких матриц следует, что их строки линейно зависимы, так как

$$E^T K(x)=0, \tag{10}$$

где E – единичный вектор-столбец. Следовательно, система (8) имеет нетривиальное решение, которое представим в виде

$$H(y,\tau)=R(x)F(y,\tau), \tag{11}$$

где $F(y,\tau)$ – скалярная функция, а вектор $R(x)$ определяется аналогично (8) однородной системой линейных алгебраических уравнений

$$K(x)R(x)=0. \tag{12}$$

Положим, что вектор $R(x)$ удовлетворяет условию нормировки

$$E^T R(x) = 1. \tag{13}$$

Тогда $R(x)$ имеет смысл распределения вероятностей значений процесса $k(\tau)$.

Отметим, что в силу равенства (11) процессы $k(\tau)$ и $y(\tau)$ стохастически независимы.

Покажем, что решение $R(x)$ системы (12), удовлетворяющее условию нормировки (13), существует и единственно.

Теорема 1. *Решение* $R(x)$ *системы* (12), *удовлетворяющее условию нормировки* (13), *существует и единственно.*

Доказательство. Формально воспользуемся теоремой эргодичности. По инфинитезимальной матрице построим матрицу переходных вероятностей вложенной цепи Маркова с дискретным временем. Это реализуется исключением диагональных элементов матрицы $K(x)$ и нормированием ее строк. Полученная матрица неприводима и непериодична, поэтому выполнены условия теоремы эргодичности, то есть выполнены условия эргодичности для цепей Маркова с конечным числом состояний. Следовательно, существует единственное эргодическое распределение, которое для процесса с непрерывным временем определяется системой (12) и условием нормировки (13). Таким образом, решение $R(x)$ однородной системы линейных алгебраических уравнений (12), удовлетворяющее условию (13), существует и единственно. Теорема доказана.

Еще раз подчеркнем, что приведенное доказательство использует теорему эргодичности не по существу, а чисто формально, так как распределение $R(x)$ зависит от значений функции $x(\tau)$, следовательно, не является, вообще говоря, стационарным.

Второй этап

На втором этапе решения системы (7) найдем вид функции $x = x(\tau)$.

Теорема 2. *Функция $x = x(\tau)$ является решением обыкновенного дифференциального уравнения*

$$x'(\tau) = E^T V(x) R(x), \tag{14}$$

где матрица $V(x)$ имеет вид

$$V(x) = 2A_1(x) + A_3(x) + 2A_4(x) + A_5(x) - A_7(x). \tag{15}$$

Доказательство. Функции в правой части системы (7) разложим в ряд по приращениям аргумента y с точностью до $o(\varepsilon)$ и перепишем эту систему в виде

$$-\varepsilon x'(\tau)\frac{\partial H(y,\tau,\varepsilon)}{\partial y} = K(x+\varepsilon y)H(y,\tau,\varepsilon) - \varepsilon V(x)\frac{\partial H(y,\tau,\varepsilon)}{\partial y} + o(\varepsilon), \tag{16}$$

где матрица $V(x)$, очевидно, имеет вид (15). Просуммируем все уравнения системы (16) и, учитывая свойство (10) матрицы K, получим

$$-\varepsilon x'(\tau)E^T \frac{\partial H(y,\tau,\varepsilon)}{\partial y} = -\varepsilon E^T V(x)\frac{\partial H(y,\tau,\varepsilon)}{\partial y} + o(\varepsilon).$$

Поделив левую и правую части этого равенства на ε и полагая $\varepsilon \to 0$, запишем

$$x'(\tau)E^T \frac{\partial H(y,\tau)}{\partial y} = E^T V(x)\frac{\partial H(y,\tau)}{\partial y}.$$

Подставляя в это равенство $H(y,\tau)$ в виде выражения (11), имеем

$$x'(\tau)E^T R(x)\frac{\partial F(y,\tau)}{\partial y} = E^T V(x)R(x)\frac{\partial F(y,\tau)}{\partial y},$$

откуда, учитывая условие нормировки (13), получим обыкновенное дифференциальное уравнение вида (14):

$$x'(\tau) = E^T V(x) R(x),$$

определяющее функции $x = x(\tau)$. Теорема доказана.

Далее полученные результаты применим к исследованию вышеописанной двулинейной сети.

Распределение вероятностей состояний каналов в двухканальной сети случайного доступа

Для рассматриваемой системы (3) найдем компоненты $R_{k_1k_2}$ вектора $R(x)$. Для этого в явном виде выпишем уравнение (12), учитывая замену $G=\lambda(1-x)+\sigma x$:

$$GR_{00}=\mu_2R_{01}+\frac{1}{a_2}R_{02}+\mu_1R_{10}+\frac{1}{a_1}R_{20},$$

$$(G+\mu_2)R_{01}=G(1-r)R_{00}+\mu_1R_{11}+\frac{1}{a_1}R_{21},$$

$$\left(G+\frac{1}{a_2}\right)R_{02}=G(1-r)R_{01}+\mu_1R_{12}+\frac{1}{a_1}R_{22},$$

$$(G+\mu_1)R_{10}=rGR_{00}+\mu_2R_{11}+\frac{1}{a_2}R_{12},$$

$$(G+\mu_1+\mu_2)R_{11}=rGR_{01}+G(1-r)R_{10},$$

$$\left(rG+\mu_1+\frac{1}{a_2}\right)R_{12}=rGR_{02}+(1-r)GR_{11},$$

$$\left(G(1-r)+\frac{1}{a_1}\right)R_{20}=rGR_{10}+\mu_2R_{21}+\frac{1}{a_2}R_{22},$$

$$\left(G(1-r)+\mu_2+\frac{1}{a_1}\right)R_{21}=rGR_{11}+G(1-r)R_{20},$$

$$\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)R_{22}=rGR_{12}+G(1-r)R_{21}.$$

Будем искать решение в виде произведения $R_{k_1k_2}=R_{k_1}^{(1)}R_{k_2}^{(2)}$. Разрешая эту систему и добавляя условие нормировки (13):

$$\sum_{k_1=0}^{2}R_{k_1}^{(1)}=1 \text{ и } \sum_{k_2=0}^{2}R_{k_2}^{(2)}=1,$$

получаем

$$R_0^{(1)}=\frac{rG+\mu_1}{(rG)^2a_1+2rG+\mu_1},\qquad R_0^{(2)}=\frac{(1-r)G+\mu_2}{((1-r)G)^2a_2+2(1-r)G+\mu_2},$$

$$R_1^{(1)} = \frac{rG}{(rG)^2 a_1 + 2rG + \mu_1}, \qquad R_1^{(2)} = \frac{(1-r)G}{((1-r)G)^2 a_2 + 2(1-r)G + \mu_2},$$

$$R_2^{(1)} = \frac{(rG)^2 a_1}{(rG)^2 a_1 + 2rG + \mu_1}, \qquad R_2^{(2)} = \frac{((1-r)G)^2 a_2}{((1-r)G)^2 a_2 + 2(1-r)G + \mu_2}.$$

Исследование асимптотического среднего числа заявок в ИПВ для двухканальной сети

По теореме 2 процесс $x(\tau)$, имеющий смысл асимптотического среднего нормированного числа заявок в ИПВ, является детерминированным, удовлетворяющим обыкновенному дифференциальному уравнению (14). Приведем данное уравнение для описанной двулинейной сети в явном виде

$$x'(\tau) = \lambda(1-x) - \left(\frac{r(\lambda(1-x)+\sigma x)\mu_1}{(r(\lambda(1-x)+\sigma x))^2 a_1 + 2r(\lambda(1-x)+\sigma x) + \mu_1} + \right. \\ \left. + \frac{(1-r)(\lambda(1-x)+\sigma x)\mu_2}{((1-r)(\lambda(1-x)+\sigma x))^2 a_2 + 2(1-r)(\lambda(1-x)+\sigma x) + \mu_2} \right) = a(x). \tag{17}$$

Данное дифференциальное уравнение в зависимости от параметров $(\lambda, \sigma, \mu_1, \mu_2, r, 1/a_1, 1/a_2)$ может иметь до 5 точек покоя. Особый интерес представляет ситуация, в которой уравнение имеет 5 точек покоя, 3 из которых будут устойчивы. Устойчивые точки покоя будем называть точками стабилизации сети связи, а сеть связи – трехстабильной.

Для демонстрации полученных результатов приведем ряд графиков правой части дифференциального уравнения (17) при разных масштабах. На рис.1, 2 и 3 представлены графики поведения правой части дифференциального уравнения (9) при следующих параметрах: $\lambda = 0.25$, $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 1$, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $r = 0.99$, $\sigma = 1500$. По оси абсцисс отложено значение x, а по оси ординат – значение $a(x)$ правой части дифференциального уравнения (9). В данном случае система имеет 5 точек покоя, 3 из которых будут устойчивы. Эти точки будут являться точками стабилизации сети связи.

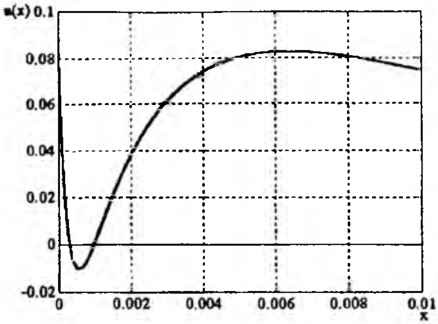

Рис. 1

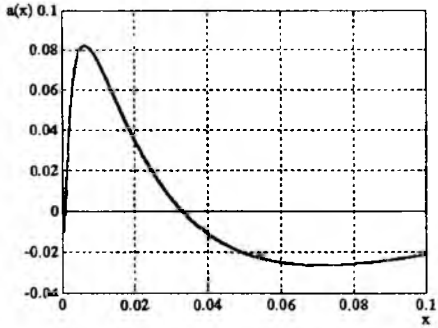

Рис. 2

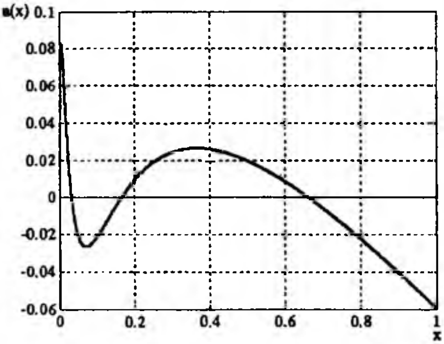

Рис. 3

ЛИТЕРАТУРА

1. Бертсекас Д., Галагер Р. Сети передачи данных. М.: Мир, 1989.
2. Назаров А.А. Устойчивое функционирование нестабильных сетей связи с протоколом случайного доступа // Проблемы передачи информации. 1997. №2. С. 101-111.
3. Назаров А.А., Шохор С.Л. Исследование управляемого несинхронного множественного доступа в спутниковых сетях связи с оповещением о конфликте // Проблемы передачи информации. 2000. №1. С. 77-89.
4. Назаров А.А. Асимптотический анализ марковизируемых систем. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1991.
5. Лившиц Б.С., Пшеничников А.П., Харкевич А.А. Теория телетрафика. М.: Связь, 1979.