

На правах рукописи

**ВАЛЬЦ ОЛЬГА ВИКТОРОВНА**

**ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛИ  
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ФОНДА СОЦИАЛЬНОГО СТРАХОВАНИЯ**

05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Автореферат диссертации  
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Томск-2006

Работа выполнена в филиале Кемеровского государственного  
университета в г. Анжеро-Судженске

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
доцент Змеев Олег Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор  
Лившиц Климентий Исаакович,  
кандидат технических наук, доцент  
Сазанова Татьяна Александровна

Ведущая организация: Научно-исследовательский институт систем  
управления, волновых процессов и  
технологий (г. Красноярск)

Защита состоится 15 июня 2006 г в 12.00 на заседании Диссертационного  
Совета Д 212.267.08 при Томском государственном университете по адресу:  
634050, г. Томск, пр. Ленина, в ауд. 102 второго корпуса

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Томского государственного  
университета.

Отзывы на автореферат (2 экз.), заверенные печатью, просьба высылать по  
адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, ученому секретарю ТГУ Буровой Н.Ю.

Автореферат разослан 15 мая 2005 г.

Ученый секретарь Диссертационного Совета,  
Доктор технических наук, доцент

Скворцов А.В.

**Актуальность работы.** В странах с развитой рыночной экономикой обязательное страхование является очень распространенным механизмом. В нашей стране этот механизм был введен в действие относительно недавно, и этот механизм, как и все новое, вызывает неоднозначные и далеко не одинаковые оценки. Кто-то считает обязательное страхование - эффективным механизмом защиты от различных несчастий. Другие, наоборот, полагают, что этот институт придуман для дополнительной нагрузки на предприятия. Более того, иногда обязательное страхование сравнивают с налогом, так как предприятие не может самостоятельно решать, страховать ему ту или иную позицию или нет.

Кроме этого в Российской Федерации кроме классических страховых компаний на рынке обязательных страховых услуг присутствуют государственные организации. Используя механизмы во многом похожие на страховую деятельность, государство с помощью таких организаций выполняет некоторые социальные функции и реализует социальные гарантии. Более того, заметим, что самым крупным страхователем в России по-прежнему является Фонд социального страхования Российской Федерации. Как уже было отмечено выше, деятельность таких структур, с одной стороны, во многом похожа на работу страховой компании, с другой стороны, она имеет ряд существенных отличий. Например, для таких организаций характерен полный или частичный отказ от получения коммерческой выгоды по результатам своей работы. Стандартным примером организации такого типа являются Государственные фонды социального страхования.

В настоящей работе предлагаются и исследуются математические модели Фондов социального страхования, что, по мнению автора, и определяет ее актуальность.

**Состояние проблемы.** Страхование – одна из древнейших категорий общественно-производственных отношений. Эволюцию страхового дела рассматривают в своих работах, прежде всего экономисты Гвозденко А.А., Дегтярев Г.П., Пылов К.И. и др.

Считается, что первыми работами по математической теории страхования являются работы Ф. Лундберга и Х. Крамера, в которых была предложена и исследована так называемая классическая модель процесса страхования. Классическая модель позволяет вычислить вероятности разорения и выживания страховой ком-

пании, принципы выбора нагрузки страховой премии, анализирует время дожития, вероятность наступления страхового случая, страховые тарифы и страховые возмещения. С точки зрения математической теории страхования вопросы, рассмотренные в настоящей работе, сводятся к задаче управления так называемым процессом разорения. Описание и обзор основных результатов различного рода исследований по этой тематике для классических моделей страхования можно найти, например, в седьмой главе классической монографии Л. Такача. К публикациям последнего времени, посвященным исследованию процессов разорения, можно отнести работы А.Т. Семенова.

В социальном страховании, а также в других видах страхования, определяющее значение имеет процесс изменения числа застрахованных лиц и продолжительности срока страхования, которые являются случайными процессами. Как было показано в последние годы, наиболее адекватными математическими моделями процессов изменения числа застрахованных являются процессы теории массового обслуживания. Такой подход рассматривается в работах Ахмедовой Д.Д., Змеева О.А., Капустина Е.В., Лившица К.И., Терпугова А.Ф., Матальцкого А.М., Романюк Т.В. и ряда других авторов.

Системы массового обслуживания, используемые для моделирования числа застрахованных лиц при социальном страховании, обладают существенной особенностью, заключающейся в том, что необходимо рассматривать два вида обслуживания, отражающих, во-первых, страховые выплаты при наступлении страховых случаев, во-вторых, расходование части средств на социальные программы. Построению и исследованию математических моделей таких объектов в последние годы посвящен ряд работ, в которых для исследования работы государственных фондов применяются различные методы теории массового обслуживания или идеи классических моделей страхования применяются с учетом особенности работы таких фондов. Например, в работах А.А. Назарова, И.Р. Гарайшиной, Я.В. Галайко исследуются математические модели фондов пенсионного страхования. В работе Л.Ф. Адашкина строится диффузионная аппроксимация для математической модели деятельности фонда социального страхования РФ. В работах Змеева О.А. рассмотрена модель фонда социального страхования с детерминированными расходами на проведение дополнительных социальных программ.

С математической точки зрения данная диссертационная работа является логическим продолжением докторской диссертации работы Змеева О.А., с практической точки зрения в диссертации рассмотрена функциональная декомпозиция деятельности структурных подразделений Фонда социального страхования Российской Федерации. Такое объединение теоретического и практического исследования работы позволяет более четко интерпретировать, полученные математические результаты.

**Целью данной работы** является исследование деятельности Фонда социального страхования как экономической системы, которая характеризуется состоянием ее финансовых потоков. А так же построение и исследование математических моделей, определяющих результаты использования капитала Фонда, показателями которого являются страховые выплаты и выделение средств на социальные программы.

Для реализации этой цели необходимо решить следующие задачи:

- провести функциональную декомпозицию деятельности Фонда. В качестве методологии для решения этой задачи в работе используется SADT (Structured Analysis and Design Technique) моделирование;
- провести исследование построенной функциональной модели, определив основные направления деятельности Фонда, и экономические показатели, влияющие на управление этой деятельностью;
- построить математические модели работы фонда с различными предположениями относительно способа финансирования социальных программ;
- провести исследование построенных моделей, определив их вероятностные характеристики, в общем и частном случаях, предложить методику обеспечивающую целесообразное в некотором смысле управление капиталом таких фондов.

**Теоретическая ценность работы.** Теоретическая ценность работы, по мнению автора, состоит в том, что в ней предложены и исследованы математические модели деятельности Фонда социального страхования в различных предположениях относительно механизма моделирования финансирования социальных программ.

Новой является рассмотренная в третьей главе математическая модель деятельности Фонда социального страхования с пуассоновским потоком страховых выплат и стохастической моделью финансирования дополнительных социальных программ.

**Практическая ценность работы.** Практическая ценность работы, по мнению автора, заключается в том, что полученные в ней результаты могут быть использованы для прогнозирования деятельности Фондов социального страхования на разных уровнях управления.

Разработанные автором SADT модели деятельности Фонда могут применяться для анализа финансовой деятельности на региональном и муниципальном уровне иерархии Фонда. В настоящий момент эти модели используются в работе Государственного учреждения Кузбасского регионального отделения Фонда социального страхования РФ и его структурного подразделения Филиала №1 в г. Анжеро-Судженске, что подтверждено приведенными в приложениях актами о внедрении результатов работы.

**Методика исследования.** Для создания содержательного описания деятельности Фонда как экономико-социальной системы в первой главе использована методология структурного анализа и проектирования SADT (аббревиатура выражения Structured Analysis and Design Technique).

Во второй и третьей главе исследование носило теоретический характер и проводилось с использованием аппарата теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания, теории управления, методов оптимизации и теории стохастических дифференциальных уравнений.

**Основные научные результаты,** полученные автором и выносимые на защиту, состоят в следующем:

1. Исследована математическая модель Фонда социального страхования с пуассоновским потоком страховых выплат постоянной интенсивности и детерминированной моделью финансирования дополнительных социальных программ.

2. Предложена и исследована математическая модель деятельности Фонда социального страхования с пуассоновским потоком страховых выплат и стохастической моделью финансирования дополнительных социальных программ.

В рамках этих моделей рассмотрены задачи релейного и релейно-гистерезисного управления капиталом Фонда в общем и частном случаях, получены аналитические выражения для стационарной плотности вероятности величины капитала и основные вероятностные характеристики деятельности Фонда – вероятность привлечения заемных денежных средств и вероятность выделения средств для финансирования социальных программ.

Предложено решение задачи целесообразного управления деятельностью Фонда, при котором вероятность привлечения заемных денежных средств и вероятность выделения средств для финансирования социальных программ остаются на заданном уровне.

3. Проведена функциональная декомпозиция деятельности фонда на региональном и муниципальном уровне с применением методологии SADT.

**Краткое содержание работы.** При описании краткого содержания работы в автореферате используется нумерация, совпадающая с основным текстом работы.

В **первой** главе предлагается функциональная модель деятельности Фонда социального страхования Российской Федерации.

Фонд социального страхования РСФСР образован на основании постановления Совета Министров РСФСР и Фонда независимых профсоюзов (ФНПР) от 25.12.1990 года № 600 «О совершенствовании управления и порядка финансирования расходов на социальное страхование трудящихся РСФСР». Фонд и его исполнительные органы осуществляли следующие функции:

1. Организовали совместно с членскими организациями полное и своевременное поступление доходов.
2. Разрабатывали на основе представляемых с мест проектов бюджетов бюджет Фонда и согласовывали его с членскими организациями Фонда.
3. Производили независимую экспертную оценку законов, других нормативных актов и предложений по улучшению социальных гарантий трудящихся.
4. Принимали участие в разработке республиканских, региональных и отраслевых программ по профилактике заболеваемости и оздоровлению трудящихся и членов их семей
5. Вносили предложения в Правительство РСФСР о введении новых видов пособий и других льгот за счет средств Фонда.

6. Организовывали обучение работников социального страхования, санаториев-профилакториев, доверенных врачей, технических и правовых инспекторов труда.

7. Совместно с Российским республиканским советом по управлению курортами профсоюзов организовывали работу по распределению и использованию путевок на лечение и отдых.

8. Обеспечивали повышение эффективности работы здравниц на территории РСФСР, оказывали им помощь в развитии и укреплении их материально-технической базы.

9. По итогам полугодия и года составляли и рассматривали сводный отчет по исполнению бюджета Фонда.

10. Ежегодно информировали членские организации Фонда об использовании бюджета Фонда.

11. Представляли Фонд во взаимоотношениях с государственными, общественными организациями, союзными и республиканскими Фондами социального страхования других союзных республик, а также в международных организациях.

В настоящее время, согласно Положению «О фонде социального страхования Российской Федерации» утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 101 от 12 февраля 1994 г. в структуру Фонда входят следующие исполнительные органы:

- региональные отделения, управляющие средствами государственного социального страхования на территории субъектов Российской Федерации;
- центральные отраслевые отделения, управляющие средствами государственного социального страхования в отдельных отраслях хозяйства;
- филиалы отделений, создаваемые региональными и центральными отраслевыми отделениями Фонда по согласованию с Председателем Фонда.

Государственное учреждение—Кузбасское региональное отделение Фонда социального страхования Российской Федерации (ГУ КРО ФСС РФ) имеет, с этой точки зрения, типичную организационно управленческую структуру и использовалось в настоящей работе в качестве эталона для функциональной декомпозиции деятельности фонда. Для создания содержательного описания выбрана методология структурного анализа и проектирования SADT (Structured Analysis and Design



Technique), разработанная специально для того, чтобы облегчить описание и понимание искусственных систем, попадающих в разряд средней сложности.

В результате моделирования рассмотрена деятельность двух структурных подразделений Фонда социального страхования. Функциональные модели построены для регионального отделения Фонда и Филиала этого отделения.

В ходе моделирования создана иерархическая структура диаграмм, на верхнем уровне которой находятся диаграммы менее детализированные, чем на нижнем. Верхняя диаграмма (контекстная диаграмма модели) дает обобщенное представление о деятельности ГУ КРО ФСС и состоит из одного блока и его дуг, т.о. определяя границу системы.

Нижняя диаграмма (декомпозиция обобщенного представления) детализирует верхнюю, указывая на пять главных функций ГУ КРО ФСС: «Работа со страхователями», «Работа с финансами», «Организация работы с лечебно профилактическими учреждениями (ЛПУ) и санаторно-курортными учреждениями», «Работа с застрахованными и льготной категорией граждан (ЛКГ)», «Работа с персоналом». Блоки изображают функции моделируемой системы, а дуги связывают блоки вместе и отображают взаимодействия и взаимосвязи между ними. Впоследствии каждый из пяти блоков вышеперечисленных функций были детализированы. Полные модели приведены в Приложениях 1 и 2.

Во **второй** главе рассмотрена математическая модель Фонда социального страхования с пуассоновским потоком страховых выплат постоянной интенсивности и детерминированной моделью финансирования дополнительных социальных программ.

Основной характеристикой состояния фонда является его капитал  $S(t)$  в момент времени  $t$  и с этим капиталом происходят следующие изменения:

1. В фонд поступают средства от предприятий и организаций. Будем считать, что они поступают непрерывно во времени со скоростью  $c_0$ .

2. Происходят страховые выплаты. Будем считать, что поток страховых выплат является пуассоновским потоком постоянной интенсивности  $\lambda$  и сами страховые выплаты  $\xi$  являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами с экспоненциальным распределением

$$p_{\xi}(x) = \frac{1}{a} \exp\left\{-\frac{x}{a}\right\}, \quad x \geq 0. \quad (2.1)$$

3. Фонд выделяет часть своих средств на социальные программы. В рамках настоящей модели считается, что эти средства выделяются непрерывно во времени, однако скорость их выделения  $c^*(S)$  зависит от величины капитала  $S$  в данный момент времени.

Величину  $c_0 - c^*(S)$  в дальнейшем обозначена как  $c(S)$ . Таким образом,  $c(S)$  есть скорость изменения капитала за счет детерминированных расходов и она зависит от величины капитала  $S$ . Именно в наличии слагаемого  $c^*(S)$  и зависимости  $c(S)$  от  $S$  и заключается отличие данной модели от классической.

В п.п. 2.3-2.4 рассмотрен случай релейно-гистерезисного управления капиталом Фонда, для которого устанавливаются два пороговых значения величины капитала  $S_1$  и  $S_2$ , причем  $S_1 < S_2$ .

Для каждой из этих областей найдены все стационарные плотности вероятностей  $p(S)$  величины капитала  $S$  с точностью до константы  $\tilde{C}$ , и они имеют вид:

$$p_0(S) = \tilde{C} \frac{\int_{S_2}^{S_m} \varphi_2(x) dx - \frac{A}{B(S_2)} \int_{S_1}^{S_2} \varphi_{11}(x) dx}{\left(\frac{c_0}{\lambda a} - 1\right)} \left(\frac{c_0}{\lambda a} - e^{-k_0(S_2 - S_1)}\right) e^{k_0(S - S_1)}, \quad S < S_1 \quad (2.48)$$

$$p_{01}(S) = \tilde{C} \frac{\int_{S_2}^{S_m} \varphi_2(x) dx - \frac{A}{B(S_2)} \int_{S_1}^{S_2} \varphi_{11}(x) dx}{\left(\frac{c_0}{\lambda a} - 1\right)} \left(\frac{c_0}{\lambda a} - e^{-k_0(S_2 - S)}\right), \quad S_1 < S < S_2, \quad (2.49)$$

$$p_{11}(S) = \tilde{C} \frac{A}{B(S_2)} \int_{S_1}^S \varphi_{11}(x) dx, \quad S_1 < S < S_2, \quad c = c_1(S) \quad (2.50)$$

$$p_2(S) = \tilde{C} \int_{S_1}^{S_m} \varphi_2(x) dx, \quad S > S_2, \quad (2.51)$$

Явное выражение для самой константы  $\tilde{C}$  находятся из условия нормировки, остальные функции и выражения имеют заданный аналитический вид (2.52 - 2.56):

В п. 2.5 рассмотрен частный случай релейно-гистерезисного управления когда величина  $c_1(S)$  зависит от величины капитала  $S$  следующим образом:

$$c_1(S) = \frac{c_0}{1 + \alpha(S - S_1)}.$$

В п.п. 2.6-2.7 вычислены две наиболее важные вероятностные характеристики деятельности фонда.

Вероятность привлечения заемных средств. При выполнении условия  $S < 0$  фонд вынужден прекратить выплаты по страховым случаям. Вероятность этого равна:

$$\pi_0 = P\{S < 0\} = \tilde{C} \frac{\int_{S_2}^{S_m} \varphi_2(x) dx - \frac{A}{B(S_2)} \int_{S_1}^{S_2} \varphi_{11}(x) dx}{\left(\frac{c_0}{\lambda a} - 1\right)} \frac{1}{k_0} \left(\frac{c_0}{\lambda a} e^{-k_0 S_1} - e^{-k_0 S_2}\right).$$

Вероятность финансирования социальных программ. Фонд начинает производить выплаты на социальные нужды, когда впервые выполнится условие  $S > S_2$ , и прекращает эти выплаты, как только величина капитала опустится ниже границы  $S_1$ . Вероятность этого равна:

$$\pi_1 = \tilde{C} \int_{S_2}^{S_m} (x - S_2) \varphi_2(x) dx + \tilde{C} \cdot A \int_{S_1}^{S_2} \varphi_{11}(x) \int_x^{S_2} \frac{dS}{B(S)} dx.$$

Данные вероятностные характеристики были так же получены для рассмотренного выше частного случая релейно-гистерезисного управления.

В п. 2.8 рассматривается диффузионная аппроксимация процесса изменения капитала  $S(t)$  и решается задача релейного и релейно-гистерезисного управления капиталом фонда в этом случае. Получены аналитические выражения для плотности капитала, которое в этом случае имеет следующий вид:

$$p_0(S) = C_0 \cdot \exp\left(\frac{2(c_0 - a_1 \lambda)}{a_2 \lambda} (S - S_2)\right), \quad S < S_2 \quad (2.71)$$

$$p_1(S) = C_1 \cdot \exp\left(\frac{2}{a_2 \lambda} \int_{S_1}^S c_1(z) dz - \frac{2a_1}{a_2} (S - S_1)\right), \quad S > S_1 \quad (2.72)$$

Получены явные выражения для констант  $C_0$  и  $C_1$ .

$$C_0 = \frac{2(c_0 - a_1\lambda)}{a_2\lambda} \pi_0 = \frac{2(c_0 - a_1\lambda)}{a_2\lambda} \cdot \frac{m_0}{m_0 + m_1}, \quad (2.85)$$

$$C_1 = \frac{\pi_1}{\int_{S_1}^{\infty} \exp\left(\frac{2}{a_2\lambda} \int_{S_1}^S c_1(z) dz - \frac{2a_1}{a_2}(S - S_1)\right) dS} \cdot \frac{m_0}{m_0 + m_1}. \quad (2.86)$$

Также рассмотрен случай релейно–гистерезисного управления капиталом, когда функциональная зависимость  $c_1(S)$  имеет конкретный вид:

$$c_1(S) = \frac{c_0}{1 + \alpha(S - S_1)}, \quad \alpha > 0 \quad (2.87)$$

Так же получены вероятностные характеристики работы фонда: явный вид для вероятности привлечения заемных средств (2.97) и вероятности выплаты денег на социальные программы (2.98), когда  $S(t)$  – диффузионный случайный процесс

$$\pi_0 = \frac{m_0}{m_0 + m_1} \exp\left(-\frac{2(c_0 - a_1\lambda)}{a_2\lambda(t)} S_2\right), \quad (2.97)$$

$$\pi_1 = \frac{m_1}{m_0 + m_1}, \quad (2.98)$$

где константы  $m_0$  и  $m_1$  определяется аналитическим путем для каждого конкретного случая.

В **третьей** главе предложена и изучена математическая модель деятельности Фонда социального страхования с пуассоновским потоком страховых выплат и стохастической моделью финансирования дополнительных социальных программ.

Основной характеристикой состояния фонда по прежнему является его капитал  $S(t)$  в момент времени  $t$ . С этим капиталом происходят следующие изменения, заметим, что процесс  $S(t)$  будет являться марковским:

1. В фонд поступают средства от предприятий и организаций. Будем считать, что они поступают непрерывно во времени со скоростью  $c$ .

2. Происходят страховые выплаты. Считается, что поток страховых выплат является пуассоновским потоком с переменной интенсивностью  $\lambda(t)$ , и сами страховые выплаты  $\xi$  являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами с известными начальными моментами

3. Фонд выделяет часть своих средств на социальные программы. В рамках настоящей модели считается, что процесс выделения денег на социальные нужды образует пуассоновский поток переменной интенсивности  $\mu(S)$ , а сами выплаты  $\eta$  являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами с известными начальными моментами. Именно в наличии зависимости  $\mu(S)$  от величины капитала  $S$  и заключается отличие предлагаемой модели от классических.

Используя идеологию вывода прямых уравнений Колмогорова для марковских процессов и применив не сложные преобразования, было получено интегро-дифференциальное уравнение, определяющее плотность распределения капитала фонда  $S(t)$  в момент времени  $t$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(S, t)}{\partial t} + c \frac{\partial P(S, t)}{\partial S} + (\lambda(t) + \mu(S))P(S, t) = \\ = \lambda(t) \int_0^{\infty} P(S+u, t) dF_{\xi}(u) + \int_0^{\infty} \mu(S+u)P(S+u, t) dF_{\eta}(u) \end{aligned} \quad (3.4)$$

К сожалению, найти точное решение этого интегро-дифференциального уравнения не удалось, поэтому для исследования модели был использован асимптотический метод анализа и в результате получено, что аппроксимировать процесс  $S(t)$  можно решением стохастического дифференциального уравнения

$$dS(t) = [c - \lambda(t)a_1 - \mu(S(t))b_1]dt + \sqrt{\lambda(t)a_2 + b_2\mu(S)}dw(t) \quad (3.32)$$

Решение этого уравнения в общем виде найти не удалось, поэтому рассмотрим более простой случай когда  $\lambda(t) = \lambda$ . Для этого случая существует стационарное (финальное) распределение вероятностей  $p(S, t) = p(S)$  капитала  $S$ , которое приведено в работе.

В п. 3.5 рассмотрено релейное управление капиталом, которое имеет вид:

$$\mu(S) = \begin{cases} 0, & \text{если } S(t) < S_0, \\ \mu_0(t), & \text{если } S(t) > S_0. \end{cases} \quad (3.38)$$

Для данного вида управления найдены плотности распределения вероятностей, вероятностные характеристики и определены параметры управления.

Для этого рассмотрена область  $S(t) < S_0$ , в которой  $p(S)$  имеет вид:

$$p(S) = C \exp\left(2 \frac{c - a_1\lambda}{a_2\lambda} (S - S_0)\right), \quad (3.39)$$

В области  $S(t) > S_0$  производятся выплаты по социальным программам с интенсивностью  $\mu(S) = \mu_0$  имеем:

$$p(S) = C \exp\left(2 \frac{c - a_1\lambda - b_1\mu_0}{a_2\lambda + b_2\mu_0} (S - S_0)\right). \quad (3.40)$$

Для нахождения  $C$  воспользовались условием нормировки

$$C = \frac{2(c - a_1\lambda)(c - a_1\lambda - \mu_0 b_1)}{\mu_0((a_1\lambda - c)b_2 - a_2 b_1 \lambda)} > 0. \quad (3.42)$$

Вероятностные характеристики:

– вероятность привлечения заемных средств

$$\pi_0 = \frac{a_2\lambda(c - a_1\lambda - b_1\mu_0)}{\mu_0(a_1 b_2 \lambda - c b_2 - a_2 b_1 \lambda)} \exp\left(-\frac{2}{a_2\lambda}(c - a_1\lambda)S_0\right); \quad (3.44)$$

– вероятность финансирования социальных программ

$$\pi_1 = P\{S > S_0\} = \frac{(c - a_1\lambda)(a_2\lambda + b_2\mu_0)}{\mu_0(-c b_2 + a_1\lambda b_2 - b_1 a_2 \lambda)}. \quad (3.45)$$

Параметры управления  $S_0$  и  $\mu_0$  можно получить, выразив их из (3.44) и (3.45)

$$\mu_0 = \frac{(c - a_1\lambda)a_2\lambda}{\pi_1(-c b_2 + a_1\lambda b_2 - b_1 a_2 \lambda) + (\tilde{n} - a_1\lambda)}, \quad (3.46)$$

$$S_0 = \frac{a_2\lambda}{2(c - a_1\lambda)} \ln \frac{(c - a_1\lambda - \mu_0 b_1)a_2\lambda}{\pi_0 \mu_0 (-c b_2 + a_1\lambda b_2 - b_1 a_2 \lambda)}. \quad (3.47)$$

В п. 3.6 рассмотрено релейно–гистерезисное управление капиталом, в этом случае стратегия управления капиталом заключается в следующем:

$$\mu(S) = \begin{cases} 0, & \text{при } S(t) < S_1, \\ \mu_0 \text{ или } 0, & \text{при } S_1 < S(t) < S_2, \\ \mu_0, & \text{при } S(t) > S_2. \end{cases} \quad (3.48)$$

В этом случае:

$$p_0(S) = C_0 \exp\left(\frac{2}{a_2\lambda}(c - a_1\lambda)(S - S_2)\right), \quad S < S_2. \quad (3.49)$$

$$p_1(S) = C_1 \exp\left(\frac{2}{a_2\lambda + b_2\mu_0}(c - a_1\lambda - b_1\mu_0)(S - S_1)\right), \quad S > S_1. \quad (3.50)$$

Среднее время пребывания в состоянии  $\mu(S) = \mu_0$  равно:

$$m_1 = \frac{S_1 - S_2}{c - a_1\lambda - b_1\mu_0}. \quad (3.60)$$

Среднее время пребывания в состоянии  $\mu(S) = 0$  равно:

$$m_0 = \frac{S_2 - S_1}{c - a_1\lambda}. \quad (3.66)$$

Финальная вероятность пребывания системы в состоянии  $\mu(S) = 0$ ,  $\mu(S) = \mu_0$  имеет следующий вид соответственно

$$\pi_0 = \int_{-\infty}^{S_2} p_0(S) dS = C_0 \frac{a_2\lambda}{2(c - a_1\lambda)}, \quad (3.69)$$

$$\pi_1 = \int_{S_1}^{\infty} p_1(S) dS = C_1 \frac{(a_2\lambda + b_2\mu_0)}{2(a_1\lambda + b_1\mu_0 - c)}. \quad (3.70)$$

Подставив полученные выражения в (3.39), (3.40) получены неизвестные константы  $\tilde{N}_0$  и  $\tilde{N}_1$

$$C_0 = \frac{2(c - a_1\lambda)(a_1\lambda + b_1\mu_0 - c)}{a_2\lambda b_1\mu_0}, \quad (3.71)$$

$$C_1 = \frac{2(a_1\lambda + b_1\mu_0 - c)(c - a_1\lambda)}{b_1\mu_0(a_2\lambda + b_2\mu_0)}. \quad (3.72)$$

Если в выражения (3.49), (3.50) для  $p_0(S)$  и  $p_1(S)$  подставить полученные константы  $\tilde{N}_0$  и  $\tilde{N}_1$  из (3.71), (3.72), то вид  $p_0(S)$  и  $p_1(S)$  будет полностью определен.

Для нахождения параметров управления (3.48)  $S_1$ ,  $S_2$  и  $\mu_0$ , вычислены:

– вероятность привлечения заемных средств

$$\pi_0 = \frac{(a_1\lambda + b_1\mu_0 - c)}{b_1\mu_0} \exp\left(-\frac{2}{a_2\lambda}(c - a_1\lambda)S_2\right). \quad (3.74)$$

– вероятность финансирования социальных программ.

$$\pi_1 = \frac{(\tilde{n} - a_1\lambda)}{b_1\mu_0}. \quad (3.76)$$

Если считать вероятности  $\pi_0$  и  $\pi_1$  фиксированными, то отсюда можно определить  $S_2$  и  $\mu_0$ .

$$\mu_0 = \frac{(\tilde{n} - a_1\lambda)}{b_1\pi_1}, \quad (3.77)$$

$$S_2 = \frac{a_2 \lambda}{2(c - a_1 \lambda)} \ln \frac{b_1 \mu_0 \pi_0}{(a_1 \lambda + b_1 \mu_0 - c)}. \quad (3.78)$$

Величину  $S_1$  можно определить, задав желаемое значением  $m_1$ , то есть среднюю длительность периода выплат по социальным программам. Тогда из (3.60) следует:

$$S_1 = m_1(c - a_1 \lambda - b_1 \mu_0) + S_2. \quad (3.79)$$

В п. 3.7 исследована математическая модель деятельности фонда социального страхования при экспоненциальных страховых выплатах и случайных расходах на социальные программы. В рамках данной модели рассмотрено релейное и релейно-гистерезисное управление капиталом. Выражения в этом случае имеют сложный аналитический вид и полностью приведены в диссертации (3.85), (3.104), (3.110), (3.131), (3.121)-(3.125), (3.142), (3.143), (3.146), (3.151), (3.154), (3.155).

**Апробация работы.** Основные положения диссертации и отдельные её результаты докладывались и обсуждались на:

1. Всероссийской научно-практической конференции «Информационные технологии и математическое моделирование», Анжоро-Судженск, 2002.
2. VI межрегиональной научно-практической конференции «Научное творчество молодежи» – Анжоро-Судженск, 2002.
3. V Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике. Кисловодск, 2004.
4. III Всероссийской ФАМ конференции г. Красноярск, 2004,
5. III Всероссийской научно-практической конференции «Информационные технологии и математическое моделирование» Анжоро-Судженск, 2004.
6. 2-ой Всероссийской научно-практической конференции «Управление в социальных и экономических системах» Пенза, 2004.
7. Всероссийской научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Наука. Технологии. Инновации" (НТИ-2004).
8. IX Всероссийской научно-практической конференции «Научное творчество молодежи». г. Анжоро-Судженск, 15-16 апреля 2005г.
9. VI Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике. г. Санкт-Петербург, 2005.



**Публикации по работе и личный вклад автора.** Содержание работы опубликовано в 12 печатных работах: в том числе 4 – в журналах, рекомендованных ВАК для опубликования основных научных результатов докторских диссертаций, 6 работ опубликовано без соавторов.

1. Вальц О.В., Новицкая Е.В. Влияние информационных технологий на эффективность экономики// Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Информационные технологии и математическое моделирование» – Томск: «Твердыня», 2002. – с. 52-54.
2. Вальц О.В. Основные факторы социального благополучия населения// Сборник трудов межрегиональной VI научно-практической конференции «Научное творчество молодежи» – Анжеро-Судженск: «Твердыня», 2002.
3. Вальц О.В., Змеев О.А. Диффузионная аппроксимация модели фонда социального страхования с релейно-гистерезисным управлением капиталом // Известия вузов. Физика, 2004. № 2. – С. 26-31.
4. Вальц О.В., Змеев О.А. Исследование модели фонда социального страхования// Обозрение прикладной и промышленной математики. Т 11. Вып. 2. 2004. – С. 311-312.
5. Вальц О.В., Змеев О.А. Математическая модель деятельности фонда социального страхования при экспоненциальных страховых выплатах и случайными расходами на социальные программы.// Вестник Том. гос. ун-та. № 284, 2004. – с. 37-42
6. Вальц О.В., Змеев О.А. Диффузионная аппроксимация модели фонда социального страхования с релейно-гистерезисным управлением капиталом// III Всероссийская ФАМ конференция: Тезисы докладов. Красноярск, 2004. – с. 17.
7. Вальц О.В. Разработка функциональной модели деятельности Фонда социального страхования// Информационные технологии и математическое моделирование: Материалы III Всероссийской научно-практической конференции. Ч. 2. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. – с. 116-118.
8. Вальц О.В. Релейно–гистерезисное управление капиталом Фонда социального страхования//Сборник материалов 2-ой Всероссийской научно-практической конференции. Пенза: РИО ПГСХА, 2004г. – с. 6-7.

9. Вальц О.В. Релейное управление капиталом Фонда социального страхования// Материалы всероссийской научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Наука. Технологии. Инновации" (НТИ-2004) Ч. 1 Новосибирск: НГТУ, 2004. – с. 9-11.
10. Вальц О.В., Змеев О.А. Исследование модели фонда социального страхования// Обозрение прикладной и промышленной математики. Обозрение прикладной и промышленной математики. Т 12. Вып. 2. 2005. – С. 320.
11. Вальц О.В. Математическая модель деятельности Фонда социального страхования РФ в частном случае// «Научное творчество молодежи»: Материалы IX Всероссийской научно-практической конференции (г. Анжеро-Судженск, 15-16 апреля 2005г.). Ч.1. – Томск: изд-во Том. ун-та, 2005. – с. 16-18.
12. Вальц О.В. Математическая модель деятельности Фонда социального страхования РФ в частном случае// Обработка данных и управление в сложных системах. Сб. статей.– Томск: Изд-во Том. ун-та, 2005. – Вып. 7. – с. 31–40.