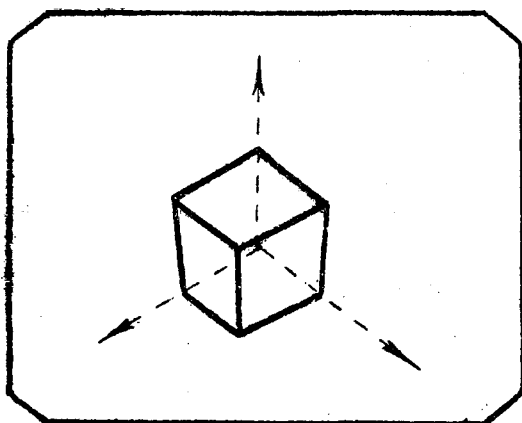


Министерство науки, высшей школы и технической  
политики РФ  
Томский государственный университет  
Кафедра математической логики и проектирования



Лабораторные работы  
по  
МАШИННОЙ ГРАФИКЕ  
часть 2

Томск - 1992

Рассмотрены и утверждены методической комиссией  
радиофизического факультета.

Председатель комиссии, Дейкова Г.М. Дейкова.  
доцент

Протокол N 19 от 22 декабря 1992г.

Предлагаемые методические указания состоят  
из нескольких частей.

В данной части рассматриваются лабораторные  
работы по двум темам:

- построение проекций трехмерной сцены,
- удаление нелицевых граней выпуклого тела.

Работы ориентированы на студентов, изучающих  
машинную графику.

Составитель - доцент кафедры МЛИП С.В.Быкова.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

ТЕМА: ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКЦИЙ ТРЕХМЕРНОЙ СЦЕНЫ.

### Условные обозначения

-----

СКМ - мировая система координат - мир (правая);  
СКН - система координат наблюдателя (левая);  
СКК - система координат картинной плоскости;  
СКЭ - система координат экрана;

X, Y, Z - координаты точки в СКМ;  
Xн, Yн, Zн - координаты точки в СКН;  
Xк, Yк - координаты точки в СКК;  
Xэ, Yэ - координаты точки в СКЭ.

### Положение наблюдателя в мире

-----

Xо, Yо, Zo - координаты точки зрения наблюдателя в мире (начало координат СКН);

оси: zн - направлена в начало координат мира (ось зрения);  
yн - направлена от плоскости  $z = Zo$  мира в сторону  $z \geq Zo$  (вверх);  
xн - лежит в плоскости  $z = Zo$  мира (направо относительно оси зрения).

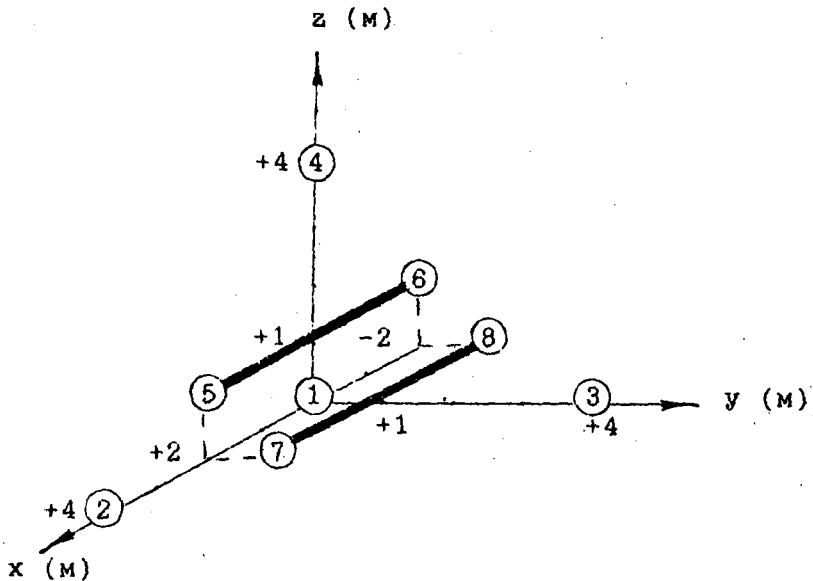
### Представление трехмерной реберной сцены

-----

VER (Nver, 3) - массив вершин, i-я строка которого задает i-ю вершину мировыми координатами X, Y, Z (Nver - число вершин);  
REB (Nreb, 2) - массив ребер, j-я строка которого есть пара номеров вершин, соединяемых j-м ребром (Nreb - число ребер).

Пример сцены из пяти ребер  
(3 оси координат и 2 отрезка)

	x y z		вершины
VER(Nver,3) =	1	0 0 0	1 2
Nver = 8	2	4 0 0	1 3
	3	0 4 0	1 4
	4	0 0 4	5 6
	5	2 0 1	7 8
	6	-2 0 1	
	7	2 1 0	
	8	-2 1 0	
			REB(Nreb,2) =
			Nreb = 5



## Алгоритм прсецирования

---

Алгоритм будем демонстрировать на рассмотренном примере для точки зрения  $X_0, Y_0, Z_0$  с координатами 3,4,6 метров.

Попробуем наглядно представить ориентацию наблюдателя в мире, пользуясь "астрономической" терминологией. Расположим центр мира в центре Земли, а точку  $(0, 0, +\infty)$  примем за Полярную Звезду. Тогда ориентация наблюдателя может быть описана так:

тело (ось ун) - по меридиану  
головой на север,  
правая рука (ось хн) - по параллели  
на восток,  
глаз (ось зрения зн) - к центру Земли.

1. Строим матрицы пяти элементарных преобразований для вычисления матрицы перехода от СКМ к СКН (через  $x, y, z$  будем обозначать мировые, а через  $x', y', z'$  - постепенно преобразуемые оси координат).

- 1.1. Матрица сдвига начала СКМ в точку зрения:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -X_0 & -Y_0 & -Z_0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

- 1.2. Матрица зеркального отражения оси  $x'$  для перехода к левой системе координат:

$$[S] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 1.3. Матрица поворота осей  $y', z'$  вокруг оси  $x'$  на  $90$  градусов, чтобы ось  $y'$  стала ориентирована "вверх", т.е. по оси  $+z$ :

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 1.4. Матрица поворота осей  $x', z'$  вокруг оси  $y'$  на такой угол  $U$ , чтобы ось  $z'$  стала направлена на ось  $z$  в плоскости  $z = z_0$ :

$$[R_y] = \begin{bmatrix} \cos U & 0 & \sin U & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin U & 0 & \cos U & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4/5 & 0 & 3/5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3/5 & 0 & 4/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{т.к. } d &= \sqrt{X_0 * X_0 + Y_0 * Y_0} = \sqrt{3*3 + 4*4} = 5, \\ \cos U &= Y_0/d = 4/5, \\ \sin U &= X_0/d = 3/5. \end{aligned}$$

- 1.5. Матрица поворота осей  $y', z'$  вокруг оси  $x'$  на угол  $W$ , чтобы ось  $z'$  стала направлена в начало СКМ:

$$[R_x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos W & -\sin W & 0 \\ 0 & \sin W & \cos W & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5/8 & -6/8 & 0 \\ 0 & 6/8 & 5/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{т.к. } s &= \sqrt{d*d + z_0*z_0} = \sqrt{5*5 + 6*6} = 8, \\ \cos W &= d/s = 5/8, \\ \sin W &= z_0/s = 6/8 \end{aligned}$$

(здесь значение корня округлено до целого).

2. Вычислим матрицу перехода от МСК к СКН:

$$[V] = [T] * [S] * [R] * [Ry] * [Rx].$$

$$[V] = \begin{bmatrix} -0.8 & -0.5 & -0.4 & 0 \\ 0.6 & -0.6 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0.6 & -0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 7.8 & 1 \end{bmatrix}$$

Обратим внимание на некоторые моменты, возникающие при построении матриц.

Во-первых, всегда:

$$[T] * [S] * [R] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ X_0 & -Z_0 & Y_0 & 1 \end{bmatrix}$$

Во-вторых, при вычислении матриц  $[Ry]$ ,  $[Rx]$  могут возникнуть два особых случая.

О с о б ы й с л у ч а й 1:

ЕСЛИ  $d = 0$  (точка зрения на оси  $z$ ),  
ТО угол  $U$  не определен ( $\cos U = Y_0/0$ ),  
но может быть любым; положим для  
определенности  $U = 0$  (матрица  $[Ry]$   
станет единичной); согласно последующим  
вычислениям окажется, что угол  $W = 90$   
градусов, а значит, оси наблюдателя  
 $x_n, y_n, z_n$  ориентированы по осям  
 $-x, -y, -z$  мира, соответственно.

Продолжая применять "астрономическую" ана-  
логию, можно сказать, что наблюдатель в  
этом особом случае "парит" над Северным  
Полюсом и, значит, всегда ориентирован по  
меридиану (в этом и состоит особенность).  
Если мы договоримся, что ось  $x$  мира пере-

секает экватор по Гринвичу, и положим для определенности угол  $U = 0$ , то тем самым ориентируем наблюдателя так:

тело (ось  $u_n$ ) направлено по меридиану 90  
(головой на Канаду),  
правая рука (ось  $x_n$ ) - по меридиану 180  
(на Чукотку),  
глаз (ось зрения  $z_n$ ) - к центру Земли.

О с о б ы й с л у ч а й 2:

ЕСЛИ  $\alpha = 0$ , т.е.  $X_0 = Y_0 = Z_0 = 0$   
(точка зрения в начале СКМ),

ТО ось зрения не определена, поэтому не только угол  $U$ , но и угол  $W$  может быть любым; положим для определенности  $U = W = 0$  (обе матрицы:  $[R_x]$  и  $[R_y]$  станут единичными), тогда оси наблюдателя  $x_n, u_n, z_n$  ориентируются по осям  $-x, z, -y$  мира, соответственно (матрица  $[T]$  здесь также единична).

В "астрономической" аналогии это означает, что наблюдатель находится в центре Земли и тело (ось  $u_n$ ) направлено по земной оси головой на Северный Полюс, правая рука (ось  $x_n$ ) - на пересечение экватора с меридианом 180 (в центр Тихого океана), глаз (ось зрения  $z_n$ ) - на пересечение экватора с меридианом 90 западной долготы (в район Панамского канала).

Итак, матрица проецирования  $[V]$  построена.

3. Перейдем от СКМ к СКН, используя полученное преобразование  $V$ , т.е. построим массив  $VERNA(Nver, 3)$ ,  $i$ -я строка которого представит координаты  $X_n, Y_n, Z_n$   $i$ -й вершины в СКН:

$$[X_n \ Y_n \ Z_n \ 1] = [X \ Y \ Z \ 1] * [V].$$



$$\text{VERNA}(8,3) = \begin{matrix} & X_n & Y_n & Z_n \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ 8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 7.8 \\ -3.2 & -1.8 & 6.3 \\ \dots & \dots & \dots \\ 2.2 & 0.3 & 8.1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

4. Построим проекцию сцены на картинную плоскость (образ сцены), т.е. построим массив  $\text{VERKA}(N_{\text{ver}}, 2)$ ,  $i$ -я строка которого представит координаты  $X_k, Y_k$   $i$ -й вершины в СКК.

4.1. Для параллельной проекции:

$$X_k = X_n, \quad Y_k = Y_n;$$

т.е. массив  $\text{VERKA}$  - это первые два столбца массива  $\text{VERNA}$ .

4.2. Для перспективной проекции:

$$X_k = \frac{X_n}{Z_n} * R_k, \quad Y_k = \frac{Y_n}{Z_n} * R_k,$$

где  $R_k$  - расстояние от точки зрения до картинной плоскости; но

ЕСЛИ  $Z_n = 0$  для некоторой вершины, ТО возникает особый случай 3: проектор такой вершины, т.е. прямая, проходящая через вершину и точку зрения, не пересекается с картинной плоскостью (проектор параллелен картинной плоскости), поэтому данная вершина проекции не имеет.

Расположим для демонстрационного примера картинную плоскость, например, на расстоянии  $R_k = 14$  м от точки зрения, тогда:

$$\text{VERKA}(8,2) = \begin{matrix} & & \text{Xк} & & \text{Yк} & & \\ & & & & & & \\ & 1 & \left[ \begin{array}{cc} 0.0 & 0.0 \\ -7.1 & -4.1 \end{array} \right] & & & & \\ & 2 & & & & & \\ \text{...} & & & & \text{...} & & \\ & 8 & \left[ \begin{array}{cc} 3.8 & 0.5 \end{array} \right] & & & & \end{matrix}$$

Поскольку расстояние от точки зрения до картинной плоскости ( $R_k = 14$ ) выбрано примерно в два раза большим, чем расстояние в от точки зрения до центра сцены (вспомним, что  $a = 8$  для этого примера), то и размеры образа на картинной плоскости увеличились примерно в два раза по сравнению с размерами сцены (сравните массивы VERNA и VERKA).

5. Зададим в картинной плоскости квадратное окно видимости полуразмером  $R_k$  (с центром в начале СКК и краями параллельными осям СКК), выбрав окно таким, чтобы проекция полностью поместилась в окне. Очевидно, что от размера окна зависят относительные размеры проекции: чем больше окно, тем меньшую его часть занимает проекция.

5.1. Для параллельной проекции положим, например,  $R_k = 5$  м.

Т.к. для демонстрационной сцены максимальные значения  $/X_k/$  и  $/Y_k/$  составляют около 4 м, то проекция займет примерно 4/5 окна видимости.

5.2. Для перспективной проекции положим, например,  $R_k = 10$  м.

Т.к. для демонстрационной сцены максимальные значения  $/X_k/$  и  $/Y_k/$  составляют около 8 м, то проекция займет примерно 8/10, т.е. те же 4/5 окна видимости.

Зададим на экране квадратное поле вывода. Пусть, для примера, его параметры таковы:

$S_x = 320$ : центр поля по оси  $x$  экрана;  
 $S_y = 175$ : центр поля по оси  $y$  экрана;  
 $E_x = 200$ : полуразмер поля по оси  $x$ ;  
 $E_y = E_x * 0.775$ : полуразмер поля по оси  $y$  с поправкой 0.775, выравнивающей размеры пиксела по осям  $x$  и  $y$  (для разных экранов поправка может быть разной).

6. Отобразим окно картинной плоскости в поле вывода на экране, т.е. перейдем к образу сцены в экранных координатах, построив массив  $VEREK(Nver, 2)$ ,  $i$ -я строка которого представит  $i$ -ю вершину с координатами  $Xэ, Yэ$ :

$$Xэ = \frac{Xк}{Rк} * Эх + Сх, \quad Yэ = \frac{Yк}{Rк} * Эу + Су.$$

- 6.1. Для параллельной проекции (при  $Rк = 5$ ):

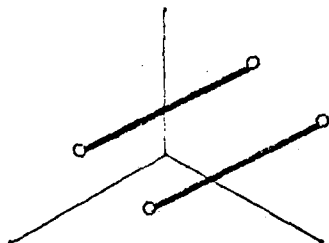
$$VEREK(8, 2) = \begin{matrix} & Xэ & Yэ \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ 8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 320 & 175 \\ 192 & 118 \\ \dots & \dots \\ 408 & 185 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- 6.2. Для перспективной проекции (при  $Rк = 10$ ):

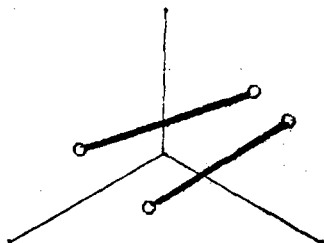
$$VEREK(8, 2) = \begin{matrix} & Xэ & Yэ \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ 8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 320 & 175 \\ 177 & 111 \\ \dots & \dots \\ 396 & 183 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

7. Нарисуем образ на экране по полученному массиву VEREK и заданному массиву ребер REB.

Параллельная  
проекция:



Перспективная  
проекция:



#### ЗАДАНИЕ

Запрограммируйте алгоритмы построения параллельной и перспективной проекций, придерживаясь указанного ниже порядка действий.

- В качестве сцены для отладки программы используйте демонстрационный пример.
- Отладив на этом примере программу, задайте реальную сцену (из Вашей задачи) и проверьте работоспособность программы.
- Для наглядности выделите одно ребро и одну вершину другим цветом, оси нарисуйте пунктиром.
- Измените несколько раз точку зрения  $X_0, Y_0, Z_0$ , в частности, посмотрите на сцену

"спереди"	- с оси $x$ ,
"сбоку"	- с оси $y$ ,
"почти сверху"	- из точек, близких к оси $z$ ,
"сверху"	- с оси $z$ .

- Для создания эффекта движения сцены дополните алгоритм циклическим перемещением точки зрения (тип перемещения указан в задаче), стирая старое изображение очисткой экрана.
- Измените расстояние до картинной плоскости и полуразмер окна видимости (параметры  $R_k$  и  $R_k$ ), а также центр и полуразмеры поля вывода (параметры  $Э_x, Э_y$  и  $С_x, С_y$ ) и объясните эффект.
- Желющие могут дополнительно опробовать другой подход к получению преобразования проецирования: через суперпозицию (полученную вручную) тех пяти элементарных преобразований  $T, S, R, R_y, R_x$ , которые составляют совмещенное преобразование  $V$ . Сравните в таком случае быстрдействие этого и матричного подходов и объясните результат.

## ЗАДАЧИ

Во всех предложенных задачах реберная сцена представляет собой выпуклое тело (хотя это совсем не обязательно: сцена может быть любой реберной).

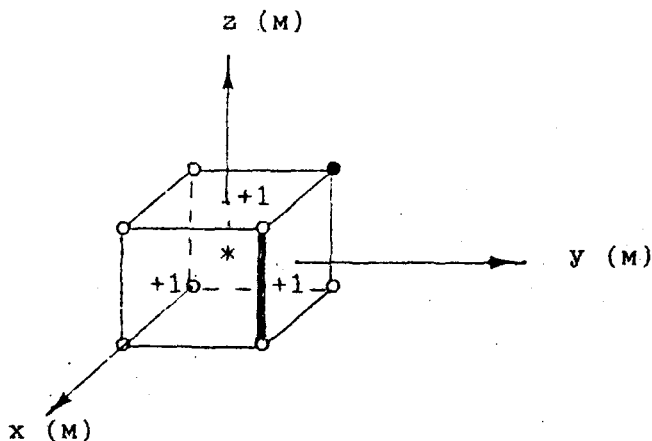
На первом рисунке показано положение тела, предложенное в задачах; для наглядности невидимые ребра тела изображены пунктиром, невидимые части осей координат не изображены вообще (чтобы не загромождать рисунок), а начало координат обозначено звездочкой.

На втором рисунке дан образ, который должен получиться у Вас на экране.

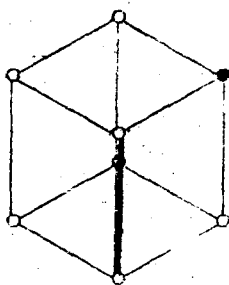
Символы  $//$  и  $<$  означают параллельную и перспективную проекции, соответственно.

Задача 3 - 1  
( Куб // )

Построить параллельную проекцию реберной сцены (куба, центр которого лежит в начале координат, а ребра имеют длину 2 м).



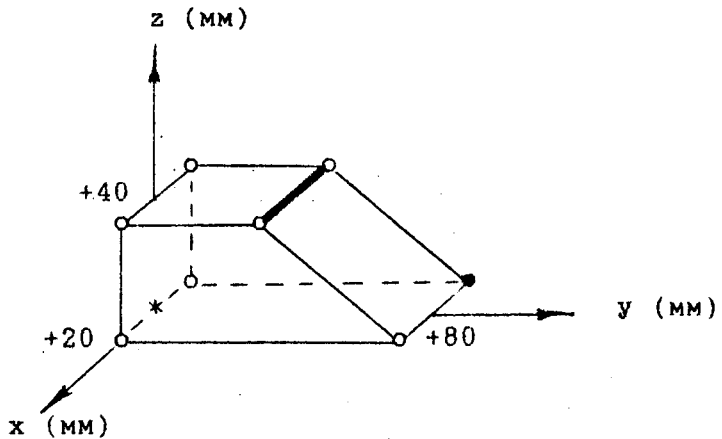
Параллельная проекция куба, вид из точки зрения (6,6,5) м:



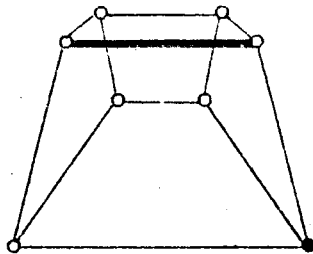
Точку зрения перемещать, уменьшая ее координаты  $x$  и  $y$  на 1 м.

Задача 3 - 2  
( Горка < )

Построить перспективную проекцию реберной сцены (горки с основанием 40 м на 80 м, лежащим в плоскости  $x, y$ ; высота горки 40 м, размеры верхней площадки 40 м на 40 м).



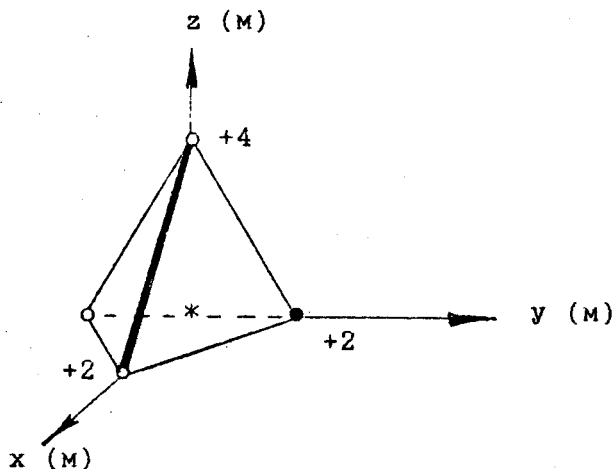
Перспективная проекция горки,  
вид из точки зрения  $(0, 100, 45)$  м:



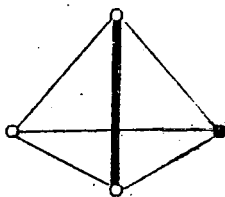
Точку зрения перемещать, поворачивая вокруг  
оси  $x$  на 15 градусов.

Задача 3 - 3  
 ( Пирамида треугольная // )

Построить параллельную проекцию реберной сцены (треугольной пирамиды, основанием которой служит равнобедренный прямоугольный треугольник, лежащий в плоскости  $xu$  так, что центр его гипотенузы и основание высоты совпадают с началом координат, длина гипотенузы и высота пирамиды 4 м).



Параллельная проекция треугольной пирамиды, вид из точки зрения  $(8, 0, 10)$  м:

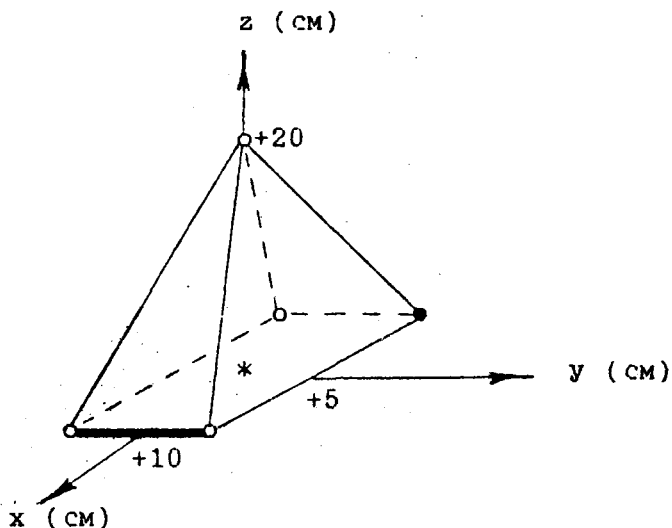


Точку зрения перемещать, поворачивая вокруг оси  $y$  на 15 градусов.

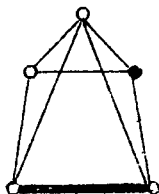


Задача 3 - 4  
 ( Пирамида четырехугольная < )

Построить перспективную проекцию реберной сцены (четыреугольной пирамиды, основание которой со сторонами 10 см и 20 см лежит в плоскости  $xy$ , центр основания - в начале координат, высота пирамиды составляет 20 см).



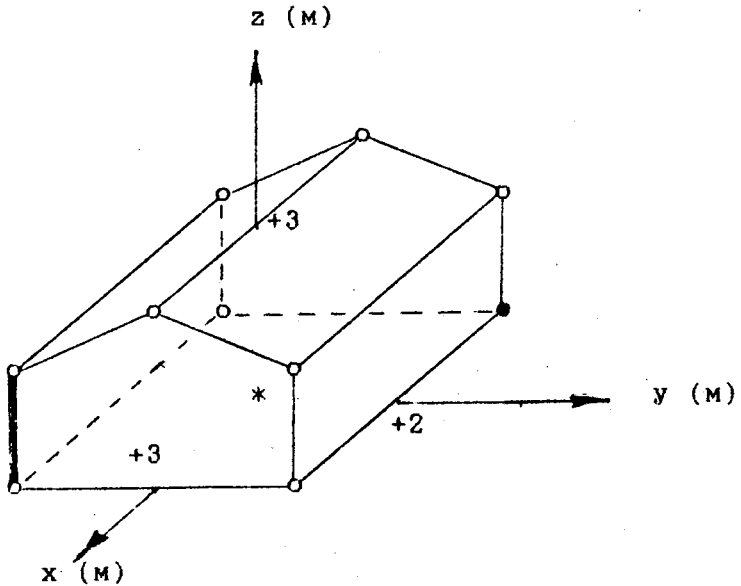
Перспективная проекция четырехугольной пирамиды, вид из точки зрения (50, 0, 50) см:



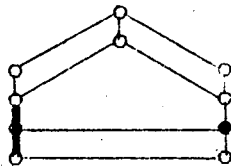
Точку зрения перемещать, уменьшая координату  $x$  на 10 см.

Задача 3 - 5  
( Дом // )

Построить параллельную проекцию реберной сцены ("дома", длина которого 6 м, ширина 4 м, высота стен 2 м, высота крыши 1 м, пол лежит в плоскости  $xy$ , а центр пола - в начале координат).



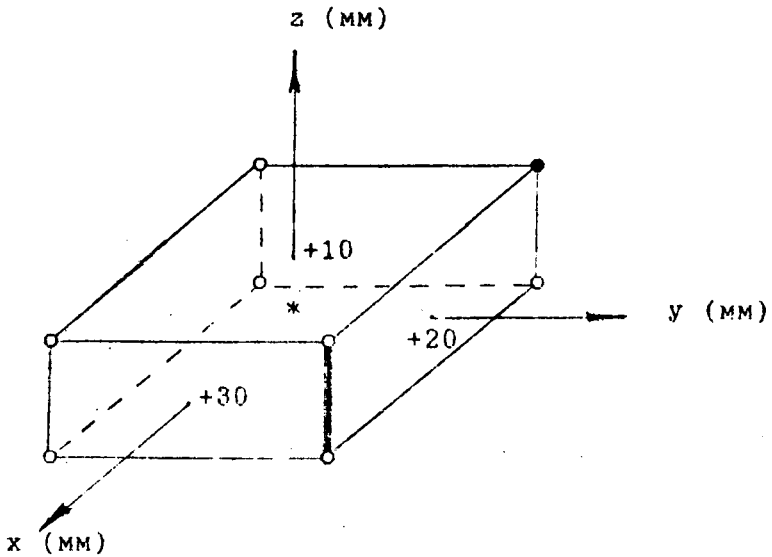
Параллельная проекция дома,  
вид из точки зрения  $(5, 0, 1)$  м:



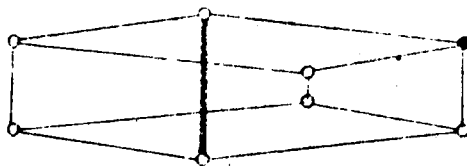
Точку зрения перемещать, поворачивая вокруг  
оси  $z$  на 30 градусов.

Задача 3 - 6  
( Брусок < )

Построить перспективную проекцию реберной сцены (бруска длиной 60 мм, шириной 40 мм, высотой 20 мм, центр которого совпадает с началом координат).



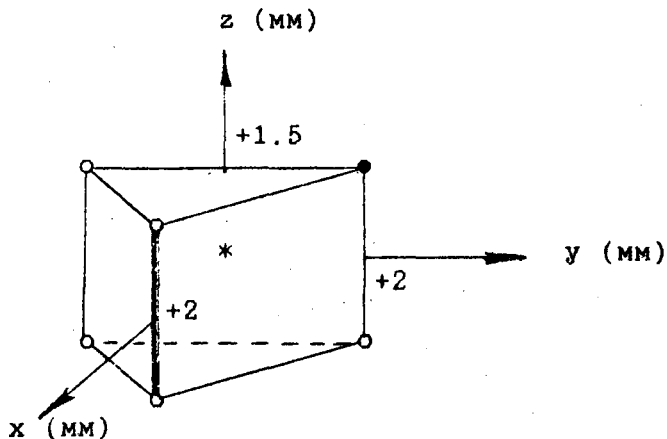
Перспективная проекция бруска,  
вид из точки зрения (100,100,0) мм:



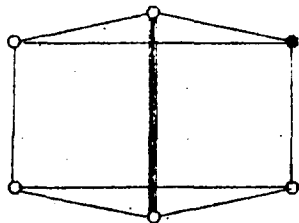
Точку зрения перемещать, увеличивая координаты x, y и уменьшая координату z на 20 мм.

Задача 3 - 7  
( Призма < )

Построить перспективную проекцию реберной сцены (прямоугольной призмы, в основании которой лежит равнобедренный прямоугольный треугольник; длина его гипотенузы равна 4 мм, а высота призмы 3 мм; центр большей грани совпадает с началом координат).



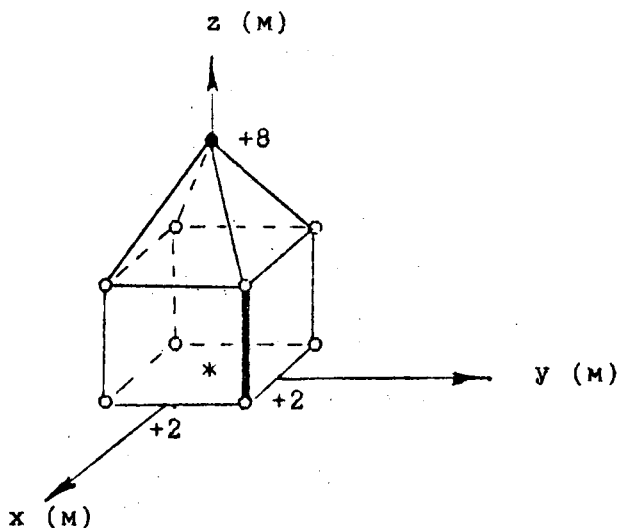
Перспективная проекция призмы, вид из точки зрения (10,0,0) мм:



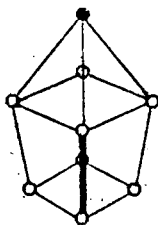
Точку зрения перемещать, уменьшая координату  $x$  на 2 мм и увеличивая координату  $z$  на 4 мм.

Задача 3 - 8  
( Терем < )

Построить перспективную проекцию реберной сцены (четыреугольного терема, центр основания которого лежит в начале координат, стороны основания, высота стен и высота купола составляют 4 м).



Перспективная проекция терема  
вид из точки зрения (10,10,10) м:



Точку зрения перемещать, уменьшая координаты  
x и y на 1 м.



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

ТЕМА: УДАЛЕНИЕ НЕЛИЦЕВЫХ ГРАНЕЙ ВЫПУКЛОГО ТЕЛА.

### Условные обозначения

-----

Ngr - число граней, образующих выпуклое тело;  
 Nver - число вершин в теле;

$X^i, Y^i, Z^i$  - три точки плоскости  
 $X^{ij}, Y^{ij}, Z^{ij}$  (три вершины грани);  
 $X^{ijk}, Y^{ijk}, Z^{ijk}$

$Ax + By + Cz + D = 0$  - уравнение плоскости;

$$\begin{bmatrix} A1 & A2 & \dots & ANgr \\ B1 & B2 & \dots & BNgr \\ C1 & C2 & \dots & CNgr \\ D1 & D2 & \dots & DNgr \end{bmatrix}$$
 - матрица тела  
 (коэффициенты плоскостей);

$Xc, Yc, Zc$  - центр тяжести тела;  
 $Xo, Yo, Zo$  - точка зрения.

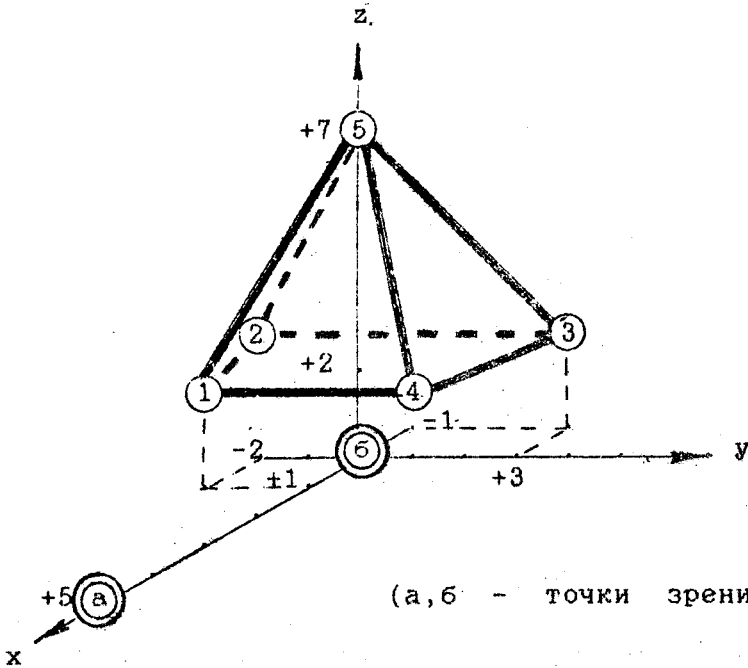
### Представление выпуклого тела гранями

-----

Предлагается одно из простейших представлений выпуклого тела (на примере четырехугольной пирамиды, симметричной относительно плоскости  $y = 0$  и "парящей" над плоскостью  $z = 0$ ) двумя массивами:

VER (Nver, 3) - массив координат вершин,

GRAN (Ngr, Nver+1) - массив номеров вершин, образующих грани.



(a, 6 - точки зрения)

VER (Nver, 3)  
Nver = 5

	x	y	z
1	-1	-2	2
2	-1	-3	2
3	-1	3	2
4	1	2	2
5	0	0	7

GRAN (Ngr, Nver+1) =  
Ngr = 5

Вершины

1	1	2	3	4	1	0	нижняя
2	1	2	5	1	0	0	левая
3	2	3	5	2	0	0	задняя
4	3	4	5	3	0	0	правая
5	1	4	5	1	0	0	передняя



Формулы для вычисления коэффициентов плоскостей

---

$$\begin{aligned} A &= (Y''-Y') * (Z''-Z') - (Y'''-Y'') * (Z''-Z'), \\ B &= - (X''-X') * (Z''-Z') + (X'''-X'') * (Z''-Z'), \\ C &= (X''-X') * (Y''-Y') - (X'''-X'') * (Y''-Y'), \\ D &= - AX' - BY' - CZ'. \end{aligned}$$

Формулы для вычисления центра тяжести тела

---

$$\begin{aligned} X_c &= ( X_1 + X_2 + \dots + X_{Nver} ) : Nver, \\ Y_c &= ( Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{Nver} ) : Nver, \\ Z_c &= ( Z_1 + Z_2 + \dots + Z_{Nver} ) : Nver. \end{aligned}$$

Правило приведения матрицы тела к центру тяжести

---

ЕСЛИ  $AX_c + BY_c + CZ_c + D < 0$ ,  
ТО изменить знаки коэффициентов  $A, B, C, D$   
плоскости на противоположные.

Правила определения нелицевых граней  
по приведенной матрице

---

Случай а (тело задано в мировой системе координат, точка зрения произвольна, ось зрения ориентирована в начало координат).

а< - для перспективной проекции:

ЕСЛИ  $AX_o + BY_o + CZ_o + D \geq 0$ ,  
ТО грань нелицевая.

а// - для параллельной проекции:

ЕСЛИ  $AX_o + BY_o + CZ_o \geq 0$ ,  
ТО грань нелицевая.

Случай б (тело задано в системе координат наблюдателя, т.е. точка зрения находится в начале координат, ось зрения совпадает с осью  $z$  и ориентирована в сторону  $z = +\infty$ ).

б< - для перспективной проекции:

ЕСЛИ  $D \geq 0$ , ТО грань нелицевая.

б// - для параллельной проекции:

ЕСЛИ  $C \leq 0$ , ТО грань нелицевая.

#### Алгоритм определения нелицевых граней

-----

1. Вычислите матрицу тела (ее можно проверить подстановкой координат вершин в уравнения плоскостей). Для демонстрационного примера:

$$ABCD = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 30 & -5 & 20 \\ 0 & 10 & 0 & -10 & 0 \\ -12 & -5 & -6 & -5 & 4 \\ 24 & 35 & 42 & 35 & -28 \end{bmatrix}$$

2. Найдите центр тяжести тела  $X_c, Y_c, Z_c$ . Для демонстрационного примера это 0, 0, 3.
3. Приведите матрицу  $ABCD$  к центру тяжести. Для демонстрационного примера приведутся первый и последний столбцы матрицы:

$$ABCD+ = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 30 & -5 & -20 \\ 0 & 10 & 0 & -10 & 0 \\ 12 & -5 & -6 & -5 & -4 \\ -24 & 35 & 42 & 35 & 28 \end{bmatrix}$$

4. Для каждой грани проверьте, не является ли она нелицевой, и сформируйте массив GRAVID (Nvid, Nver+1) из видимых граней, где Nvid - их число. Для демонстрационного примера результаты таковы.

Точка "а" с координатами 5,0,0:

- а< - видны две грани: нижняя и передняя  
(первая) (пятая);
- а// - видны три грани: передняя и боковые  
(пятая) (вторая и четвертая).

Точка "б" с координатами 0,0,0:

- б< - видна одна грань: нижняя (первая);
- б// - видна одна грань: нижняя (первая).

### ЗАДАНИЕ

Запрограммируйте алгоритм удаления нелицевых граней, ориентированный на один из вариантов: а<, а//, б<, б//, учтя следующие замечания.

- При отладке используйте демонстрационный пример и в качестве результата выдайте массив GRAVID.

- Испытайте программу:

для а<, а// - задайте различные точки зрения,  
для б<, б// - задайте различные тела.

- Для прорисовки полученного результата на экране соедините данную программу с программой построения проекций (лабораторная работа 3).

- Объединенную программу проверьте на демонстрационном примере, а затем на сцене из Вашей задачи к лабораторной работе 3 (с циклическим перемещением точки зрения).
- Попробуйте построить тоновое изображение, закрасив каждую из граней своим цветом.
- Желющие могут использовать возможность представления выпуклого тела координатами вершин без явного задания граней.

### ПРИМЕЧАНИЕ

При стыковке программ удаления нелицевых граней тела и построения его проекций обратите внимание на следующее.

Случаи а<, а// соответствуют ситуациям, когда тело задано в мировых координатах. Если матрицу тела построить до перехода к системе координат наблюдателя, то при циклическом перемещении точки зрения матрицу не надо будет строить повторно (она не зависит от точки зрения), но можно повторно использовать для выявления нелицевых граней.

Случаи б<, б// соответствуют ситуациям, когда тело задано в системе координат наблюдателя. Значит, матрицу тела нужно будет строить каждый раз после циклического перемещения точки зрения, т.е. после каждого перехода к системе координат наблюдателя.

Оцените вычислительную сложность того и другого подходов и остановитесь на более быстродействующем варианте.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дж.Фоли, А.вэн Дэм. Основы интерактивной машинной графики. Книга 1. - М.: Мир, 1985. - 367 с.
2. Д.Роджерс. Алгоритмические основы машинной графики. - М.: Мир, 1989. - 504 с.
3. У.Ньюмен, Р.Спрулл. Основы интерактивной машинной графики. - М.: Мир, 1976. - 573 с.
4. В.Гилой. Интерактивная машинная графика. - М.: Мир, 1981. - 380 с.

Лабораторная работа 3: глава 8 [1],  
глава 12 [3],  
глава 3 [4].

Лабораторная работа 4: глава 4 [2],  
глава 14 [3].

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО МАШИННОЙ ГРАФИКЕ, ЧАСТЬ 2  
Томский государственный университет имени  
В.В.Куйбышева - Томск, 1992 - 29 с.

Подп. в печать 5.01.93г. Тираж 100 экз. Бесплатно.

---

Заказ № 7

УОМ ТГУ, Томск, Никитина, 4