

**На правах рукописи**

**Колчин Валерий Анатольевич**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАССЕЯНИЯ  
НА НЕСКОЛЬКИХ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ ТЕЛАХ  
МЕТОДОМ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ**

**05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ**

**Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

**Томск – 2006**

Работа выполнена на кафедре исследования операций факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета

**Научный руководитель:**

доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник  
А. Г. Дмитренко

**Официальные оппоненты:**

доктор физико-математических наук, профессор П. М. Нагорский;  
доктор физико-математических наук, профессор Г. Г. Гошин

**Ведущая организация:** Институт физики им. Л. В. Киренского СО РАН,  
г. Красноярск

**Защита состоится** " 5 " октября 2006 г. в 10.30 часов на заседании диссертационного совета Д 212.267.08 при Томском государственном университете по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, ТГУ, ауд. 102. С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета.

**Автореферат разослан** " 21 " августа 2006 г.

Отзывы на автореферат, в 2-х экземплярах, заверенные гербовой печатью организации, просим направлять по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, ТГУ, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.267.08.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.267.08,  
доктор технических наук, доцент

А. В. Скворцов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ

Задачи рассеяния электромагнитного поля на структурах, состоящих из нескольких идеально проводящих тел, возникают при решении многих научно-технических проблем. Это проблемы электромагнитной совместимости, радиопеленгации, снижения радиолокационной заметности, дистанционного зондирования и другие.

Спецификой электромагнитных процессов в структурах из нескольких тел является то, что вторичные токи на каждом из тел структуры наводятся не только первичным (возбуждающим) электромагнитным полем, но и полем вторичных токов всех соседних тел, т.е. вторичные токи всех тел структуры оказываются взаимосвязанными. Это обстоятельство существенно усложняет решение соответствующих задач рассеяния, особенно в том случае, если размеры каждого из тел структуры сравнимы с длиной волны возбуждающего поля (резонансная частотная область), а расстояние между телами структуры много меньше длины волны. В этом случае совокупность тел структуры необходимо рассматривать как единое целое и решать граничную задачу для всей совокупности тел. Если тела структуры являются идеально проводящими, эта граничная задача формулируется следующим образом: при заданном стороннем возбуждении найти решение уравнений Максвелла, удовлетворяющее граничным условиям идеальной проводимости на поверхностях всех тел структуры, условиям излучения на бесконечности, а также имеющее определенное поведение в окрестности разрывов геометрических параметров тел (при наличии таковых).

В принципе, для моделирования электромагнитного рассеяния на обсуждаемых структурах могут быть использованы такие наиболее широко распространенные численные методы как конечные методы, основанные на решении краевых задач в дифференциальной форме, и методы интегральных уравнений. Решению задач дифракции с помощью конечных методов посвящены работы авторов: Сильвестер П. П., Мей К. К., Волакис Ж. Л., Вебб Д. П., Митра Р. и др. Применению метода интегральных уравнений для решения задач электромагнитного рассеяния посвящены работы авторов: Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г., Васильев Е. Н., Хижняк Н. А., Захаров Е. В., Пименов Ю. В., Дмитриев В. И., Колтон Д., Кресс Р. и др.

Нужно отметить, что как конечным методам, так и методам интегральных уравнений присущ ряд недостатков, затрудняющих их применение к решению задач рассеяния на рассматриваемых структурах. Для конечных методов – это необходимость искусственного ограничения рассматриваемой области, ошибки в расчетах рассеянных полей, обусловленные искусственной границей и пространственной дискретизацией задачи, чрезвычайно высокие размерности получающихся систем линейных алгебраических уравнений. Методы интегральных уравнений исключают необходимость искусст-

венного ограничения внешней области и снижают размерность пространства, в котором находится решение. Однако применение их к рассматриваемым структурам также является весьма громоздким. Даже в простейшем случае, когда граничные условия удовлетворяются методом коллокаций, а для представления токов на поверхностях тел используется кусочно-постоянная аппроксимация, решение задачи рассеяния на структуре из нескольких тел сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений высокого порядка, элементы матрицы которой определяются двумерными интегралами от ядер исходных интегральных уравнений. Кроме того, по отношению к полю в дальней зоне этап определения токов на поверхностях тел является промежуточным; для нахождения характеристик рассеяния необходимо вычисление интегралов от функций, содержащих поверхностный ток.

Анализ опубликованных работ, касающихся рассеяния электромагнитных волн в резонансной области частот на структурах из нескольких идеально проводящих тел, показывает, что в этих работах, как правило, рассматриваются структуры, состоящие из осесимметричных тел, тонких проводников и плоских проводящих экранов. Не обнаружено ни одной работы, в которой были бы приведены конкретные численные результаты, касающиеся рассеяния электромагнитных волн на структурах, удовлетворяющих следующим двум условиям: 1) расстояние между телами структуры много меньше длины волны возбуждающего поля; 2) одно или несколько пространственных тел структуры не обладает симметрией вращения (является неосесимметричным). В связи с постоянным появлением подобного рода задач являются актуальными разработка численных методов для моделирования электромагнитного рассеяния на структурах, удовлетворяющих сформулированным выше условиям, а также исследование характеристик рассеяния конкретных структур.

В последние годы для моделирования электромагнитного рассеяния в резонансном частотном диапазоне все более широкое распространение находит метод вспомогательных источников. Основоположителем этого метода является Купрадзе В. Д. В дальнейшем, метод вспомогательных источников был развит и применялся к двумерным и трехмерным задачам рассеяния авторами: Свешников А. Г., Еремин Ю. А., Кюркчан А. Г., Заридзе Р. С., Дмитренко А. Г. и др. За рубежом большой вклад в развитие метода внесли авторы: Ясуура К., Икуно Х., Левиатан И., Хафнер Х. и др.

Суть метода вспомогательных источников заключается в том, что рассеянное поле в исследуемой области строится в виде линейной комбинации полей элементарных источников (точечных источников, диполей, мультиполей и др.), расположенных вне этой области и излучающих в безграничную однородную среду с параметрами исследуемой области. Такая конструкция удовлетворяет в рассматриваемой области системе дифференциальных уравнений задачи (волновому уравнению, уравнениям Максвелла)

и условиям излучения на бесконечности. Коэффициенты линейной комбинации определяются путем удовлетворения граничным условиям в некоторой норме.

Метод вспомогательных источников избегает проблем, свойственных конечным методам, связанных с необходимостью ограничения и дискретизации рассматриваемого пространства, а также проблем, свойственных методу поверхностных интегральных уравнений, связанных с необходимостью вычисления двумерных интегралов при формировании матрицы системы линейных алгебраических уравнений и расчете характеристик рассеяния. По этим причинам представляется целесообразным использовать именно его для моделирования электромагнитного рассеяния на структурах, состоящих из нескольких неосесимметричных тел. Дополнительным аргументом в пользу такого выбора является накопленный ранее опыт использования метода вспомогательных источников для моделирования рассеяния на одиночных неосесимметричных телах.

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью диссертации является разработка модификаций метода вспомогательных источников для математического моделирования электромагнитного рассеяния в резонансной частотной области на структурах, состоящих из нескольких неосесимметричных идеально проводящих тел.

В рамках указанной цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Обобщение варианта метода вспомогательных источников, разработанного ранее для одиночного тела, для математического моделирования электромагнитного рассеяния на структурах из нескольких пространственных неосесимметричных идеально проводящих тел.

2. Развитие модификации метода вспомогательных источников для математического моделирования электромагнитного рассеяния на структурах, содержащих пространственные тела и тонкие проводники.

3. Реализация разработанных модификаций метода вспомогательных источников в виде компьютерной программы и ее применение для анализа характеристик рассеяния конкретных структур, в особенности с целью выявления закономерностей процессов рассеяния, обусловленных существенным взаимодействием рассеивателей и отклонением их форм от осесимметричной.

### ПОЛОЖЕНИЯ ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Модификация метода вспомогательных источников для математического моделирования электромагнитного рассеяния на структурах, состоящих из нескольких пространственных неосесимметричных идеально проводящих тел.

2. Модификация метода вспомогательных источников для математического моделирования электромагнитного рассеяния на структурах из не-

скольких пространственных неосесимметричных идеально проводящих тел и тонких проводников.

3. Установленные с помощью разработанных модификаций метода вспомогательных источников закономерности процессов рассеяния, обусловленные взаимодействием рассеивателей и отклонением их форм от осесимметричной.

### МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

В ходе разработки и исследования модификаций метода вспомогательных источников применялись теория дифференциальных уравнений в частных производных, аппарат теории матриц, метод сопряженных градиентов.

### ДОСТОВЕРНОСТЬ

Достоверность результатов диссертации обеспечивается теоремами единственности решения задач рассеяния и проверяется контролем точности по критерию невязки граничных условий, а также совпадением полученных результатов в частных случаях с результатами других авторов, полученными иными методами.

### НАУЧНАЯ НОВИЗНА РАБОТЫ

1. Осуществлено обобщение математической модели рассеяния электромагнитного поля, построенной с помощью модификации метода вспомогательных источников, разработанной ранее для одиночного пространственного идеально проводящего тела, на случай из нескольких пространственных идеально проводящих рассеивателей.

2. Предложена модификация метода вспомогательных источников для решения задач электромагнитного рассеяния на структурах, содержащих тонкие проводники, в которой для моделирования рассеянного тонкими проводниками поля используются вспомогательные источники в виде осевых токов.

3. Путем математического моделирования исследовано влияние электромагнитного взаимодействия между телами, а также отклонения форм рассеивателей от осесимметричной на бистатические сечения рассеяния.

4. Исследовано влияние объемных рассеивателей на распределение тока вдоль тонких проводников, а также влияние тонких проводников на бистатические сечения рассеяния.

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ РАБОТЫ

1. На единой теоретической основе разработаны две модификации метода вспомогательных источников для моделирования в резонансном частотном диапазоне электромагнитного рассеяния на структурах, состоящих из нескольких неосесимметричных идеально проводящих тел.

2. Полученные модификации метода вспомогательных источников позволяют получить характеристики рассеяния широкого класса структур,

состоящих из нескольких близко расположенных идеально проводящих тел, ограниченных гладкими поверхностями, и тонких проводников.

3. Путем моделирования электромагнитного рассеяния с учетом и без учета взаимодействия тел, установлены интервалы расстояний и направлений наблюдения, в которых можно пренебречь взаимодействием рассеивателей.

4. Результаты исследований влияния отклонений формы рассеивателей от осесимметричной на величины бистатических сечений рассеяния позволяют оценить возможные ошибки в расчетах сечений рассеяния при замене рассеивателя его осесимметричным аналогом.

5. Результаты анализа влияния объемного тела на распределение тока вдоль тонкого проводника, расположенного вблизи тела, представляют интерес для специалистов, занимающихся разработкой вибраторных антенн, предназначенных для работы вблизи объектов различной формы.

6. Результаты исследований влияния тонкого проводника на бистатические сечения рассеяния объемных тел позволяют оценить изменения сечений рассеяния тел, которые возникают при размещении вблизи них проволочных антенн.

#### АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ

Результаты исследований по теме диссертации были представлены и получили высокую оценку специалистов на:

1. Всероссийской конференции "Излучение и рассеяние электромагнитных волн" (г. Таганрог, 18-23 июня 2001 г.);

2. Всероссийской научной конференции "Физика радиоволн" (г. Томск, 23-28 сентября 2002 г.);

3. Международной конференции "Современные проблемы физики и высокие технологии", посвященной 125-летию ТГУ, 75-летию СФТИ и 50-летию РФФ ТГУ (г. Томск, 29 сентября 2003 г.).

#### ЛИЧНЫЙ ВКЛАД СОИСКАТЕЛЯ

Теоретические основы изложенных в диссертации модификаций метода вспомогательных источников разработаны соискателем совместно с научным руководителем. Компьютерные программы разработаны и реализованы соискателем самостоятельно. Все приведенные в диссертации численные результаты также получены соискателем самостоятельно; научному руководителю принадлежит только определение направлений численных исследований.

#### СТРУКТУРА РАБОТЫ

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, 83-х рисунков, 2-х таблиц, списка литературы из 112 наименований и приложения. Общий объем работы составляет 154 страницы, в том числе основной текст 149 страниц.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** сделан обзор литературы, сформулированы цель работы, основные защищаемые положения, новизна, теоретическое и практическое значение выполненных исследований, отражены вопросы достоверности и апробации полученных результатов, приведено краткое содержание диссертации.

**В первой главе** сформулирована и исследована модификация метода вспомогательных источников для моделирования электромагнитного рассеяния на структурах, состоящих из нескольких пространственных идеально проводящих тел. Под пространственным (объемным) телом понимается тело, у которого максимальный и минимальный поперечные размеры сравнимы между собой и сравнимы с длиной возбуждающей волны.

Геометрия задачи показана на рис. 1. В безграничной однородной изотропной среде  $D_e$  с диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\epsilon_e$  и  $\mu_e$  расположено  $Q$  непересекающихся идеально проводящих тел  $D_q$ , ограниченных замкнутыми поверхностями  $S_q$  ( $q=1, 2, \dots, Q$ ). Тела возбуждаются стационарным электромагнитным полем  $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$ , зависимость от времени выбрана в виде  $\exp(-i\omega t)$ .

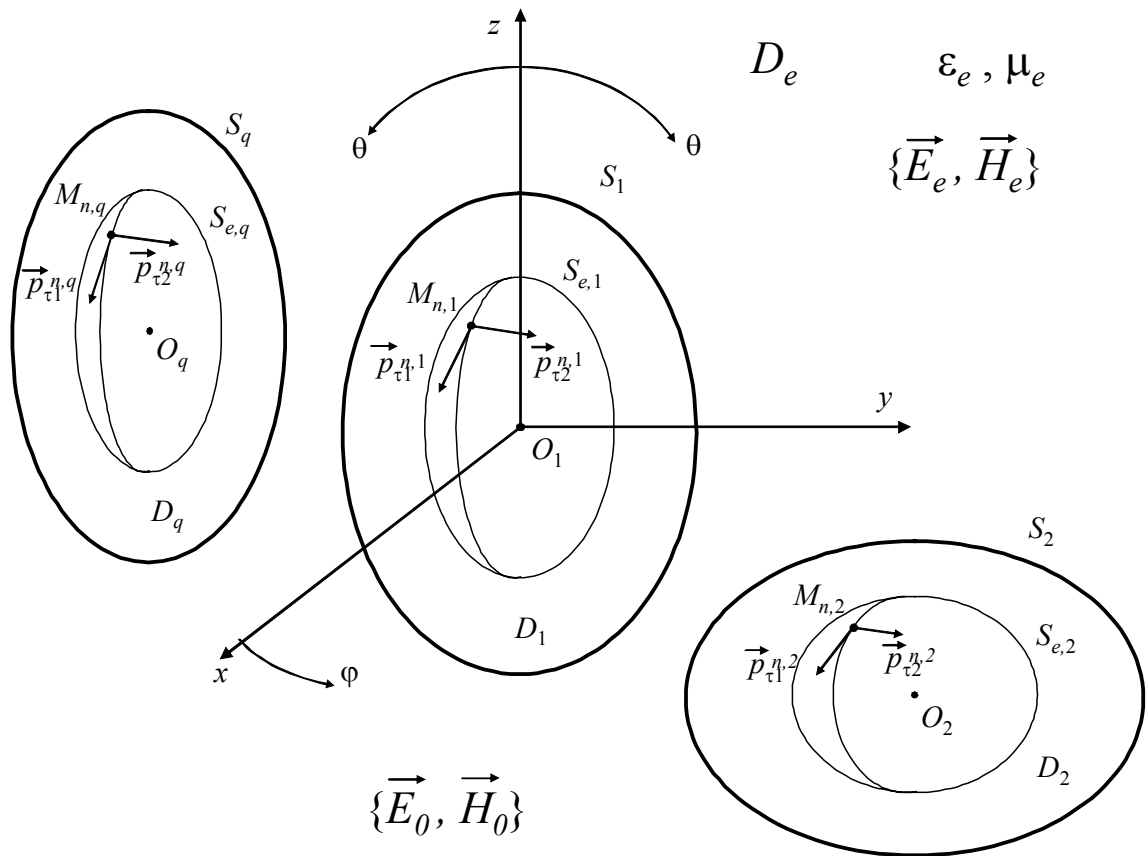


Рис. 1. Структура, составленная из пространственных идеально проводящих тел.



Решение задачи нахождения рассеянного поля строится следующим образом.

Внутри каждого тела  $D_q$  ( $q=1, 2, \dots, Q$ ) вводится вспомогательная поверхность  $S_{e,q}=K_{e,q}S_q$ , подобная поверхности рассеивателя  $S_q$  в смысле гомотетии. Коэффициенты гомотетии (подобия)  $K_{e,q}$  ( $q=1, 2, \dots, Q$ ) характеризуют удаление вспомогательных поверхностей от поверхностей соответствующих тел; их значения лежат в интервале  $0 < K_{e,q} < 1$  (при  $K_{e,q}=0$  вспомогательная поверхность стягивается в точку, при  $K_{e,q}=1$  она совпадает с поверхностью соответствующего тела).

На каждой из вспомогательных поверхностей  $S_{e,q}$  выбирается конечная совокупность точек  $M_{n,q}$  ( $n=1, 2, \dots, N_q$ ),  $N_q$  – число точек на поверхности  $S_{e,q}$ , и в каждой точке  $M_{n,q}$  размещается пара независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами  $\mathbf{p}_{\tau_1}^{n,q} = p_{\tau_1}^{n,q} \mathbf{e}_{\tau_1}^{n,q}$ ,  $\mathbf{p}_{\tau_2}^{n,q} = p_{\tau_2}^{n,q} \mathbf{e}_{\tau_2}^{n,q}$ , ориентированными вдоль единичных направлений  $\mathbf{e}_{\tau_1}^{n,q}$ ,  $\mathbf{e}_{\tau_2}^{n,q}$ , ортогональных между собой и выбранных в плоскости, касательной к  $S_{e,q}$  в точке  $M_{n,q}$ , при этом принимается, что диполи излучают в однородную среду с параметрами  $\epsilon_e, \mu_e$ .

Неизвестное рассеянное поле  $\{\mathbf{E}_e, \mathbf{H}_e\}$  в  $D_e$  представляется в виде суммы полей введенных вспомогательных диполей:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_e(M) &= \frac{i\omega}{k_e^2} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^{N_q} (\nabla \times (\nabla \times \mathbf{p}_{\tau_1}^{n,q}) + \nabla \times (\nabla \times \mathbf{p}_{\tau_2}^{n,q})), \\ \mathbf{H}_e(M) &= \frac{1}{\mu_e} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^{N_q} (\nabla \times \mathbf{p}_{\tau_1}^{n,q} + \nabla \times \mathbf{p}_{\tau_2}^{n,q}), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\mathbf{p}_{\tau_1}^{n,q} = \Psi_e(M, M_{n,q}) p_{\tau_1}^{n,q} \mathbf{e}_{\tau_1}^{n,q}, \quad \mathbf{p}_{\tau_2}^{n,q} = \Psi_e(M, M_{n,q}) p_{\tau_2}^{n,q} \mathbf{e}_{\tau_2}^{n,q}, \quad M \in D_e,$$

где  $\Psi_e(M, M_{n,q}) = \exp(ik_e R_{MM_{n,q}}) / 4\pi R_{MM_{n,q}}$  – фундаментальное решение уравнения Гельмгольца для области  $D_e$ ,  $k_e = \omega(\epsilon_e \mu_e)^{1/2}$  – волновое число в среде  $D_e$ ,  $R_{MM_{n,q}}$  – расстояние от точки  $M_{n,q}$  до точки  $M$  в  $D_e$ ,  $p_{\tau_1}^{n,q}$ ,  $p_{\tau_2}^{n,q}$  ( $q=1, 2, \dots, Q$ ,  $n=1, 2, \dots, N_q$ ) – неизвестные комплексные постоянные (дипольные моменты).

Поле (1) удовлетворяет уравнениям Максвелла и условиям излучения в области  $D_e$ . Для определения дипольных моментов из граничных условий на поверхностях всех тел получена система линейных алгебраических уравнений метода коллокаций

$$\mathbf{h}_q^j \times \mathbf{E}_{e,q}^j = -\mathbf{h}_q^j \times \mathbf{E}_{0,q}^j, \quad q=1, 2, \dots, Q, \quad j=1, 2, \dots, L_q, \quad (2)$$

где  $\mathbf{h}_q^j$ ,  $\mathbf{E}_{e,q}^j$  и  $\mathbf{E}_{0,q}^j$  – значения векторов нормали и электрических компонент

рассеянного и возбуждающего полей в точке коллокации  $M_{j,q}$ ,  $L_q$  – число точек коллокации на  $S_q$ .

Задача решения системы (2) заменяется эквивалентной задачей минимизации функционала

$$\Phi = \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^{L_q} \left| \hat{h}_q^j \times \hat{E}_{e,q}^j + \hat{h}_q^j \times \hat{E}_{0,q}^j \right|^2, \quad (3)$$

имеющего смысл квадрата вектора невязки системы (2).

После решения задачи минимизации функционала (3) (определения неизвестных дипольных моментов) все необходимые характеристики рассеянного поля определяются из (1).

Контроль точности полученного решения осуществляется на основе критерия невязки граничных условий. В качестве характеристики точности выбрано значение относительной нормы невязки граничных условий на совокупности точек, промежуточных по отношению к точкам коллокации, т.е. значения величины

$$\Delta = (\Phi' / \Phi_0)^{1/2}, \quad \Phi_0 = \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^{L'_q} \left| \hat{h}_q^j \times \hat{E}_{0,q}^j \right|^2, \quad (4)$$

где  $\Phi'$  – значение функционала (3) на совокупности промежуточных точек,  $\Phi_0$  – значение нормы падающего поля на этой же совокупности,  $L'_q$  – число промежуточных точек на поверхности рассеивателя с номером  $q$ .

В этой же главе дано описание компьютерной программы, реализующей предложенную модификацию метода вспомогательных источников для структур состоящую из тел, имеющих форму трехосных эллипсоидов и конечных цилиндров с эллиптическим поперечным сечением, а также рассмотрено влияние положения вспомогательных поверхностей и плотности размещения диполей и точек коллокации на точность решения задачи и сходимость итерационного процесса, осуществлено сравнение характеристик рассеяния, полученных с использованием предложенной модификации, с результатами, полученными другими авторами (Свешников А. Г., Еремин Ю. А. // Численные методы электродинамики. М.: Изд-во МГУ, 1980. Вып. 4. С. 3.; Sinha B. P., MicPhie R. H. Electromagnetic plane wave scattering by a system of two parallel conducting prolate spheroids // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1983. V. AP-31. №2. P. 294-304.).

**Во второй главе** сформулирована и исследована модификация метода вспомогательных источников для моделирования электромагнитного рассеяния на структурах, составленных из пространственных идеально проводящих тел и тонких проводников. Под тонким проводником понимается проводник круглого сечения, диаметр которого конечен, но мал по сравнению с длиной волны и длиной проводника.

Структура, для которой моделируется электромагнитное рассеяние, показана на рис. 2.

В безграничной однородной изотропной среде  $D_e$  с диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\epsilon_e$  и  $\mu_e$  расположено  $Q$  непересекающихся идеально проводящих пространственных тел  $D_q$ , ограниченных замкнутыми поверхностями  $S_q$  ( $q=1, 2, \dots, Q$ ), и  $U$  тонких проводников  $D_u$ , ограниченных поверхностями  $S'_u$  ( $u=1, 2, \dots, U$ ) и расположенных произвольным образом по отношению к телам  $D_q$ . Структура возбуждается стационарным электромагнитным полем  $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$ , зависимость от времени выбрана в виде  $\exp(-i\omega t)$ .

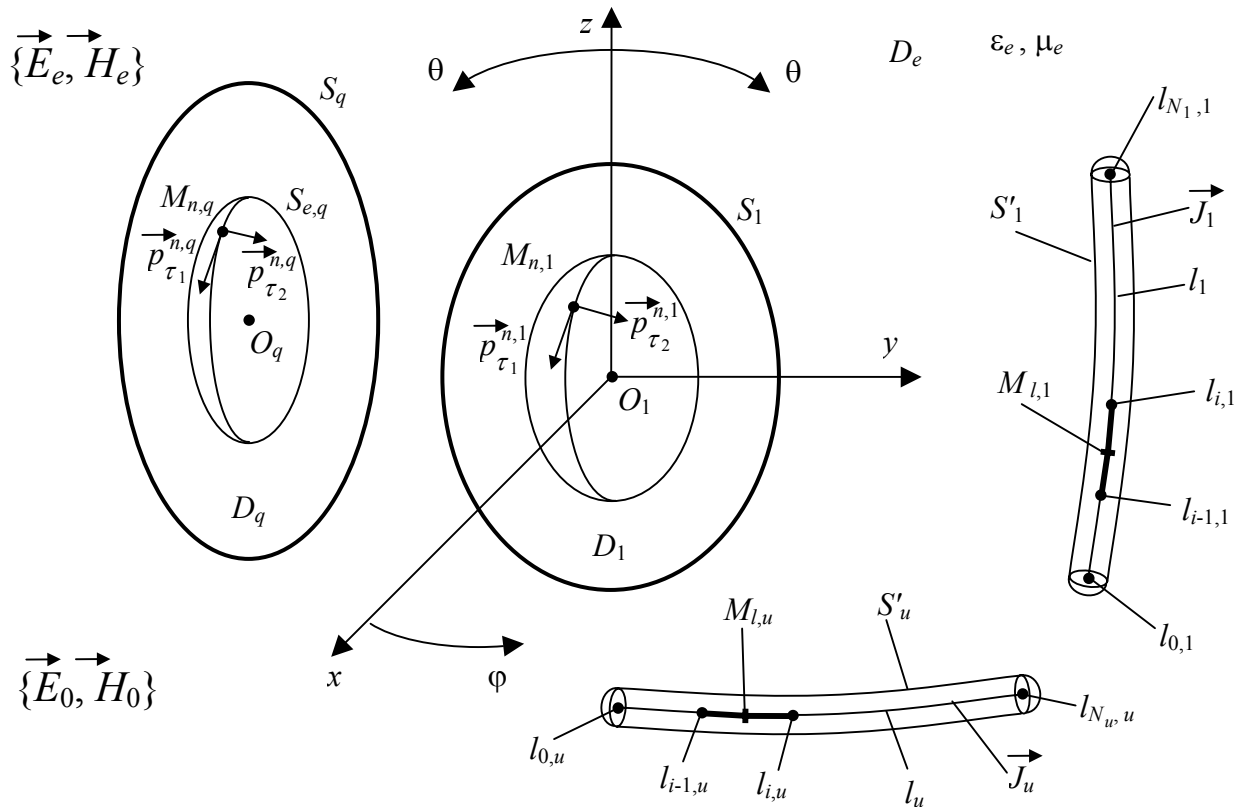


Рис. 2. Структура, составленная из пространственных тел и тонких проводников.

Решение задачи нахождения рассеянного поля строится следующим образом.

Внутри каждого объемного тела  $D_q$  ( $q=1, 2, \dots, Q$ ), аналогично тому, как это делалось в разделе 1.1, вводится вспомогательная поверхность  $S_{e,q}=K_{e,q}S_q$ , подобная поверхности рассеивателя  $S_q$ , и на каждой из вспомогательных поверхностях  $S_{e,q}$  выбирается конечная совокупность точек  $M_{n,q}$  ( $n=1, 2, \dots, N_q$ ), в каждой из которых размещается пара независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами  $\vec{p}_{\tau_1}^{n,q} = p_{\tau_1}^{n,q} \vec{e}_{\tau_1}^{n,q}$ ,  $\vec{p}_{\tau_2}^{n,q} = p_{\tau_2}^{n,q} \vec{e}_{\tau_2}^{n,q}$ , ориентированными вдоль единичных на-

правлений  $\mathcal{E}_{\tau_1}^{n,q}, \mathcal{E}_{\tau_2}^{n,q}$ , ортогональных между собой и выбранных в плоскости, касательной к  $S_{e,q}$  в точке  $M_{n,q}$ .

Внутри каждого из тонких проводников  $D_u$  ( $u=1, 2, \dots, U$ ) на его оси размещается непрерывно распределенный вспомогательный ток  $\mathcal{J}_u(l)$  ( $u=1, 2, \dots, U$ ).

Неизвестное рассеянное поле  $\{\mathcal{E}_e, \mathcal{H}_e\}$  в  $D_e$  представляется в виде суммы полей введенных вспомогательных диполей и вспомогательных токов:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_e(M) &= \frac{i\omega}{k_e^2} \left\{ \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^{N_q} \nabla \times (\nabla \times \mathcal{P}_{n,q}) + \sum_{u=1}^U \nabla \times (\nabla \times \mathcal{P}'_u) \right\}, \\ \mathcal{H}_e(M) &= \frac{1}{\mu_e} \left\{ \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^{N_q} \nabla \times \mathcal{P}_{n,q} + \sum_{u=1}^U \nabla \times \mathcal{P}'_u \right\}, \\ \mathcal{P}_{n,q} &= \Psi_e(M, M_{n,q}) \mathcal{P}_{\tau}^{n,q}, \quad \mathcal{P}_{\tau}^{n,q} = p_{\tau_1}^{n,q} \mathcal{E}_{\tau_1}^{n,q} + p_{\tau_2}^{n,q} \mathcal{E}_{\tau_2}^{n,q}, \\ \mathcal{P}'_u &= \int_{l_u} \Psi_e(M, M_{l,u}) \mathcal{J}_u(l) dl, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Psi_e(M, M_{n,q}) = e^{ik_e R_{MM_{n,q}}} / 4\pi R_{MM_{n,q}}$ ,  $\Psi_e(M, M_{l,u}) = e^{ik_e R_{MM_{l,u}}} / 4\pi R_{MM_{l,u}}$  – фундаментальные решения уравнения Гельмгольца для области  $D_e$ ,  $k_e = \omega(\epsilon_e \mu_e)^{1/2}$  – волновое число в среде  $D_e$ ,  $R_{MM_{n,q}}$  и  $R_{MM_{l,u}}$  – расстояния от точек  $M_{n,q}$  и  $M_{l,u}$  до точки  $M$  в  $D_e$ ,  $p_{\tau_1}^{n,q}, p_{\tau_2}^{n,q}$  ( $q=1, 2, \dots, Q, n=1, 2, \dots, N_q$ ) – неизвестные комплексные постоянные (дипольные моменты),  $\mathcal{J}_u(l)$  ( $u=1, 2, \dots, U$ ) – неизвестные распределения осевых вспомогательных токов; интегрирование проводится вдоль оси проводников  $l_u$ .

Поле (5) удовлетворяет уравнениям Максвелла и условиям излучения в области  $D_e$ . Для того, чтобы удовлетворить граничным условиям, необходимо соответствующим образом выбрать значения дипольных моментов  $p_{\tau_1}^{n,q}, p_{\tau_2}^{n,q}$  ( $q=1, 2, \dots, Q, n=1, 2, \dots, N_q$ ) и распределения осевых токов  $\mathcal{J}_u(l)$  ( $u=1, 2, \dots, U$ ).

Далее вводится кусочно-постоянная аппроксимация осевых токов. Линия  $l_u$  каждого тока разбивается на  $N_u$  малых участков, в пределах каждого из которых ток  $\mathcal{J}_u(l)$  предполагается постоянным, и выражение для  $\mathcal{P}'_u$  в (5) записывается в виде

$$\mathcal{P}'_u = \sum_{i=1}^{N_u} J^{i,u} \mathcal{E}^{i,u} \int_{l_{i-1,u}}^{l_{i,u}} \Psi_e(M, M_{l,u}) dl, \quad (6)$$

где  $J^{i,u}$  – величина тока на  $i$ -ом участке проводника с номером  $u$ ,  $\mathcal{E}^{i,u}$  – единичный вектор, направление которого совпадает с направлением касательной в средней точке участка. При таком подходе нахождение неизвестных распределений осевых токов сводится к нахождению  $\sum_{u=1}^U N_u$  значений элементов токов  $J^{i,u}$ .

Для определения величин дипольных моментов и элементов тока используются граничные условия. В силу предположения о малости диаметра проводника по сравнению с его длиной и длиной волны, принимается, что вкладом в рассеянное поле азимутальных составляющих токов на поверхностях тонких проводников можно пренебречь. Тогда, удовлетворяя граничным условиям в соответствии с методом коллокаций, получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_q^j \times \mathbf{E}_{e,q}^j &= -\mathbf{h}_q^j \times \mathbf{E}_{0,q}^j, \quad q=1, 2, \dots, Q, j=1, 2, \dots, L_q, \\ E_{e,u,l}^j &= -E_{0,u,l}^j, \quad u=1, 2, \dots, U, j=1, 2, \dots, L_u, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\mathbf{h}_q^j$ ,  $\mathbf{E}_{e,q}^j$  и  $\mathbf{E}_{0,q}^j$  – значения векторов нормали и электрических компонент рассеянного (5) и возбуждающего полей в точке коллокации  $j$  на поверхности тела с номером  $q$ , а  $E_{e,u,l}^j$  и  $E_{0,u,l}^j$  – значения составляющих тех же компонент вдоль оси проводника с номером  $u$  в точках коллокации на его поверхности,  $L_q$  – число точек коллокации на  $S_q$ ,  $L_u$  – число точек коллокации на  $S'_u$ .

Решение системы (7) определяется путем минимизации функционала, имеющего смысл квадрата нормы вектора невязки системы, который имеет вид

$$\Phi = \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^{L_q} \left\{ \left| E_{e,\tau_1,q}^j + E_{0,\tau_1,q}^j \right|^2 + \left| E_{e,\tau_2,q}^j + E_{0,\tau_2,q}^j \right|^2 \right\} + \sum_{u=1}^U \sum_{j=1}^{L_u} \left| E_{e,u,l}^j + E_{0,u,l}^j \right|^2. \quad (8)$$

Задача минимизации функционала (8), как и в главе 1, решается методом сопряженных градиентов.

В качестве величины, характеризующей точность решения, в данной модификации выбирается относительное значение функционала (8) на системе точек, представляющей собой совокупность точек коллокации и точек, промежуточных к ним, выбираемых на поверхностях  $S_q$  и  $S'_u$  всех тел и проводников, входящих в систему:

$$\begin{aligned} \Delta &= (\Phi' / \Phi_0)^{1/2}, \\ \Phi_0 &= \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^{L'_q} \left\{ \left| E_{0,\tau_1,q}^j \right|^2 + \left| E_{0,\tau_2,q}^j \right|^2 \right\} + \sum_{u=1}^U \sum_{j=1}^{L'_u} \left| E_{0,u,l}^j \right|^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\Phi'$  – значение функционала (8) на указанной выше совокупности точек, а  $\Phi_0$  – значение нормы падающего поля на этой же совокупности точек;  $L'_q$  – число точек коллокации и промежуточных точек на поверхности тела с номером  $q$ ,  $L'_u$  – число точек коллокации и промежуточных точек на поверхности проводника с номером  $u$ .

В этой же главе дано описание программы реализующей данную модификацию метода вспомогательных источников, осуществлено сравнение точности решения задачи рассеяния на тонком цилиндрическом проводнике, полученное с помощью различных модификаций метода вспомогательных источников, в одной из которых в качестве вспомогательных источников были использованы дискретно расположенные на вспомогательной поверхности электрические диполи, а во второй в качестве вспомогательного источника использован электрический ток, расположенный на оси проводника. Изложены также результаты сравнения распределения осевого тока, полученного с использованием данной модификации с распределением физического тока на поверхности проводника.

**В третьей главе** продемонстрированы возможности разработанных модификаций метода вспомогательных источников. В частности, исследовано влияние электромагнитного взаимодействия объемных рассеивателей, и их неосесимметричности на бистатические сечения рассеяния, а также влияние объемных тел на распределение тока вдоль тонкого проводника.

На рис. 3 в качестве примера представлены бистатические сечения рассеяния структуры, состоящей из трех сфер с радиусами  $k_e r_1 = k_e r_2 = k_e r_3 = 2$ , расположенных на расстоянии  $\Delta l = 0,1\lambda$  друг от друга. Структура возбуждается линейно поляризованной плоской волной, распространяющейся вдоль оси  $z$ , вектор  $\vec{E}_0$  ориентирован вдоль оси  $x$ . Результаты представлены в  $E$ -плоскости. Кривая 1 на рис. 3 – результаты, полученные с учетом взаимодействия рассеивателей; кривая 2 – результаты, полученные без учета этого взаимодействия.

Для приведенного на рис. 3 случая обратный поперечник рассеяния, рассчитанный с учетом взаимодействия и без учета отличается на 10 дБ, т.е. в 10 раз. Выполненные исследования, в том числе для структур, составленных из трехосных эллипсоидов и цилиндров с эллиптическим поперечным сечением, показали, что бистатические сечения рассеяния, полученные в результате моделирования с учетом взаимодействия тел структуры, существенно отличаются от бистатических сечений, полученных без учета взаимодействия, если расстояние между телами структуры порядка  $0,1\lambda$  и менее. Если расстояние между телами структуры лежит в интервале  $(0,5\lambda, 1,0\lambda)$ , то сечение рассеяния в направлениях, прилегающих к направлениям прямого и обратного рассеяния, полученные с учетом взаимодействия, близки к сечениям рассеяния, полученным без учета взаимодействия. Это говорит о том, что при таких малых расстояниях между рассеивателями необходимо решать

задачу в полной электродинамической постановке, т.е. с учетом взаимодействия рассеивателей.

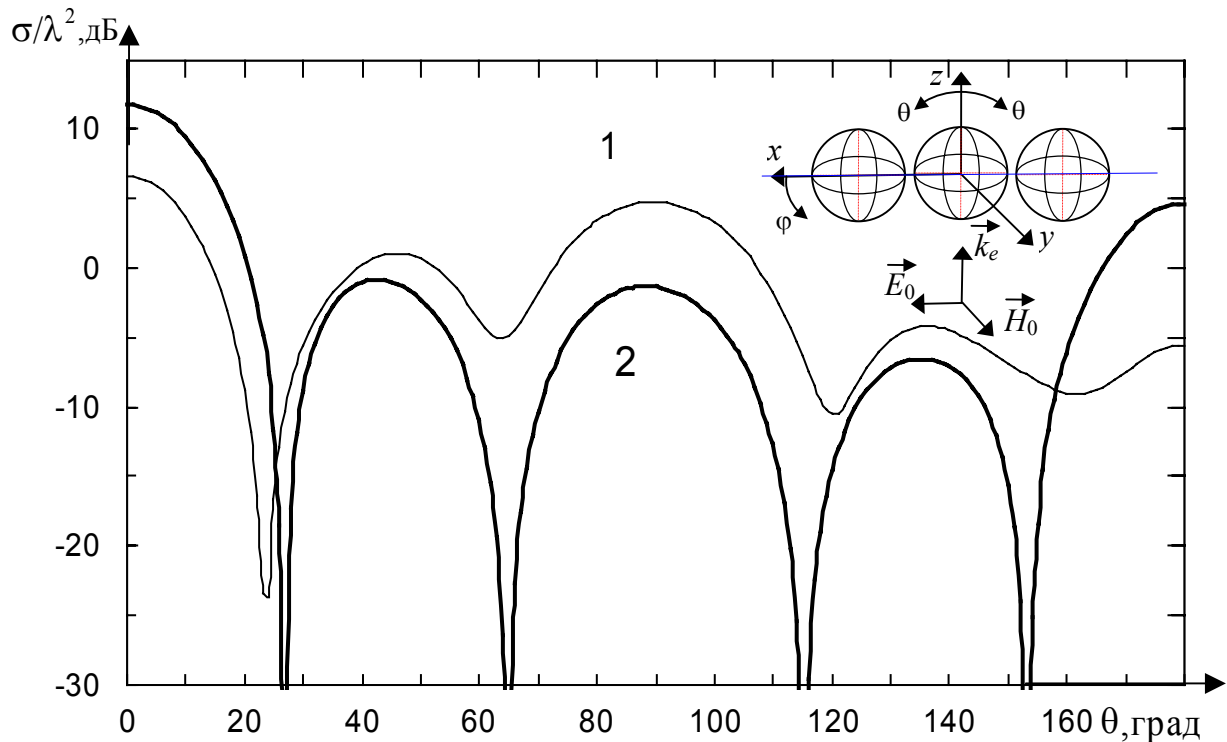


Рис. 3. Бистатические сечения рассеяния структуры, состоящей из трех одинаковых сфер

На рис. 4 в качестве примера показаны бистатические сечения рассеяния структуры, составленной из двух эллипсоидов, для различных отклонений от осевой симметрии при расстоянии между поверхностями рассеивателей равно  $\Delta l = 0,01\lambda$ . Кривая 1 относится к рассеивателям со значениями длин полуосей  $k_e a = 4,0$ ,  $k_e b = 4,0$ ,  $k_e c = 2,0$  (осесимметричные рассеиватели), кривая 2 относится к рассеивателям со значениями длин полуосей  $k_e a = 4,2$ ,  $k_e b = 4,0$ ,  $k_e c = 2,0$  (отклонение от осевой симметрии вдоль оси  $x$  составляет 5%), кривая 3 относится к рассеивателям со значениями длин полуосей  $k_e a = 4,4$ ,  $k_e b = 4,0$ ,  $k_e c = 2,0$  (отклонение от осевой симметрии вдоль оси  $x$  составляет 10%).

Проведенные исследования показали, что отклонение форм рассеивателей от осесимметричной в небольших пределах почти не влияет на бистатические сечения рассеяния в направлениях  $0^\circ < \theta < 30^\circ$ , прилегающих к направлению прямого рассеяния ( $\theta = 0^\circ$ ). Для остальных направлений рассеяния ( $30^\circ < \theta < 180^\circ$ ) наблюдается существенное перераспределение энергии рассеянного поля в пространстве при деформации рассеивателей. Характер этого перераспределения зависит от формы рассеивателей. Для рассеивателей эллипсоидальной формы в наибольшей степени перераспределение энергии имеет место в направлениях бокового рассеяния. Для рассеивателей цилинд-

рической формы перераспределение энергии при деформации рассеивателей имеет место во всем заднем полупространстве, включая направление обратного рассеяния.

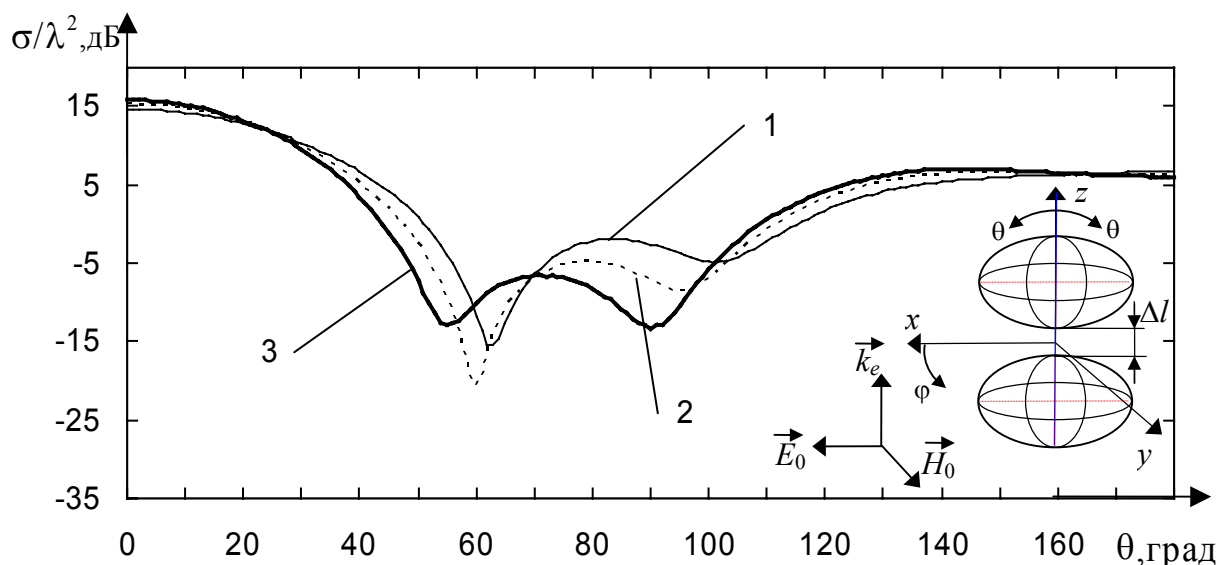


Рис. 4. Бистатические сечения рассеяния структуры, состоящей из двух эллипсоидов.

**В приложении** дано описание пользовательского интерфейса компьютерной программы, реализующей предложенные модификации метода вспомогательных источников.

#### ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Дмитренко А. Г. Колчин В. А. Рассеяние электромагнитных волн на структурах из конечного числа трехмерных идеально проводящих тел // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43. №9. С. 766-772.
2. Дмитренко А. Г. Колчин В. А. Численный метод анализа электромагнитного рассеяния структурами из конечного числа трехмерных идеально проводящих тел // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. №3. С. 277-282.
3. Дмитренко А. Г. Колчин В. А. Расчет электромагнитного рассеяния на трехмерных взаимодействующих идеально проводящих телах // Материалы Всероссийской конференции "Излучение и рассеяние электромагнитных волн". Таганрог, Россия. Июнь 18-23, 2001. С. 43-45.
4. Дмитренко А. Г. Колчин В. А. Исследование электромагнитного рассеяния структурами, содержащими тонкие проводники // Физика радиоволн. Труды Всероссийской научной конференции. Томск: Изд-во Томского ун-та, 2002. С. II 1-4.
5. Дмитренко А. Г. Колчин В. А. Рассеяние электромагнитных волн на структурах, содержащих тонкие проводники // Изв. вузов Радиофизика. 2003. Т. 46. №1. С. 31-40.



6. Дмитренко А. Г. Колчин В. А. Численный метод исследования электромагнитного рассеяния структурами, содержащими тонкие проводники // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. №5. С. 545-551.
7. Дмитренко А. Г. Колчин В. А. Численный анализ дифракции электромагнитных волн на нескольких идеально проводящих телах // Современные проблемы физики и высокие технологии. Материалы Международной конференции, посвященной 125-летию ТГУ, 75-летию СФТИ и 50-летию РФФ ТГУ (29 сентября - 4 октября 2003 г). Томск: Изд-во НТЛ, 2003. С. 366-367.
8. Дмитренко А. Г. Колчин В. А. Численное решение задачи рассеяния электромагнитных волн на трехмерных идеально проводящих телах // Вестник ТГУ. Декабрь 2003. №280. С. 258-262.