На правах рукописи

РОЖКОВА СВЕТЛАНА ВЛАДИМИРОВНА

ОЦЕНИВАНИЕ, РАСПОЗНАВАНИЕ И ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ В СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ В СЛУЧАЕ СОВОКУПНОСТИ НЕПРЕРЫВНЫХ И ДИСКРЕТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ С ПАМЯТЬЮ

05. 13. 01 –Системный анализ, управление и обработка информации (в отраслях информатики, вычислительной техники и автоматизации)

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико–математических наук

Томск – 2004

Работа выполнена в Томском политехническом университете.

Научный консультант:

доктор физико–математических наук,
профессор — Демин Николай Серапионович

Официальные оппоненты:

доктор физико–математических наук,
профессор — Воскобойников Юрий Евгеньевич

доктор физико–математических наук,
профессор — Кошкин Геннадий Михайлович

доктор технических наук,
профессор — Светлаков Анатолий Антонович

Ведущая организация:

Московский государственный институт электроники и математики (технический университет)

Защита состоится:

23 декабря 2004г. в 10.30 часов на заседании диссертационного совета Д 212.267.12 при Томском государственном университете по адресу: 634050, г.Томск, пр. Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомится:

В научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан: 10 ноября 2004г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
д.т.н., профессор — Смагин В.И.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Широкий класс задач управления, навигации, передачи сообщений сводится к следующей формальной схеме. Имеется в общем случае векторный случайный процесс x_t, содержащий некоторую полезную информацию, либо характеризующий состояние некоторой системы, подверженной случайным возмущениям, и недоступный непосредственному измерению (наблюдению). Имеется в общем случае векторный случайный процесс z_t, который является выходом канала передачи x_t либо выходом измерительного устройства, контролирующего состояние системы, и который доступен непосредственному измерению (наблюдению). Необходимо по реализации $z_0^t = \{z_\sigma; 0 \leq \sigma \leq t\}$ вынести некоторое решение (оценивание, распознавание, обнаружение) о процессе x_t. При этом можно выделить два основных аспекта данной проблемы – статистический и информационный. Статистический аспект заключается в нахождении по наблюдениям z_0^t оценок процесса x_t. При этом, в зависимости от соотношения между моментом получения последнего измерения и моментом времени, в который необходимо получить оценку значений процесса, различают три вида оценивания: интерполяция, фильтрация, экстраполяция. Информационный же аспект заключается в нахождении количества информации о значениях x_t, которое содержится в реализации z_0^t, и на его основе решения задач оптимальной передачи сигналов и исследования информационной эффективности систем наблюдения и передачи информации.

Начало рассмотрению проблемы оценивания случайных процессов было положено классическими работами А.И.Колмогорова и Н. Винера (N. Wiener), в которых они независимо друг от друга, и следуя различным подходам, решили проблему линейной фильтрации и предсказания стационарных случайных процессов. Следующим фундаментальным вкладом в развитие теории оценивания являются работы Р.Е.Калмана (R.E.Kalman) и Р.С. Бьюси (R.S. Busy), в которых дается решение задач дискретной и непрерывной линейной фильтрации и предсказания. Задачи линейного сглаживания эффективно решаются Дж.С. Медичем (J.S. Medich), Т. Кайлатом (T. Kailath), П. Фростом (P.Frost). Решение практических проблем потребовало рассмотрения задач нелинейного оценивания. Значительный вклад в решение задач нелинейного оценивания внесли работы Р.Л. Стратоновича, Р.Ш. Липцера, А.Н. Ширяева, Дж.Р. Фишера (J.R. Fisher), Е.Б. Стира (E.B. Stear), Дж.М. Ли (G.M. Lee), Б.Д.О. Андерсона (B.D.O. Anderson), Т. Накамизо (T. Nakamizo), В.С. Пугачева, И.Н. Синицына.

В указанных работах оба процесса x_t и z_t одновременно являются процессами с непрерывным либо дискретным временем. На практике распространенной является ситуация, когда вместе с непрерывными наблюдениями в отдельные моменты времени t_m, $m = 0, 1, \cdots$, присутствуют дискретные наблюдения $\eta(t_m)$. Решение ряда задач оценивания и распознавания по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений осуществлено П.И. Кицулом, Л.Е. Широковым, Н.С. Деминым.

Новый класс задач порождается ситуацией, когда наблюдаемые процессы z_t и $\eta(t_m)$ обладают памятью кратности N относительно ненаблюдаемого процесса, то есть z_t и $\eta(t_m)$ зависят не только от текущих, но и от произвольного числа N прошлых значений $x_{\tau_1}, \cdots, x_{\tau_N}$ процесса x_t. Для подобного класса процессов для случая памяти единичной кратности ($N = 1$) в работах Н.К. Кульмана, В.М. Хаметова и Н.С. Демина рассмотрены задачи фильтрации, интерполяции и экстраполяции и Н.С. Деминым – задача передачи стохастических процессов по непрерывно-дискретным каналам. Для случая памяти произвольной кратности $N \geq 1$ в работах О.Л Абакумовой, Н.С. Демина, Т.В. Сушко рассмотрены задачи фильтрации и обратной экстраполяции. Решение ряда задач синтеза линейных фильтров получено В.Б. Колмановским.

Другим актуальным классом задач являются задачи оценивания процессов в условиях, когда, кроме регулярных помех, могут действовать аномальные помехи. По этой проблеме можем указать на работы Ю.П. Гришина, Ю.М. Казаринова, П.П. Зелененького, А.А. Кириченко, Д. Саридиса, Е.И. Шапиро. В этих работах рассматривались задачи, когда появление аномальных помех происходит сразу по всем каналам наблюдения, хотя наиболее интересной ситуацией является появление аномальных помех в части каналов.

Таким образом, актуальной является проблема решения задач оценивания, распознавания и информационного анализа в случае совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью произвольной кратности N.

Цель диссертационной работы. 1) На основе теории условных марковских процессов рассмотреть задачу обобщенной экстраполяции многомерного процесса с непрерывным временем x_t по совокупности реализаций z_0^t и η_0^m многомерных процессов с непрерывным z_t и дискретным $\eta(t_m)$ временем, обладающими памятью кратности $N \geq 1$ относительно x_t, когда оценки экстраполяции одновременно находятся в произвольном числе $s_1, \cdots, s_L$ будущих моментов времени. 2) Рассмотреть задачи синтеза и анализа фильтра–интерполятоа–экстраполятора для процессов с непрерывным временем по непрерывно–дискретным наблюдениям с памятью кратности N в присутствии аномальных помех. 3) Рассмореть проблему информационного анализа задач фильтрации, интерополяции и экстраполяции в случае непрерывно–дискретных наблюдений с памятью кратности N. 4) Рассмотреть задачи оптимальной передачи стохастических процессов по непрерывно–дискретным каналом с памятью и с запаздыванием при наличии мгновенной бесшумной обратной связи.

Методы исследования. При проведении диссертационного исследования использовались методы линейной алгебры, статистики случайных процессов, теории обыкновенных и стохастических дифференциальных уравнений, общей теории статистических решений и теории информации.

Научная новизна работы. 1) Впервые решена задача обобщенной скользящей экстраполяции стохастических процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений со скользящей памятью произвольной кратности $N \geq 1$. Данный результат включает в себя в качестве частных случаев как известные результаты, так и ряд новых результатов. 2) Впервые осуществлен совместный синтез оптимального в среднеквадратическом смысле несмещенного фильтра–интерполятора–экстраполятора в случае непрерывно–дискретных наблюдений с памятью при наличии аномальных помех. Осуществлен анализ качества оценивания в зависимости от структуры воздействия аномальных помех на компоненты вектора наблюдения и от кратности резервирования каналов наблюдения. 3) Впервые в байесовской постановке решены задачи распознавания процессов по непрерывно–дискретным наблюдениям, как с фиксированной памятью, так и со скользящей памятью произвольной кратности и обнаружения аномальных помех в дискретных каналах наблюдения с памятью. На основе дивергенции по Кульбаку проведен анализ качества алгоритма обнаружения. 4) Впервые решена задача нахождения шенноновских мер количества информации о значениях ненаблюдаемого процесса, которые содержатся в совокупности непрерывно–дискретных реализаций наблюдаемых процессов с памятью кратности N для совместных задач фильтрации – интерполяции, и фильтрации – обобщенной экстраполяции. Исследована структура информационных количеств. 5) Впервые решена задача передачи гауссовского марковского процесса диффузионного типа по непрерывно-дискретным каналам с памятью и с запаздыванием при наличии бесшумной обратной связи.

Теоретическая ценность. Полученные результаты могут служить основой для дальнейших исследований в области оценивания, информационного анализа и оптимальной передачи стохастических процессов в случае совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью.

Практическая ценность. Полученные в диссертации теоретические результаты могут использоваться при разработке систем обработки измерений, систем связи, систем передачи информации, систем управления и навигационных систем подвижных объектов, функционирование которых происходит в условиях, имеющих особенности: 1) непрерывно–дискретный во времени характер доступной измерению (наблюдению) или поступающей в каналы передачи информации, например, когда непрерывно во времени поступают сигналы бортовых измерителей, а в отдельные моменты времени – сигналы от внешних источников; 2) наблюдения обладают памятью относительно ненаблюдаемого процесса, т.е. зависят как от текущих, так и от прошлых значений ненаблюдаемого процесса; 3) в системе присутствуют неопределенности типа аномальных помех.

Апробация работы. Основные положения диссертации и ее отдельные результаты докладывались и обсуждались на международной конференции "Всесибирские чтения по математике" (Томск, 1997), международной конференции "Научные основы высоких технологий" (Новосибирск, 1997), III, IV Сибирском конгрессе по прикладной и индустриальной математике "INPRIM" (Новосибирск, 1998; 2000), II, III, V, VI, VIII Russian–Korean international symposium of science and technology "KORUS" (Томск, 1998; Новосибирск, 1999; Томск, 2001; Новосибирск, 2002; Томск, 2004), международной конференции "Актуальные проблемы электронного приборостроения – АПЭП" (Новосибирск, 1998; 2000), IV, V Всероссийской конференции с международным участием "Новые информационные технологии в исследовании сложных структур" (Томск, 2002; Иркутск, 2004), II Сибирской научной школе–семинар с международным участием "Проблемы компьютерной безопасности и криптография – SIBECRYPT" (Томск, 2003), международном симпозиуме по непараметрическим и робастным статистическим методам кибернетики

(Томск, 2003), 13-th IFAC symposium on system identification (Rotterdam, The Netherlands, 2003), 16-th IFAC symposium on automatic control in aerospace (Санкт–Петербург, 2004), 16-th symposium on mathematical theory of networks and systems (Leuven, Belgium, 2004).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 51 печатных работ, из них 21 статья общим объемом 237 страниц журнального текста.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав основного текста, заключения, списка литературы и трех приложений. Общий объем работы – 336 страниц, включая 24 рисунка. Библиография насчитывает 248 наименований.

Нумерация Утверждений в автореферате и диссертации совпадает.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы исследования, дается краткий обзор работ других авторов по данной тематике, формулируется цель работы, обосновывается выбор методики исследования и приводится краткое содержание диссертации.

В первой главе диссертации рассматривается задача обобщенной скользящей экстраполяции стохастических процессов с непрерывным временем по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений со скользящей памятью произвольной кратности.

В п.1.1 приводятся математические модели процессов и их классификация по типу памяти и наличию либо отсутствию обратной связи.

В п.1.2 формулируется постановка задачи главы 1. Пусть n-мерный ненаблюдаемый процесс x_t и r-мерный наблюдаемый процесс z_t с непрерывным временем определяются стохастическими дифференциальными уравнениями (в смысле Ито)

$$dx_t = f(t, x_t)dt + \Phi_1(t, x_t)dw_t, \quad t \geq 0, \tag{1}$$

$$dz_t = h(t, x_t, \tilde{x}^N_{t-t^*}, z)dt + \Phi_2(t, z)dv_t, \tag{2}$$

$$t_1^* < t_2^* < \ldots < t_N^*, \quad t_k^* = const, \quad k = \overline{1;N}, \tag{3}$$

где w_t и v_t – соответственно r_1 и r_2-мерные стандартные винеровские процессы. Кроме процесса z_t в дискретные моменты времени t_m $(m = 0, 1, 2, \cdots)$ наблюдается q-мерный процесс $\eta(t_m)$, который имеет вид

$$\eta(t_m) = g(t_m, x_{t_m}, \tilde{x}^N_{t_m - t^*}, z) + \Phi_3(t_m, z)\xi(t_m), \tag{4}$$

где $\xi(t_m)$ – r_3-мерный стандартный белый гауссовский процесс с дискретным временем. Далее всюду $\tilde{x}^N_{t-t^*} = \{x_{t-t_1^*}, \cdots, x_{t-t_N^*}\}$, $\tilde{x}^L_{t+T} = \{x_{t+T_1}, \cdots, x_{t+T_L}\}$. Предполагается: 1.1) коэффициенты уравнений (1), (2) удовлетворяют ограничениям, обеспечивающим существование и единственность решений стохастических дифференциальных уравнений; 1.2) компоненты $f(t,x)$ дифференцируемы, а компоненты $\Phi_1(t,x)$ дважды дифференцируемы по x; 1.3) $Q(\cdot) = \Phi_1(\cdot)\Phi_1(\cdot)^\top$, $R(\cdot) = \Phi_2(\cdot)\Phi_2(\cdot)^\top$, $V(\cdot) = \Phi_3(\cdot)\Phi_3(\cdot)^\top$ невырождены ($\top$ – транспонирование); 1.4) задана начальная плотность $p_0(x) = \partial\mathcal{P}\{x_0 \le x\}/\partial x$ ($\mathcal{P}\{\cdot\}$ – вероятность события $\{\cdot\}$); 1.5) x_0, w_t, v_t, $\xi(t_m)$ независимы в совокупности; 1.6) $h(\cdot) = h(t, x_t, x_{t-t_1^*}, \ldots, x_{t-t_k^*}, z)$, $g(\cdot) = g(t_m, x_{t_m}, x_{t_m - t_1^*}, \ldots, x_{t_m - t_k^*}, z)$, если $t_k^* \le t_m \le t < t_{k+1}^*$ для всех $k = \overline{1;N}$. Процессы z_t, $\eta(t_m)$ вида (2), (4) соответствуют случаю скользящей памяти кратности N. Если $t - t_k^* = \tau_k = const$, то память фиксированная. Зависимость $h(\cdot)$ и $g(\cdot)$ от $z = z_0^t$ и $z = z_0^{t_m}$ означает наличие мгновенной бесшумной обратной связи в наблюдениях по процессу z_t.

З а д а ч а: для последовательности моментов времени $t + T_1, t + T_2, \ldots, t + T_L$, таких что $T_1 < T_2 < T_3 < \ldots < T_L$ и $T_l = const$, $l = \overline{1;L}$, по совокупности непрерывных $z_0^t = \{z_\sigma; 0 \le \sigma \le t\}$ и дискретных $\eta_0^m = \{\eta(t_0), \eta(t_1), \ldots, \eta(t_m);\ 0 \le t_0 < \ldots < t_m \le t\}$ реализаций наблюдаемых процессов одновременно найти оптимальные в среднеквадратическом смысле оценки (ОСКСО) экстраполяции $\mu(t + T_l, t)$ для будущих значений x_{t+T_l} процесса x_t.

Далее показывается, что нахождение ОСКСО $\mu(t + T_l, t)$, $l = \overline{1;L}$, может быть осуществлено на основе совместной апостериорной плотности

$$
\begin{aligned}
&p^t_{t-t^*_N,t+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L) = \\
&\quad = \partial^{N+L+1}\mathcal{P}\{x_t \le x;\ \tilde{x}^N_{t-t^*} \le \tilde{x}_N;\ \tilde{x}^L_{t+T} \le \tilde{x}^L | z^t_0,\ \eta^m_0\}/\partial x \partial \tilde{x}_N \partial \tilde{x}^L. \qquad (5)
\end{aligned}
$$

Так как $\mu(t+T_l,t) = \mathbf{M}\{x_{t+T_l}|z^t_0,\eta^m_0\}$, то согласно (5), $\mu(t+T_l,t)$ является первым моментом $p^t_{t-t^*_N,t+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L)$ по x^l. Соотношение, определяющее $p^t_{t-t^*_N,t+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L)$, будем называть основным уравнением нелинейной обобщенной скользящей экстраполяции со скользящей памятью (ОУНОСЭСП). Далее всюду $\mathbf{M}\{\cdot\}$ – математическое ожидание, $L_{\sigma,y}[\cdot]$, $L^*_{\sigma,y}[\cdot]$ – прямой и обратный операторы Колмогорова, соответствующие процессу (1), с коэффициентами $f(\sigma,y)$ и $Q(\sigma,y)$,

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{L}_{\sigma,y}[\varphi_1(\sigma,y,\cdot);\varphi_2(\sigma,y,\cdot)] = \\
&\quad = \frac{\varphi_1(\sigma,y,\cdot)}{\varphi_2(\sigma,y,\cdot)} L_{\sigma,y}[\varphi_2(\sigma,y,\cdot)] - \varphi_2(\sigma,y,\cdot) L^*_{\sigma,y}\left[\frac{\varphi_1(\sigma,y,\cdot)}{\varphi_2(\sigma,y,\cdot)}\right] \qquad (6)
\end{aligned}
$$

($\varphi_1(\sigma,y,\cdot)$ и $\varphi_2(\sigma,y,\cdot)$ – скалярные функции).

Теорема 1.1 (ОУНОСЭСП). *Апостериориорная плотность (5) на интервалах времени* $t_m \le t < t_{m+1}$ *определяется уравнением*

$$
\begin{aligned}
&d_t p^t_{t-t^*_N,t+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L) = L_{t+T_L,x^L}[p^t_{t-t^*_N,t+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L)]dt + \\
&\quad + \sum_{l=1}^{L-1} \mathcal{L}_{t+T_l,x^l}\left[p^t_{t-t^*_N,t+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L); p^t_{t-t^*_N,t+T_l}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^l)\right] dt + \\
&\quad + \mathcal{L}_{t,x}\left[p^t_{t-t^*_N,t+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L); p_t(x;\tilde{x}_N)\right] dt + \\
&\quad + \sum_{k=1}^{N} \mathcal{L}_{t-t^*_k,x_k}\left[p^t_{t-t^*_N,t+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L); p_{t-t^*_k}(\tilde{x}_{N-k+1})\right] dt + \\
&\quad + \rho_z(t) p^t_{t-t^*_N,t+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L)[h(t,x,\tilde{x}_N,z) - \overline{h(t,z)}]^\top \times \\
&\quad \times R^{-1}(t,z)[dz_t - \overline{h(t,z)}dt] \qquad (7)
\end{aligned}
$$

с начальным условием

$$
p^{t_m}_{t_m-t^*_N,t_m+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L) = \left[\frac{C(x,\tilde{x}_N;\eta(t_m),z)}{C(\eta(t_m),z)}\right] p^{t_m-0}_{t_m-t^*_N,t_m+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L), \qquad (8)
$$

где $p^t_{t-t^*_N,t+T_l}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^l)$ *определяется в виде (5) с заменой* L *на* l,

$$
p_t(x;\tilde{x}_N) = \partial^{N+1}\mathcal{P}\{x_t \le x;\ \tilde{x}^N_{t-t^*} \le \tilde{x}_N | z^t_0, \eta^m_0\}/\partial x \partial \tilde{x}_N, \qquad (9)
$$

$$p_{t-t_k^*}(\tilde{x}_{N-k+1}) = \partial^{N-k+1}\mathcal{P}\{\tilde{x}_{t-t^*}^{N-k+1} \le \tilde{x}_{N-k+1}|z_0^{t-t_k^*}, \eta_0^{m_k}\}/\partial\tilde{x}_{N-k+1}, \tag{10}$$

$$\overline{h(t,z)} = \mathbf{M}\{h(t,x_t,\tilde{x}_{t-t^*}^N, z)|z_0^t, \eta_0^m\}, \tag{11}$$

$$C(\eta(t_m),z) = \mathbf{M}\{C(x_{t_m}, \tilde{x}_{t_m-t^*}^N; \eta(t_m), z)|z_0^{t_m}, \eta_0^{m-1}\}, \tag{12}$$

$$C(x,\tilde{x}_N;\eta(t_m),z) = \exp\{-\frac{1}{2}\rho_\eta(t_m)[\eta(t_m) - g(t_m,x,\tilde{x}_N,z)]^\top \times$$
$$\times V^{-1}(t_m,z_{t_m})[\eta(t_m) - g(t_m,x,\tilde{x}_N,z)]\}, \tag{13}$$

$\rho_z(t)$, $\rho_\eta(t_m)$*−индикаторные функции процессов* z_t *и* $\eta(t_m)$, *которые равны единице, если соответствующие процессы наблюдаются, и нулю, если не наблюдаются, а* $p_{t_m-t_N^*,t_m+T_L}^{t_{m-0}}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L) = \lim p_{t-t_N^*,t+T_L}^t(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L)$ *при* $t \uparrow t_m$ *является решением уравнения (7) на предыдущем интервале времени, вычисленным в точке* $t = t_m$.

В качестве частных случаев из ОУНОСЭСП следуют основные уравнения нелинейной обобщенной скользящей экстраполяции с фиксированной памятью, нелинейной обобщенной обратной экстраполяции со скользящей памятью и с фиксированной памятью, а также основные уравнения нелинейной фильтрации с обоими типами памяти.

В п.1.3 получено уравнение для семиинвариантной функции $\psi_{t-t_N^*,t+T_L}^t(\lambda;\tilde{\lambda}_N;\tilde{\lambda}^L)$ распределения $p_{t-t_N^*,t+T_L}^t(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L)$, из которого следуют уравнения для указанных частных случаев.

В п.1.4 показывается, что эффективный синтез скользящего экстраполятора на основе теоремы 1.1 может быть осуществлен в условно–гауссовском случае, когда выполняется свойство гауссовости $p_{t-t_N^*,t+T_l}^t(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^l)$, $l = \overline{1;L}$. Далее всюду $\mathcal{N}\{y;a,B\}$ – нормальное распределение (плотность) с параметрами a и B.

Утверждение. *Пусть*

$$f(t,x_t) = f(t) + F(t)x_t, \quad \Phi_1(\cdot) = \Phi_1(t), \qquad p_0(x) = \mathcal{N}\{x;\mu_0,\Gamma_0\}, \tag{14}$$

$$h(\cdot) = h(t,z) + H_0(t,z)x_t + \sum_{k=1}^N H_k(t,z)x_{t-t_k^*}, \tag{15}$$

$$g(\cdot) = g(t_m,z) + G_0(t_m,z)x_{t_m} + \sum_{k=1}^N G_k(t_m,z)x_{t_m-t_k^*}. \tag{16}$$

Тогда для всех $l = \overline{1;L}$ *(см. (5))*

$$\begin{aligned} & p^t_{t-t^*_N, t+T_l}(x, \tilde{x}_N, \tilde{x}^l) = \\ & \quad = \mathcal{N}\{\tilde{x}_{N+l+1}; \tilde{\mu}_{N+l+1}(t-\tilde{t}^*_N, t, t+\widetilde{T}_l), \tilde{\Gamma}_{N+l+1}(t-\tilde{t}^*_N, t, t+\widetilde{T}_l)\} = \\ & \quad = \mathcal{N}\left\{\begin{bmatrix} x \\ \tilde{x}_N \\ \tilde{x}^l \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mu(t) \\ \tilde{\mu}_N(t-\tilde{t}^*_N, t) \\ \tilde{\mu}^l(t+\widetilde{T}_l, t) \end{bmatrix}, \right. \\ & \left. \begin{bmatrix} \Gamma(t) & \tilde{\Gamma}_{0N}(t-\tilde{t}^*_N, t) & \tilde{\Gamma}^l_{0,N+1}(t+\widetilde{T}_l, t) \\ \tilde{\Gamma}^\top_{0N}(\cdot) & \tilde{\Gamma}_N(t-\tilde{t}^*_N, t) & \tilde{\Gamma}^l_{N,N+1}(t-\tilde{t}^*_N, t+\widetilde{T}_l, t) \\ (\tilde{\Gamma}^l_{0,N+1}(\cdot))^\top & (\tilde{\Gamma}^l_{N,N+1}(\cdot))^\top & \tilde{\Gamma}^l(t+\widetilde{T}_l, t) \end{bmatrix}\right\}, \end{aligned} \tag{17}$$

где $t-\tilde{t}^*_N = (t-t^*_1, t-t^*_2, \ldots, t-t^*_N)$, $t+\widetilde{T}_l = (t+T_1, t+T_2, \ldots, t+T_l)$, $l = \overline{1;L}$,

$$\tilde{\Gamma}_{0N}(t-\tilde{t}^*_N, t) = [\Gamma_{01}(t-t^*_1, t) \vdots \Gamma_{02}(t-t^*_2, t) \vdots \cdots \vdots \Gamma_{0N}(t-t^*_N, t)],$$

$$\tilde{\Gamma}_N(t-\tilde{t}^*_N, t) = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(t-t^*_1, t) & \Gamma_{ki}(t-t^*_k, t-t^*_i, t) \\ \Gamma^\top_{ki}(t-t^*_k, t-t^*_i, t) & \Gamma_{ii}(t-t^*_i, t) \end{bmatrix},$$

$k = \overline{1;N-1}, \quad i = \overline{2;N}, \quad i > k;$

$$\begin{aligned} & \tilde{\Gamma}^l_{0,N+1}(t+\widetilde{T}_l, t) = \\ & \quad = [\Gamma^1_{0,N+1}(t+T_1, t) \vdots \Gamma^2_{0,N+1}(t+T_2, t) \vdots \cdots \vdots \Gamma^l_{0,N+1}(t+T_l, t)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{\Gamma}^l_{N,N+1}(t-\tilde{t}^*_N, t+\widetilde{T}_l, t) = \\ & \quad = \begin{bmatrix} \Gamma^1_{1,N+1}(t-t^*_1, t+T_1, t) & \Gamma^j_{1,N+1}(t-t^*_1, t+T_j, t) \\ \Gamma_{k,N+1}(t-t^*_k, t+T_1, t) & \Gamma^j_{k,N+1}(t-t^*_k, t+T_j, t) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$k = \overline{1;N}, \quad j = \overline{1;l},$

$$\tilde{\Gamma}^l(t+\widetilde{T}_l, t) = \begin{bmatrix} \Gamma^{11}(t+T_1, t) & \Gamma^{ij}(t+T_i, t+T_j, t) \\ (\Gamma^{ij}(t+T_i, t+T_j, t))^\top & \Gamma^{jj}(t+T_j, t) \end{bmatrix},$$

$i = \overline{1;l-1}, \quad j = \overline{2;l}, \quad j > i.$

Данное Утверждение соответствует Леммам 1.1 и 1.2 диссертации.

Точности $\varepsilon(t)$, $\varepsilon(\tau_k, t)$, $\varepsilon(t+T_l, t)$ для всех $k = \overline{1;N}$, $l = \overline{1;L}$ оценок фильтрации $\mu(t)$, интерполяции $\mu(\tau_k, t)$, экстраполяции $\mu(t+T_l, t)$ определяются формулами $\varepsilon(t) = \mathbf{M}\{\mathrm{tr}[\Gamma(t)]\}$, $\varepsilon(\tau_k, t) = \mathbf{M}\{\mathrm{tr}[\Gamma_{kk}(\tau_k, t)]\}$, $\varepsilon(t+T_l, t) = \mathbf{M}\{\mathrm{tr}[\Gamma^{ll}(t+T_l, t)]\}$. Если все коэффициенты в (14), (15),

(16) не зависят от z_t, z_{t_m} то тогда $\varepsilon(t) = \mathrm{tr}[\Gamma(t)]$, $\varepsilon(\tau_k, t) = \mathrm{tr}[\Gamma_{kk}(\tau_k, t)]$, $\varepsilon(t+T_l, t) = \mathrm{tr}[\Gamma^{ll}(t+T_l, t)]$, $\mathrm{tr}[\cdot]$ – след матрицы $[\cdot]$.

Для параметров распределения (5), удовлетворяющих свойству (17) при $l = L$, получена замкнутая система дифференциально-рекуррентных соотношений, определяющих оптимальный фильтр–интерполятор–экстраполятор (ФИЭ) в случае скользящей памяти. При этом дифференциальные уравнения получены на основе (7) по методу семиинвариантной функции, а рекуррентные соотношения – на основе (8). Из этих общих результатов, как частные случаи, следуют решения следующих задач: а) скользящей экстраполяции с фиксированной памятью; б) обратной экстраполяции со скользящей памятью; в) обратной экстраполяции с фиксированной памятью; г) совместной задачи фильтрации–интерполяции со скользящей и фиксированной памятью.

В п.1.5 проводится исследование эффективности дискретных наблюдений с памятью кратности $N = 2$ относительно наблюдений с памятью кратности $\widetilde{N} = 1$ на основе задачи обратной экстраполяции с фиксированной памятью. Пусть процессы x_t, z_t и $\eta(t_m)$ скалярные и определяются соотношениями

$$dx_t = -ax_t dt + \Phi_1 dw_t, \quad a > 0, \quad p_0(x) = \mathcal{N}\{x; \mu_0, \gamma_0\}. \tag{18}$$

$$dz_t = H_0 x_t dt + \Phi_2 dv_t,$$
$$\eta(t_m) = G_0 x_{t_m} + \sum_{k=1}^{N} G_k x_{\tau_k} + \Phi_3 \xi(t_m). \tag{19}$$

Тогда в случае редких дискретных наблюдений ($t \to \infty$, $t_m \ll t_{m+1}$) справедлив следующий результат.

Утверждение 1.4. *Пусть $t_1^* = t_m - \tau_1$, $t_2^* = t_m - \tau_2$. Тогда $\varepsilon_{21} = \gamma^{ll}(t_m, s_l)/\tilde{\gamma}^{ll}(t_m, s_l)$, где $\gamma^{ll}(t_m, s_l)$ и $\tilde{\gamma}^{ll}(t_m, s_l)$ – точности оценок экстраполяции в момент поступления $\eta(t_m)$ в случае дискретных наблюдений с памятью кратности $N = 2$ и кратности $\widetilde{N} = 1$, как функция t_2^*, обладает свойствами: если $(G_0, G_1, G_2) \in \boldsymbol{G} = \{(G_0, G_1, G_2) : |G_0 + G_1 + G_2| \leq |G_0 + G_1|\}$, то $\varepsilon_{21}(t_2^*) > 1$ при $t_1^* \downarrow 0$ для всех $t_2^* > t_1^*$; если $(G_0, G_1, G_2) \notin \boldsymbol{G}$, то $\varepsilon_{21}(t_2^*)$ при $t_2^* \to \infty$ монотонно возрастает* *от* $\varepsilon_{21}^{0} < 1$, *до* $\varepsilon_{21}^{\infty} > 1$ *с равенством единице в точке* $t_2^* = t_{2eff}^*$, *которую можно определить как эффективную глубину памяти и которая определяется формулой*

$$t_{2eff}^* = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{|G_2| \left(V + \text{æ}\gamma G_{01}^2\right)}{|G_{01}| \left(\mp V + [V^2 + \text{æ}\gamma G_2^2 (V + \text{æ}\gamma G_{01}^2)]^{1/2}\right)}, \tag{20}$$

где знак $\ll - \gg$, *если* $G_{01} \cdot G_2 = |G_{01}| \cdot |G_2|$, *и знак* $\ll + \gg$, *если* $G_{01} \cdot G_2 = -|G_{01}| \cdot |G_2|$, $\delta = H_0^2/R$, $\lambda = \sqrt{a^2 + \delta Q}$, $\text{æ} = 1 - (\delta/2\lambda)$, $\gamma = (\lambda + a)/2\lambda$.

Для ε_{21}^{0}, $\varepsilon_{21}^{\infty}$ найдены выражения и дается физическая интерпретация доказанных свойств с графическими иллюстрациями.

В п.2.6 приводятся выводы по главе 1.

Во второй главе диссертации осуществлен синтез и анализ свойств оптимального в среднеквадратическом смысле обобщенного несмещенного фильтра–интерполятора–экстраполятора (ОСКСНФИЭ) для процессов с непрерывным временем по непрерывно–дискретным наблюдениям с фиксированной памятью кратности N, когда в дискретных наблюдениях присутствуют аномальные помехи.

В п.2.1 приводятся модели процессов x_t, z_t и $\eta(t_m)$ и формулируется постановка задачи главы 2. Пусть

$$dx_t = F(t)x_t dt + \Phi_1(t)dw_t, \quad t \geq 0, \tag{21}$$

$$dz_t = [H_0(t)x_t + \sum_{k=1}^{N} H_k(t)x_{\tau_k}]dt + \Phi_2(t)dv_t,$$

$$\eta(t_m) = G_0(t_m)x_{t_m} + \sum_{k=1}^{N} G_k(t_m)x_{\tau_k} + \Phi_3(t_m)\xi(t_m) + Cf(t_m), \tag{22}$$

где $0 < \tau_N < \ldots < \tau_1 < t_m \leq t$, $f(t_m)$ – стандартный белый гауссовский r-мерный процесс с дискретным временем, причем, $\mathbf{M}\{f(t_m)\} = f_0(t_m)$, $\mathbf{M}\{[f(t_m) - f_0(t_m)][f(t_m) - f_0(t_m)]^\top\} = \Theta(t_m)\delta_{mk}$, который является аномальной помехой. Рассматривается общий случай, когда компоненты вектора аномальных помех $f(t_m)$ могут действовать не по всем компонентам вектора наблюдения $\eta(t_m)$, то есть $r \leq q$. Таким образом, булева матрица C размера $(q \times r)$ имеет следующий вид: пусть i_j – номера компонент вектора $\eta(t_m)$, по которым действуют компоненты вектора аномальных помех $f(t_m)$ $(1 \le i_j \le q; 1 \le j \le r)$; тогда в j–м столбце матрицы C на i_j–м месте стоит единица, а на остальных местах стоят нули. Предполагается: 2.1) x_0 имеет нормальное распределение с параметрами μ_0 и Γ_0; 2.2) x_0, w_t, v_t, $\xi(t_m)$, $f(t_m)$ – независимы в совокупности; 2.3) $f_0(t_m)$ – неизвестно. Остальные предположения те же, что и в Главе 1.

З а д а ч а: для последовательности моментов времени $s_1, \ s_2, \ldots, s_L$, таких, что $t < s_1 < \ldots < s_L$, по совокупности реализаций z_0^t и η_0^m найти ОСКС несмещенные оценки фильтрации $\mu(t)$, интерполяции $\mu(\tau_k, t)$ и экстраполяции $\mu(s_l, t)$ соответственно для значений процесса x_σ в моменты $\sigma = t, \ \ \sigma = \tau_k, \ \sigma = s_l$ для всех $k = \overline{1; N}$ и $l = \overline{1; L}$, причем $\tau_k = \text{const}$, $s_l = \text{const}$, то есть память является фиксированной, экстраполяция – обратной.

В п.2.2 осуществлен совместный ОСКСНФИЭ – получена замкнутая система дифференциально-рекуррентных соотношений и доказана нечувствительность ФИЭ к неточному знанию матрицы интенсивности аномальной помехи.

В п.2.3 исследуются свойства ФИЭ, полученного в п.2.2. 1) Оптимальность процедуры исключения аномальных наблюдений. Пусть вектор дискретных наблюдений $\bar{\eta}(t_m)$ размера $(q-r)$ получается из вектора $\eta(t_m)$ путем исключения компонент с номерами $i_1, i_2, \cdots, i_r$, по которым действуют аномальные помехи. Тогда оптимальный в среднеквадратическом смысле ФИЭ, в котором используется вектор наблюдений $\bar{\eta}(t_m)$, будем называть усеченным.

Теорема 2.3. *ОСКСНФИЭ и усеченный ФИЭ эквивалентны.*

2) Точность оценивания. Поскольку матрица C характеризует структуру воздействия компонент вектора аномальных помех $f(t_m)$ на компоненты вектора наблюдения $\eta(t_m)$, то различным матрицам C будут соответствовать различные точности фильтрации (среднеквадратические ошибки оценок). Пусть $I_{(r)}$ – булев вектор размера q, в котором компоненты с номерами $i_1, i_2, \cdots, i_r$ являются нулевыми, а остальные единичными. Под

точностью оценивания $J_{(r)}(t_m)$ в момент времени t_m, соответствующей вектору $I_{(r)}$, будем понимать величину

$$J_{(r)}(t_m) = \mathrm{tr}[A\widetilde{\Gamma}^{(r)}_{N+L+1}(\widetilde{\tau}_N, t_m, \widetilde{s}_L)], \qquad (23)$$

где A – произвольная симметричная неотрицательно определенная матрица, а $\widetilde{\Gamma}^{(r)}_{N+L+1}(\widetilde{\tau}_N, t, \widetilde{s}_L)$ – матрица вторых моментов ошибок оценок ОСКСНФИЭ, соответствующая вектору $I_{(r)}$.

Теорема 2.4. *Пусть $I_{(0)}$, $I_{(1)}$, $\cdots$, $I_{(q)}$ – вектора, последовательно отличающиеся друг от друга значением лишь одной компоненты. Если t_m – первый момент появления аномальной помехи, то имеет место свойство*

$$J_{(r+1)}(t_m) \geq J_{(r)}(t_m), \quad r = \overline{0; q-1}. \qquad (24)$$

Теорема 2.5. *Пусть*

$$\widetilde{\Gamma}^{(r_2)}_{N+L+1}(\widetilde{\tau}_N, t_m - 0, \widetilde{s}_L) \geq \widetilde{\Gamma}^{(r_1)}_{N+L+1}(\widetilde{\tau}_N, t_m - 0, \widetilde{s}_L), \quad r_2 = r_1 + 1. \qquad (25)$$

Тогда неравенство (24) *справедливо для произвольного момента времени* t_m.

В п.2.4 результаты п.2.2 и 2.3 обобщаются на случай резервирования дискретных каналов памяти. Пусть индекс $[i]$ – кратность резервирования в дискретном канале наблюдения. Тогда $q \cdot i$–мерный вектор дискретных наблюдений в соответствии с (22) принимает вид

$$\eta_{[i]}\left(t_m\right) = G^{[i]}_0\left(t_m\right) x_{t_m} + \sum_{k=1}^{N} G^{[i]}_k\left(t_m\right) x_{\tau_k} + \Phi_3\left(t_m\right) \xi_{[i]}\left(t_m\right) + C_{[i]} f\left(t_m\right), \qquad (26)$$

Аналогично (23) введем критерий качества, характеризующий точность оценивания при кратности резервирования $[i]$

$$J_{[i]}\left(t_m\right) = tr\Big[A\widetilde{\Gamma}^{[i]}_{N+L+1}\left(\widetilde{\tau}_N, t_m, \widetilde{s}_L\right)\Big], \qquad (27)$$

где $A \geq 0$, $\widetilde{\Gamma}^{[i]}_{N+L+1}\left(\widetilde{\tau}_N, t_m, \widetilde{s}_L\right)$ – матрица вторых моментов ошибки оценки ОСКСНФИЭ, соответствующая кратности резервирования $[i]$.

Теорема 2.6. *Пусть*

$$C^{\top}_{[i+1]} = \left[C^{\top}_{[i]} \vdots O^{\top}\right], \qquad (28)$$

где O – матрица размера $(q \times r)$, т.е. $(i+1)$-й резервный канал наблюдения является идеальным, каналом без аномальных помех. Если до момента времени t_m работает система без резервирования с заданной матрицей $C_{[i]} = C$, а начиная с момента t_m вступает в работу система с резервированием, то

$$J_{[i]}(t_m) \geq J_{[i+1]}(t_m). \tag{29}$$

Теорема 2.7. *Пусть система с резервированием работает с начального момента времени. Тогда, если*

$$\widetilde{\Gamma}^{[i]}_{N+L+1}(\tilde{\tau}_N, t_m - 0, \tilde{s}_L) \geq \widetilde{\Gamma}^{[i+1]}_{N+L+1}(\tilde{\tau}_N, t_m - 0, \tilde{s}_L), \tag{30}$$

то свойство (29) справедливо для произвольного момента времени t_m.

В п.2.5 анализируются свойства полученного ОСКСНФИЭ, в частности доказана эквивалентность решенной задачи раздельному решению задач синтеза фильтра, интерполятора и экстраполятора, и формулируются решения ряда частных задач.

В п.2.6 проводится исследование эффективности дискретного канала с памятью на основе задачи обратной экстраполяции с фиксированной памятью. Пусть процессы x_t, z_t определяются уравнениями вида (18), (19), дискретный канал наблюдения обладает памятью кратности $N = 1$ и формируется как совокупность двух скалярных каналов с коэффициентами передачи G_0 и G_1 соответственно для x_{t_m} и x_τ. Исследуются три ситуации: 1) аномальные помехи отсутствуют; 2) аномальная помеха интенсивности V действует по первой компоненте $\eta(t_m)$; 3) аномальные помехи интенсивности V действуют по обеим компонентам $\eta(t_m)$. Соответствующие этим случаям среднеквадратические ошибки оценок экстраполяции в момент t_m будем обозначать $\gamma^0_{22}(t_m, s)$, $\gamma^1_{22}(t_m, s)$, $\gamma^2_{22}(t_m, s)$. Как и в примере из п. 1.5 рассматривается случай редких дискретных наблюдений. Тогда

$$\gamma^2_{22}(t_m, s) > \gamma^1_{22}(t_m, s) > \gamma^0_{22}(t_m, s). \tag{31}$$

Согласно принятым обозначениям для задачи экстраполяции $\gamma^0_{22}(t_m, s) =$

$= J_{(0)}(t_m)$, $\gamma^1_{22}(t_m,s) = J_{(1)}(t_m)$, $\gamma^2_{22}(t_m,s) = J_{(2)}(t_m)$. Таким образом, неравенства (31) отражают свойство (24) для рассматриваемого примера относительно оценки экстраполяции, причем при конечных значениях параметров достигаются строгие неравенства, означающие, что увеличение числа аномальных каналов наблюдения только ухудшает качество экстраполяции. Канал наблюдения, формирующий $\eta_2(t_m)$ в ситуации 2, может быть интерпретирован, как резервный относительно $\eta_1(t_m)$ и являющийся при этом идеальным. Поскольку ситуации 3 эквивалентна ситуация скалярного наблюдения $\eta_1(t_m)$, то согласно принятым обозначениям для оценки экстраполяции $J_{[1]}(t_m) = \gamma^2_{22}(t_m,s)$, $J_{[2]}(t_m) = \gamma^1_{22}(t_m,s)$, $\Delta_{21} = J_{[1]}(t_m) - J_{[2]}(t_m)$. Так как $\Delta_{21} > 0$, то $J_{[1]}(t_m) > J_{[2]}(t_m)$, что отражает свойство (29) для рассматриваемого примера относительно оценки экстраполяции, причем при конечных значениях параметров получили строгое неравенство, означающее, что наличие идеального резервного канала лишь улучшает качество экстраполяции. Воспользовавшись последней интерпретацией Δ_{21}, вводится мера эффективности $\varepsilon_{21} = \Delta_{21} - \widetilde{\Delta}_{21}$ дискретных наблюдений с памятью относительно наблюдений без памяти в задаче экстраполяции, где $\widetilde{\Delta}_{21}$ – значение Δ_{21} при $G_1 = 0$. Тогда справедливо следующее свойство.

Утверждение 2.4 *Пусть* $\boldsymbol{G} = \left\{(G_0,G_1):\ G_1^2 + 2G_0G_1 \le 0\right\}$. *Тогда* ε_{21}, *как функция* t^*, *обладает свойством: если* $(G_0,G_1) \notin \boldsymbol{G}$, *то* $\varepsilon_{21}(t^*)$ *при* $t^* \to \infty$ *монотонно убывает от* $\varepsilon^0_{21} > 0$, *до* $\varepsilon^\infty_{21} < 0$ *с равенством нулю в точке* $t^* = t^*_{eff}$, *которую можно определить как эффективную глубину памяти и которая определяется формулой*

$$t^*_{eff} = \frac{1}{\lambda}\ln\left\{\frac{|G_1|\left(V + æ\gamma G_0^2\right)}{|G_0|\left(\left[V^2 + æ\gamma G_1^2\left(V + æ\gamma G_0^2\right)\right]^{1/2} \mp V\right)}\right\}, \tag{32}$$

где знак $\ll - \gg$, *если* $G_0 \cdot G_1 = |G_0| \cdot |G_1|$, *и знак* $\ll + \gg$, *если* $G_0 \cdot G_1 = -|G_0| \cdot |G_1|$, *а* δ, λ, $æ$, γ *те же, что в Утверждении 1.4.*

Для ε^0_{21}, ε^∞_{21} найдены выражения и дается физическая интерпретация доказанных свойств с графическими иллюстрациями.

В п.2.7 приводятся выводы по главе 2.

В третьей главе диссертации рассматривается задача распознавания произвольного числа гипотез для случая, когда ненаблюдаемый процесс является процессом с непрерывным временем, а наблюдаемый процесс представляет собой совокупность процессов с непрерывным и дискретным временем с памятью произвольной кратности, а также решается одна важная частная задача распознавания – задача обнаружения аномальных помех в дискретных каналах наблюдения с памятью.

В п.3.1 рассматривается задача распознавания в стохастических системах при непрерывно-дискретных наблюдениях с *фиксированной памятью*. Приводятся модели процессов x_t, z_t и $\eta(t_m)$ и формулируется постановка задачи. Пусть

$$dx_t = f(t, x_t, z, \theta)dt + \Phi_1(t, x_t, z, \theta)dw_t, \quad t \geq 0, \tag{33}$$

$$dz_t = h(t, x_t, \widetilde{x}_{\tau_N}, z, \theta)dt + \Phi_2(t, z)dv_t, \tag{34}$$

$$\eta(t_m) = g(t_m, x_{t_m}, \widetilde{x}_{\tau_N}, z, \theta) + \Phi_3(t_m, z, \theta)\xi(t_m) \ , m = 0, 1, \ldots, \tag{35}$$

где $0 \leq t_0 < \tau_N < \cdots < \tau_1 < t_m \leq t$, $\tau_k = \text{const}$, $k = \overline{1;N}$, а параметр θ является идентификатором типа гипотезы. Предполагается: 1)$\theta \in \Omega_\theta = \{\theta_0, \theta_1, \cdots, \theta_r\}$ с априорными вероятностями $p_0(\theta_j) = \mathcal{P}\{\theta = \theta_j\}$, $j = \overline{0;r}$; 2) x_0, w_t, v_t, $\xi(t_m)$, θ – независимы; 3) заданы начальные плотности $p_0(x_0|\theta_j) = \partial\mathcal{P}\{x_0 \leq x|\theta = \theta_j\}/\partial x$, $j = \overline{0;r}$. Остальные предположения те же, что в Главе 1.

З а д а ч а: по совокупности реализаций z_0^t и η_0^m найти отношения правдоподобия $\Lambda_t(\theta_j : \theta_\alpha)$ в задаче распознавания гипотез $\mathcal{H}_j\{\theta = \theta_j\}$ и $\mathcal{H}_\alpha\{\theta = \theta_\alpha\}$, $j = \overline{0;r}$, $\alpha = \overline{0;r}$.

Метод нахождения $\Lambda_t(\theta_j : \theta\alpha)$ основан на формуле $\Lambda_t(\theta_j : \theta_\alpha) = [p_0(\theta_\alpha)/p_0(\theta_j)]P_t(\theta_j : \theta_\alpha)$, где $P_t(\theta_j : \theta_\alpha) = p_t(\theta_j)/p_t(\theta_\alpha)$, $p_t(\theta_j) = \mathcal{P}\{\theta = \theta_j| \ z_0^t, \eta_0^m\}$, $j = \overline{0;r}$.

Теорема 3.1. *Апостериорные вероятности* $p_t(\theta_j)$ *гипотез* $\mathcal{H}_j\{\theta = \theta_j\}$

на интервалах $t_m \le t < t_{m+1}$ *определяются уравнениями*

$$d_t p_t(\theta_j) = p_t(\theta_j)[\overline{h(t,z|\theta j)} - \overline{h(t,z)}]^\top R^{-1}(t,z)[dz_t - \overline{h(t,z)}dt] \tag{36}$$

с начальными условиями

$$p_{t_m}(\theta_j) = [C(\eta(t_m),z|\theta_j)/C(\eta(t_m),z)]p_{t_m-0}(\theta_j), \tag{37}$$

которым эквивалентна формула

$$\begin{aligned} p_t(\theta_j) = p_{\tau_1-0}(\theta_j)\exp\Bigg\{ &\sum_{\tau_1 \le t_i \le t} \ln\left[\frac{C(\eta(t_i),z|\theta_j)}{C(\eta(t_i),z)}\right] + \\ &+ \int_{\tau_1}^{t} [\overline{h(s,z|\theta_j)} - \overline{h(s,z)}]^\top R^{-1}(s,z)\times \\ &\times [dz_s - \frac{1}{2}\overline{h(s,z|\theta_j)}ds - \frac{1}{2}\overline{h(s,z)}ds]\Bigg\}, \end{aligned} \tag{38}$$

где

$$\overline{h(t,z|\theta_j)} = \mathbf{M}\{h(t,x_t,\tilde{x}_\tau^N,z,\theta)|\theta=\theta_j, z_0^t, \eta_0^m\}, \tag{39}$$

$$\overline{h(t,z)} = \mathbf{M}\{h(t,x_t,\tilde{x}_\tau^N,z,\theta)|z_0^t,\eta_0^m\}, \tag{40}$$

$$C(\eta(t_m),z|\theta_j) = \mathbf{M}\{C(\eta(t_m),z,x_{t_m},\tilde{x}_\tau^N,\theta)|\theta=\theta_j, z_0^{t_m}, \eta_0^{m-1}\}, \tag{41}$$

$$C(\eta(t_m),z) = \mathbf{M}\{C(\eta(t_m),z,x_{t_m},\tilde{x}_\tau^N,\theta)|z_0^{t_m},\eta_0^{m-1}\}, \tag{42}$$

$$\begin{aligned} &C(\eta(t_m),z,x,\tilde{x}_N,\theta_j) = \\ &\quad = |V(t_m,z,\theta_j)|^{-1/2}\exp\Big\{-\frac{1}{2}[\eta(t_m) - g(t_m,x,\tilde{x}_N,z,\theta_j)]^\top \times \\ &\quad \times V^{-1}(t_m,z,\theta_j)[\eta(t_m) - g(t_m,x,\tilde{x}_N,z,\theta_j)]\Big\}, \end{aligned} \tag{43}$$

а $p_{t_m-0}(\theta_j) = \lim p_t(\theta_j)$ *при* $t \uparrow t_m$.

Теорема 3.2. *Отношение правдоподобия* $\Lambda_t(\theta_j : \theta_\alpha)$ *в задаче распознавания гипотез* $\mathcal{H}_j\{\theta = \theta_j\}$ *и* $\mathcal{H}_\alpha\{\theta = \theta_\alpha\}$, $j = \overline{0;r}$, $\alpha = \overline{0;r}$, *на интервалах* $t_m \le t < t_{m+1}$ *определяется уравнением*

$$\begin{aligned} &d_t\Lambda_t(\theta_j : \theta_\alpha) = \Lambda_t(\theta_j : \theta_\alpha)\times \\ &\quad \times[\overline{h(t,z|\theta j)} - \overline{h(t,z|\theta_\alpha)}]^\top R^{-1}(t,z)[dz_t - \overline{h(t,z|\theta_\alpha)}dt] \end{aligned} \tag{44}$$

с начальным условием

$$\Lambda_{t_m}(\theta_j : \theta_\alpha) = [C(\eta(t_m),z|\theta_j)/C(\eta(t_m),z|\theta_\alpha)]\Lambda_{t_m-0}(\theta_j : \theta_\alpha), \tag{45}$$

которым эквивалентна формула

$$\Lambda_t(\theta_j:\theta_\alpha)=\Lambda_{\tau_1-0}(\theta_j:\theta_\alpha)\exp\left\{\sum_{\tau_1\le t_i\le t}\ln\left[\frac{C(\eta(t_i),z|\theta_j)}{C(\eta(t_i),z|\theta_\alpha)}\right]+\right.$$
$$+\int_{\tau_1}^{t}[\overline{h(s,z|\theta_j)}-\overline{h(s,z|\theta_\alpha)}]^\top R^{-1}(s,z)\times$$
$$\left.\times[dz_s-\frac{1}{2}\overline{h(s,z|\theta_j)}ds-\frac{1}{2}\overline{h(s,z|\theta_\alpha)}ds]\right\},\tag{46}$$

где $\Lambda_{t_m-0}(\theta_j:\theta_\alpha)=\lim\Lambda_t(\theta_j:\theta_\alpha)$ *при* $t\uparrow t_m$.

Эффективное нахождение $p_t(\theta_j)$ и $\Lambda_t(\theta_j:\theta_\alpha)$, на основе теорем 3.1, 3.2 может быть осуществлено, когда выполняется условие гауссовости $p_t(x;\tilde{x}_N|\theta_j)=\partial^{N+1}\mathcal{P}\{x_t\le x,\tilde{x}_\tau^N\le\tilde{x}_N|\theta=\theta_j,z_0^t,\eta_0^m\}/\partial x\partial\tilde{x}_N$.

Утверждение 3.1. *Пусть (см. (33)–(35))*

$$f(\cdot)=f(t,z,\theta)+F(t,z,\theta)x_t,\quad \Phi_1(\cdot)=\Phi_1(t,z,\theta),$$
$$h(\cdot)=h(t,z,\theta)+H_0(t,z,\theta)x_t+\sum_{k=1}^{N}H_k(t,z,\theta)x_{\tau_k},$$
$$g(\cdot)=g(t_m,z,\theta)+G_0(t,z,\theta)x_{t_m}+\sum_{k=1}^{N}G_k(t_m,z,\theta)x_{\tau_k},\tag{47}$$
$$p_0(x|\theta_j)=\mathcal{N}\{x;\mu_0^j,\Gamma_0^j\},\quad j=\overline{0;r}.$$

Тогда справедливо свойство

$$p_t(x;\tilde{x}_N|\theta_j)=p_t(\tilde{x}_{N+1}|\theta_j)=$$
$$=\mathcal{N}\{\tilde{x}_{N+1};\tilde{\mu}_{N+1}(\tilde{\tau}_N,t|\theta_j),\tilde{\Gamma}_{N+1}(\tilde{\tau}_N,t|\theta_j)\},\quad j=\overline{0;r}.\tag{48}$$

Блочные составляющие параметров $\tilde{\mu}_{N+1}(\cdot)$ *и* $\tilde{\Gamma}_{N+1}(\cdot)$ *определяются при каждом* θ_j *замкнутой системой дифференциально-рекуррентных соотношений, согласно Главе 1, с коэффициентами, зависящими от* θ_j *в соответствии с (47).*

Теорема 3.3. *Апостериорные вероятности гипотез* $p_t(\theta_j)$ *и отношения правдоподобия* $\Lambda_t(\theta_j:\theta_\alpha)$ *определяется соотношениями Теорем 3.1, 3.2, где*

$$\overline{h(t,z|\theta_j)}=h(t,z,\theta_j)+H_0(t,z,\theta_j)\mu(t|\theta_j)+\sum_{k=1}^{N}H_k(t,z,\theta_j)\mu(\tau_k,t|\theta_j),\tag{49}$$
$$C(\eta(t_m),z|\theta_j)=|V(t_m,z,\theta_j)|^{-1/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}[\eta(t_m)-g(t_m,z,\theta_j)]^\top\ \times\right.$$

$$\times V^{-1}(t_m,z,\theta_j)[\eta(t_m)-g(t_m,z,\theta_j)]\Big\}\frac{\left|\widetilde{\Gamma}_{N+1}(\widetilde{\tau}_N,t_m|\theta_j)\right|^{1/2}}{\left|\widetilde{\Gamma}_{N+1}(\widetilde{\tau}_N,t_m-0|\theta_j)\right|^{1/2}}\times$$
$$\times\frac{\exp\left\{\frac{1}{2}\widetilde{\mu}^{\top}_{N+1}(\widetilde{\tau}_N,t_m|\theta_j)\widetilde{\Gamma}^{-1}_{N+1}(\widetilde{\tau}_N,t_m|\theta_j)\widetilde{\mu}_{N+1}(\widetilde{\tau}_N,t_m|\theta_j)\right\}}{\exp\left\{\frac{1}{2}\widetilde{\mu}^{\top}_{N+1}(\widetilde{\tau}_N,t_m-0|\theta_j)\widetilde{\Gamma}^{-1}_{N+1}(\widetilde{\tau}_N,t_m-0|\theta_j)\widetilde{\mu}_{N+1}(\widetilde{\tau}_N,t_m-0|\theta_j)\right\}}. \qquad (50)$$

В п.3.2 задача распознавания, рассмотренная в п.3.1, обобщается на случай скользящей памятью, когда в (34) и (35) $\tau_k = t - t_k^*$ и $\tau_k = t_m - t_k^*$, $k = \overline{1;N}$. Доказаны аналоги Теорем 3.1–3.3.

В п.3.3 решается задача оценивания. *Задача:* по совокупности реализаций z_0^t, η_0^m найти оптимальные в среднеквадратическом смысле оценки фильтрации, интерполяции и экстраполяции. Решение получается в форме адаптивных в смысле Лаиниотиса (D.G. Lainiotis) оценок.

В п.3.4 рассматривается случай, когда $f(\cdot)$, $h(\cdot)$, $g(\cdot)$ не зависят от z и решение ищется в моменты времени t_m приема дискретных наблюдений $\eta(t_m)$, т.е. только по значениям $\Lambda_{t_m}(\theta_j:\theta_\alpha)$. Получены выражения для $\Lambda_{t_m}(\theta_j:\theta_\alpha)$ и для дивергенций по Кульбаку (S. Kullback).

В п.3.5 исследуется задача обнаружения аномальных помех. Модели процессов предполагаются вида (21), (22), но при этом последнее слагаемое в правой части формулы для $\eta(t_m)$ имеет вид $\theta C f(t_m)$, где $\theta \in \Omega_\theta = \{\theta_0;\theta_1\} = \{0;1\}$ и не зависит от x_0, w_t, v_t, $\xi(t_m)$, причем $\mathcal{P}\{\theta=\theta_0\} = p_0$, $\mathcal{P}\{\theta=\theta_1\} = p_1$, $p_0 + p_1 = 1$. Остальные условия те же, что и в п. 2.1, кроме одного – $f_0(t_m)$ предполагается известным. Таким образом, задача обнаружения в моменты времени t_m аномальной помехи в дискретном канале наблюдения по совокупности наблюдений z_0^t и η_0^m является задачей различения гипотез $\mathcal{H}_0\{\theta=\theta_0\}$ и $\mathcal{H}_1\{\theta=\theta_1\}$. Получены соотношения, определяющие логарифм отношения правдоподобия $\widetilde{\Lambda}_{t_m}(\theta_1:\theta_0)$ и направленные дивергенции $I_{t_m}(1:0) = \mathbf{M}\{\widetilde{\Lambda}_{t_m}(\theta_1:\theta_0)|\mathcal{H}_1\}$, $I_{t_m}(0:1) = -\mathbf{M}\{\widetilde{\Lambda}_{t_m}(\theta_1:\theta_0)|\mathcal{H}_0\}$.

Как и качество оценивания (п. 2.3), качество обнаружения зависит от структуры матрицы C, определяющей структуру воздействия компонент аномальной помехи на компоненты вектора наблюдения. В качестве меры "расстояния" между гипотезами $\mathcal{H}_0$ и $\mathcal{H}_1$ берем дивергенцию по Кульбаку $J_{t_m}(1,0) = I_{t_m}(1:0) + I_{t_m}(0:1)$. Вектора $I_{(r)}$ те же, что и в п.2.3.

Теорема 3.11. *Пусть t_m – первый момент появления аномальной помехи. Тогда для векторов $I_{(0)}$, $I_{(1)}, \cdots, I_{(q)}$, последовательно отличающихся друг от друга значением лишь одной компоненты, имеет место свойство*

$$J^{(r+1)}_{t_m}(1,0) \geq J^{(r)}_{t_m}(1,0). \tag{51}$$

Как и в задаче оценивания рассматривается случай резервирования каналов наблюдения, когда $\eta_{[i]}(t_m)$ имеет вид (26).

Теорема 3.12. *Пусть (см. (28))*

$$C^{\top}_{[i+1]} = \left[C^{\top}_{[i]} \vdots O^{\top}\right], \tag{52}$$

и пусть идеальный резервный блок включается в работу в момент времени t_m. Тогда

$$J^{[i+1]}_{(t_m)}(1,0) \geq J^{[i]}_{(t_m)}(1,0). \tag{53}$$

В п.3.6 рассматривается эффективность наблюдений с памятью относительно наблюдений без памяти в задаче обнаружения на основе сравнения нижних границ для вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода, которые находятся из неравенств Кульбака. Проведенное исследование показало (аналогично п.1.5, п.2.6), что как и в задачах оценивания, в задаче обнаружения при определенных условиях существует интервал эффективной глубины памяти, на котором наблюдения с памятью эффективнее наблюдений без памяти в смысле обеспечения меньших вероятностей ошибок.

В п.3.7 приводятся выводы по главе 3.

В четвертой главе рассматривается нахождение шенноновских мер количества информации о значениях ненаблюдаемого процесса x_t, которое содержится в реализациях наблюдаемых процессов z_t, $\eta(t_m)$ с памятью произвольной кратности N.

В п.4.1 данная проблема рассматривается для совместной задачи фильтрации и интерполяции. Пусть

$$
\begin{aligned}
&dx_t = f(t, x_t)dt + \Phi_1(t)dw_t, \quad t \geq 0,\\
&dz_t = h(t, x_t, \tilde{x}_\tau^N, z)dt + \Phi_2(t, z)dv_t, \qquad (54)\\
&\eta(t_m) = g(t_m, x_{t_m}, \tilde{x}_\tau^N, z) + \Phi_3(t_m, z)\xi(t_m),\ m = 0, 1, \ldots,
\end{aligned}
$$

где $0 \leq t_0 < \tau_N < \cdots < \tau_1 < t_m \leq t$, $\tau_k = const$, $k = \overline{1; N}$, т.е. память фиксированная, и выполняются все предположения Главы 1.

З а д а ч а: найти соотношения, определяющие эволюцию во времени совместного количества информации $I_{\tau,t}^t\left[\tilde{x}_\tau^N, x_t; z_0^t, \eta_0^m\right]$ о текущих x_t и прошлых $\tilde{x}_\tau^N$ значениях ненаблюдаемого процесса, а также информационные количества $I_t[x_t; z_0^t, \eta_0^m]$ и $I_\tau^t[\tilde{x}_\tau^N; z_0^t, \eta_0^m]$ о текущих x_t и прошлых $\tilde{x}_\tau^N$ значениях ненаблюдаемого процесса, которые содержатся в совокупности реализаций z_0^t и η_0^m наблюдаемых процессов.

В Теоремах 4.1 и 4.2 получены представления $I_{\tau,t}^t[\cdot]$ через $I_t[\cdot]$ и $I_\tau^t[\cdot]$, на основе которых доказывается следующее утверждение.

Следствие 4.1. *Количество информации* $I_{\tau,t}^t\left[\tilde{x}_\tau^N, x_t; z_0^t, \eta_0^m\right]$ *на интервалах* $t_m \leq t < t_{m+1}$ *определяется уравнением*

$$
\begin{aligned}
dI_{\tau,t}^t[\tilde{x}_\tau^N, x_t; z_0^t, \eta_0^m]/dt &= (1/2)\mathrm{tr}\left[\mathbf{M}\left\{R^{-1}(t, z)\times\right.\right.\\
&\left.\left.\times[h(t, x_t, \tilde{x}_\tau^N, z) - \overline{h(t, z)}][h(t, x_t, \tilde{x}_\tau^N, z) - \overline{h(t, z)}]^\top\right\}\right] -\\
&-\frac{1}{2}\mathrm{tr}\left[Q(t)\mathbf{M}\left\{\frac{\partial \ln p_\tau^t(x_t; \tilde{x}_\tau^N)}{\partial x_t}\left(\frac{\partial \ln p_\tau^t(x_t; \tilde{x}_\tau^N)}{\partial x_t}\right)^\top -\right.\right.\\
&\left.\left.-\frac{\partial \ln p(t, x_t; \tilde{\tau}_N, \tilde{x}_\tau^N)}{\partial x_t}\left(\frac{\partial \ln p(t, x_t; \tilde{\tau}_N, \tilde{x}_\tau^N)}{\partial x_t}\right)^\top\right\}\right] \qquad (55)
\end{aligned}
$$

с начальным условием

$$
\begin{aligned}
I_{\tau,t_m}^{t_m}[\tilde{x}_\tau^N, x_{t_m}; z_0^{t_m}, \eta_0^m] &= I_{\tau,t_m}^{t_m-0}[\tilde{x}_\tau^N, x_{t_m}; z_0^{t_m}, \eta_0^{m-1}] +\\
&+ \triangle\, I_{\tau,t_m}^{t_m}[\tilde{x}_\tau^N, x_{t_m}; z_0^{t_m}, \eta(t_m)], \qquad (56)
\end{aligned}
$$

$$
\triangle I_{\tau,t_m}^{t_m}[\tilde{x}_\tau^N, x_{t_m}; z_0^{t_m}, \eta(t_m)] = \mathbf{M}\left\{\ln[C(x_{t_m}, \tilde{x}_\tau^N, \eta(t_m), z)/C(\eta(t_m), z)]\right\} \qquad (57)
$$

и $I_{\tau,t_m}^{t_m-0}[\cdot] = \lim I_{\tau,t}^t[\cdot]$ *при* $t \uparrow t_m$.

Результаты конкретизируются для условно–гауссовского случая (Теоремы 4.3, 4.4, Следствие 4.2), когда имеют место условия (14)–(16) (с заменой $t-t_k^*$ и $t_m-t_k^*$ на τ_k). Проведено исследование (аналогично п.1.5, п.2.6, п.3.6) информационной эффективности наблюдений с памятью в задачах фильтрации и интерполяции, которое показало, что существуют интервалы эффективной глубины памяти, на которых наблюдения с памятью эффективнее наблюдений без памяти.

В п.4.2 поставленная проблема рассматривается для совместной задачи фильтрации и обобщенной экстраполяции. З а д а ч а: для последовательности моментов времени $t < s_1 < \cdots < s_L$ найти соотношения, определяющие эволюцию во времени совместного количества информации $I_s^t[x_t, \tilde{x}_s^L; z_0^t, \eta_0^m]$ о текущих x_t и будущих $\tilde{x}_s^L$ значениях ненаблюдаемого процесса, которое содержится в совокупности реализаций z_0^t и η_0^m наблюдаемых процессов, причем $s_l = const$, $l = \overline{1;L}$, т.е. экстраполяция рассматривается как обратная.

Теорема 4.5. *Количество информации $I_s^t[x_t, \tilde{x}_s^L; z_0^t, \eta_0^m]$ на интервалах $t_m \le t < t_{m+1}$ определяется уравнением*

$$\begin{aligned} dI_s^t[x_t, \tilde{x}_s^L; z_0^t, \eta_0^m]/dt = (1/2)\mathrm{tr}\Big[\mathbf{M}\Big\{R^{-1}(t,z)\,\big[\overline{h(\tilde{\tau}_N, z|x_t, \tilde{x}_s^L)}-\\ -\overline{h(t,z)}\big]\,\big[\overline{h(\tilde{\tau}_N, z|x_t, \tilde{x}_s^L)}-\overline{h(t,z)}\big]^\top\Big\}\Big]-\\ -\frac{1}{2}tr\left[Q(t)\mathbf{M}\left\{\frac{\partial \ln p_s^t(x_t;\tilde{x}_s^L)}{\partial x_t}\left(\frac{\partial \ln p_s^t(x_t;\tilde{x}_s^L)}{\partial x_t}\right)^\top-\right.\right.\\ \left.\left.-\frac{\partial \ln p(t,x_t;\tilde{s}_L,\tilde{x}_s^L)}{\partial x_t}\left(\frac{\partial \ln p(t,x_t;\tilde{s}_L,\tilde{x}_s^L)}{\partial x_t}\right)^\top\right\}\right]+\\ +\mathrm{tr}\left[Q(t)\mathbf{M}\left\{\left[\frac{\partial \ln p_s^t(x_t;\tilde{x}_s^L)}{\partial x_t}-\frac{\partial \ln p_t(x_t)}{\partial x_t}\right]\left(\frac{\partial \ln p_t(x_t)}{\partial x_t}\right)^\top-\right.\right.\\ \left.\left.-\left[\frac{\partial \ln p(t,x_t;\tilde{s}_L,\tilde{x}_s^L)}{\partial x_t}-\frac{\partial \ln p(t,x_t)}{\partial x_t}\right]\left(\frac{\partial \ln p(t,x_t)}{\partial x_t}\right)^\top\right\}\right] \end{aligned} \quad (58)$$

с начальным условием

$$\begin{aligned} I_s^{t_m}[x_{t_m}, \tilde{x}_s^L; z_0^{t_m}, \eta_0^m] =\\ = I_s^{t_m-0}[x_{t_m}, \tilde{x}_s^L; z_0^{t_m}, \eta_0^{m-1}] + \Delta I_s^{t_m}[x_{t_m}, \tilde{x}_s^L; z_0^{t_m}, \eta(t_m)], \end{aligned} \quad (59)$$

$$p_t(x) = \partial\mathcal{P}\{x_t \le x | z_0^t, \eta_0^m\}/\partial x, \quad p(t,x) = \partial\mathcal{P}\{x_t \le x\}/\partial x, \tag{60}$$

$$\overline{h(\tilde{\tau}_N, z|x, \tilde{x}^L)} = \mathbf{M}\{h(t, x_t, \tilde{x}_\tau^N, z) | x_t = x, \tilde{x}_s^L = \tilde{x}^L, z_0^t, \eta_0^m\}, \tag{61}$$

$$\Delta I_s^{t_m}[x_{t_m}, \tilde{x}_s^L; z_0^{t_m}, \eta(t_m)] = \mathbf{M}\{\ln[C(\eta(t_m), z|x_{t_m}, \tilde{x}_s^L)/C(\eta(t_m), z)]\}, \tag{62}$$

$$C(\eta(t_m), z|x, \tilde{x}_s^L) = \\ = \mathbf{M}\{C(x_{t_m}, \tilde{x}_\tau^N, \eta(t_m), z) | x_{t_m} = x, \tilde{x}_s^L = \tilde{x}^L; z_0^{t_m}, \eta_0^{m-1}\}, \tag{63}$$

а $I_s^{t_m - 0}[x_{t_m}, \tilde{x}_s^L; z_0^{t_m}, \eta_0^{m-1}] = \lim I_s^t[\cdot]$ *при* $t \uparrow t_m$. Проведено исследование (аналогично п.1.5, п.2.6, п.3.6, п.4.1) информационной эффективности наблюдений с памятью, которое показало, что наличие памяти может как увеличивать, так и уменьшать количество информации в задаче экстраполяции с существованием эффективной глубины памяти.

В п.4.3 исследуется вопрос о структуре количества информации по Шеннону в совместной задаче фильтрации и экстраполяции. З а д а ч а: найти соотношения, определяющие эволюцию во времени количества информации $I_{t,s}^t[\cdot]$ через информационные количества $I_t[x_t; z_0^t, \eta_0^m]$ и $I_s^t[\tilde{x}_s^L; z_0^t, \eta_0^m]$ о текущих x_t и будущих $\tilde{x}_s^L$ значениях ненаблюдаемого процесса, соответственно. Решение данной задачи дается Теоремами 4.9, 4.10. Результаты Теорем 4.9, 4.10 конкретизируются для условно–гауссовского случая (Теоремы 4.11, 4.12). Заметим, что в условно–гауссовском случае все информационные количества выражаются через блоки матрицы $\widetilde{\Gamma}_{N+L+1}(t - \tilde{t}_N^*, t, t + \widetilde{T}_L)$ (см. (17) при $l = L$).

В п.4.4 приводятся выводы по главе 4.

<u>В пятой главе</u> диссертации рассматривается задача оптимальной непрерывно–дискретной передачи гауссовского марковского процесса диффузионного типа по каналам с памятью и с запаздыванием при наличии мгновенной бесшумной обратной связи.

В п.5.1 рассматриваются каналы с памятью. Пусть

$$dx_t = F(t)x_t dt + \Phi_1(t)dw_t, \quad p_0(x) = \mathcal{N}\{x; \mu_0, \gamma_0\}, \tag{64}$$

$$dz_t = h(t, x_t, x_\tau, z)dt + \Phi_2(t)dv_t,$$

$$\eta(t_m) = g(t_m, x_{t_m}, x_\tau, z) + \Phi_3(t_m)\xi(t_m), \quad 0 \le t_0 < \tau < t_m \le t. \tag{65}$$

С точки зрения классификации задач и процессов Глав 1 и 4 наблюдаемые процессы z_t и $\eta(t_m)$ обладают фиксированной памятью единичной кратности $(N=1, \tau_1=\tau)$ с наличием мгновенной бесшумной обратной связи по процессу z_t. З а д а ч а: в классе кодирующих функционалов $\mathcal{K}=\{\mathcal{H};\mathcal{G}\}=\{h(\cdot);g(\cdot)\}$, удовлетворяющих энергетическим ограничениям

$$\mathbf{M}\{h^2(t,x_t,x_\tau,z)\} \le \tilde{h}(t) \le \tilde{h}, \quad \mathbf{M}\{g^2(t_m,x_{t_m},x_\tau,z)\} \le \tilde{g}(t_m) \le \tilde{g}, \tag{66}$$

найти функционалы $h^0(\cdot)$ и $g^0(\cdot)$, обеспечивающие относительно задачи фильтрации минимальную ошибку декодирования $\Delta^0(t) = \inf\Delta(t)$, где $\Delta(t)=\mathbf{M}\{[x_t-\widehat{x}(t,z,\eta)]^2\}$ является ошибкой оценки фильтрации $\widehat{x}(t,z,\eta)$ процесса x_t, которая соответствует принятому сообщению $\{z_0^t;\eta_0^m\}$ при заданных $h(\cdot)$ и $g(\cdot)$.

Теорема 5.1. *На классе $\mathcal{K}_l=\{\mathcal{H}_l;\mathcal{G}_l\}$ линейных функционалов*

$$\mathcal{H}_l=\{h(\cdot):\ h(t,x_t,x_\tau,z)=h(t,z)+H_0(t,z)x_t+H_1(t,z)x_\tau\},$$
$$\mathcal{G}_l=\{g(\cdot):\ g(t_m,x_{t_m},x_\tau,z)=g(t_m,z)+G_0(t_m,z)x_{t_m}+G_1(t_m,z)x_\tau\}: \tag{67}$$

1^0) *оптимальные кодирующие функционалы $h^0(\cdot)$, $g^0(\cdot)$ имеют представления*

$$h^0(t,z^0)=-H_0^0(t,z^0)\mu^0(t),$$
$$H_0^0(t,z^0)=[\tilde{h}(t)/\Delta^0(t)]^{1/2}, \quad H_1^0(t,z^0)=0, \tag{68}$$
$$g^0(t_m,z^0)=-G_0^0(t_m,z^0)\mu^0(t_m-0),$$
$$G_0^0(t_m,z^0)=[\tilde{g}(t_m)/\Delta^0(t_m-0)]^{1/2}, G_1^0(t_m,z^0)=0; \tag{69}$$

2^0) *оптимальное сообщение $\{z_t^0;\eta^0(t_m)\}$ определяется соотношениями*

$$dz_t^0=[\tilde{h}(t)/\Delta^0(t)]^{1/2}[x_t-\mu^0(t)]dt+\Phi_2(t)dv_t, \tag{70}$$
$$\eta^0(t_m)=[\tilde{g}(t_m)/\Delta^0(t_m-0)]^{1/2}[x_{t_m}-\mu^0(t_m-0)]+\Phi_3(t_m)\xi(t_m); \tag{71}$$

3^0) *оптимальное декодирование $\mu^0(t)$ и минимальная ошибка декодирования $\Delta^0(t)$ на интервалах $t_m \le t < t_{m+1}$, определяются уравнениями*

$$d\mu^0(t)=F(t)\mu^0(t)dt+R^{-1}(t)[\tilde{h}(t)\Delta^0(t)]^{1/2}dz_t^0, \tag{72}$$

$$d\Delta^0(t)/dt = [2F(t) - R^{-1}(t)\tilde{h}(t)]\Delta^0(t) + Q(t) \tag{73}$$

с начальными условиями

$$\mu^0(t_m) = \mu^0(t_m - 0) + [\tilde{g}(t_m)\Delta^0(t_m - 0)]^{1/2}[V(t_m) + \tilde{g}(t_m)]^{-1}\eta^0(t_m), \tag{74}$$

$$\Delta^0(t_m) = V(t_m)[V(t_m) + \tilde{g}(t_m)]^{-1}\Delta^0(t_m - 0), \tag{75}$$

где $Q(t) = \Phi_1^2(t)$, $R(t) = \Phi_2^2(t)$, $V(t_m) = \Phi_3^2(t_m)$, $\mu^0(t_m - 0) = \lim \mu(t)$, $\Delta^0(t_m - 0) = \lim \Delta(t)$ *при* $t \uparrow t_m$.

Теорема 5.2. *Кодирующие функционалы, оптимальные в классе* $\mathcal{K}_l$ *линейных функционалов (67), являются оптимальными в общем классе* $\mathcal{K}$ *нелинейных функционалов.*

В п.5.2 рассматриваются каналы с запаздыванием. Пусть

$$dx_t = F(t)x_t dt + \Phi_1(t)dw_t, \quad p_0(x) = \mathcal{N}\{x; \mu_0, \gamma_0\}, \tag{76}$$

$$dz_t = h(t, x_\tau, z)dt + \Phi_2(t)dv_t, \quad \eta(t_m) = g(t_m, x_\tau, z) + \Phi_3(t_m)\xi(t_m), \tag{77}$$

т.е. в отличие от п. 5.1 в данном пункте рассматривается случай непрерывно–дискретной передачи с запаздыванием, когда в непрерывном и дискретном каналах передаются прошлые значения x_τ процесса x_t при наличии мгновенной бесшумной обратной связи по процессу z_t. З а д а ч а: в классе кодирующих функционалов $\mathcal{K}^1 = \{\mathcal{H}^1; \mathcal{G}^1\} = \{h(\cdot); g(\cdot)\}$, удовлетворяющих энергетическим ограничениям

$$\mathbf{M}\{h^2(t, x_\tau, z)\} \le \tilde{h}(t), \quad \mathbf{M}\{g^2(t_m, x_\tau, z)\} \le \tilde{g}(t_m), \tag{78}$$

найти функционалы $h^0(\cdot)$ и $g^0(\cdot)$, обеспечивающие относительно задачи фильтрации минимальную ошибку декодирования $\Delta^0(t) = \inf \Delta(t)$, где $\Delta(t) = \mathbf{M}\{[x_t - \widehat{x}(t, z, \eta)]^2\}$ является ошибкой оценки фильтрации $\widehat{x}(t, z, \eta)$ процесса x_t, которая соответствует принятому сообщению $\{z_0^t; \eta_0^m\}$ при заданных $h(\cdot)$ и $g(\cdot)$.

Теорема 5.4. *На классе* $\mathcal{K}_l^1 = \{\mathcal{H}_l^1; \mathcal{G}_l^1\}$ *линейных функционалов*

$$\mathcal{H}_l^1 = \{h(\cdot) : \quad h(t, x_\tau, z) = h(t, z) + H_1(t, z)x_\tau\},$$

$$\mathcal{G}_l^1 = \{g(\cdot) : \quad g(t_m, x_\tau, z) = g(t_m, z) + G_1(t_m, z)x_\tau\} : \tag{79}$$

1^0) *оптимальные кодирующие функционалы* $h^0(t,x_\tau,z^0)$, $g^0(t_m,x_\tau,z^0)$ *и оптимальное сообщение* $\{z_t^0;\eta^0(t_m)\}$ *имеют представления*

$$h^0(t,z^0) = -H_1^0(t,z^0)\mu^0(\tau,t), \quad H_1^0(t,z^0) = [\tilde{h}(t)/\Delta_{11}^0(\tau,t)]^{1/2}, \tag{80}$$

$$g^0(t_m,z^0) = -G_1^0(t_m,z^0)\mu^0(\tau,t_m-0),$$
$$G_1^0(t_m,z^0) = [\tilde{g}(t_m)/\Delta_{11}^0(\tau,t_m-0)]^{1/2}, \tag{81}$$

$$dz_t^0 = [\tilde{h}(t)/\Delta_{11}^0(\tau,t)]^{1/2}[x_\tau - \mu^0(\tau,t)]dt + \Phi_2(t)dv_t, \tag{82}$$

$$\eta^0(t_m) = [\tilde{g}(t_m)/\Delta_{11}^0(\tau,t_m-0)]^{1/2}[x_\tau - \mu^0(\tau,t_m-0)] + \Phi_3(t_m)\xi(t_m); \tag{83}$$

2^0) *оптимальное декодирование* $\mu^0(t)$ *и минимальная ошибка декодирования* $\Delta^0(t)$ *на интервалах* $t_m \le t < t_{m+1}$, *определяются уравнениями*

$$d\mu^0(t) = F(t)\mu^0(t)dt + R^{-1}(t)[\tilde{h}(t)/\Delta_{11}^0(\tau,t)]^{1/2}\Delta_{01}^0(\tau,t)dz_t^0, \tag{84}$$

$$d\Delta^0(t)/dt = (2F(t) - R^{-1}(t)\tilde{h}(t)\times$$
$$\times[(\Delta_{01}^0(\tau,t))^2/\Delta^0(t)\Delta_{11}^0(\tau,t)])\Delta^0(t) + Q(t) \tag{85}$$

с начальными условиями

$$\mu^0(t_m) = \mu^0(t_m-0) + \Delta_{01}^0(\tau,t_m-0)[\tilde{g}(t_m)/\Delta_{11}^0(\tau,t_m-0)]^{1/2}\times$$
$$\times[V(t_m)+\tilde{g}(t_m)]^{-1}\eta^0(t_m), \tag{86}$$

$$\Delta^0(t_m) = \Delta^0(t_m-0)\frac{V(t_m)}{[V(t_m)+\tilde{g}(t_m)]}\times$$
$$\times\left[1 + \frac{\tilde{g}(t_m)}{V(t_m)}\left(1 - \frac{(\Delta_{01}^0(\tau,t_m-0))^2}{\Delta^0(t_m-0)\Delta_{11}^0(\tau,t_m-0)}\right)\right], \tag{87}$$

где $Q(t) = \Phi_1^2(t)$, $R(t) = \Phi_2^2(t)$, $V(t_m) = \Phi_3^2(t_m)$;

3^0) $\mu^0(\tau,t) = \mathbf{M}\{x_\tau|(z^0)_0^t,(\eta^0)_0^m\}$, $\Delta_{11}^0(\tau,t) = \mathbf{M}\{[x_\tau - \mu^0(\tau,t)]^2\})$, $\Delta_{01}^0(\tau,t) = \mathbf{M}\{[x_t - \mu^0(t)][x_\tau - \mu^0(\tau,t)]\})$ *на интервалах* $t_m \le t < t_{m+1}$ *определяются уравнениями*

$$d\mu^0(\tau,t) = R^{-1}(t)[\tilde{h}(t)\Delta_{11}^0(\tau,t)]^{1/2}dz_t^0, \tag{88}$$

$$d\Delta_{11}^0(\tau,t)/dt = -R^{-1}(t)\tilde{h}(t)\Delta_{11}^0(\tau,t), \tag{89}$$

$$d\Delta_{01}^0(\tau,t)/dt = [F(t) - R^{-1}(t)\tilde{h}(t)]\Delta_{01}^0(\tau,t) \tag{90}$$

с начальными условиями

$$\mu^0(\tau,t_m) = \mu^0(\tau,t_m-0) + [\tilde{g}(t_m)\Delta_{11}^0(\tau,t_m-0)]^{1/2}\times$$

$$\times[V(t_m)+\tilde{g}(t_m)]^{-1}\eta^0(t_m), \tag{91}$$

$$\Delta_{11}^0(\tau,t_m)=V(t_m)[V(t_m)+\tilde{g}(t_m)]^{-1}\Delta_{11}^0(\tau,t_m-0), \tag{92}$$

$$\Delta_{01}^0(\tau,t_m)=V(t_m)[V(t_m)+\tilde{g}(t_m)]^{-1}\Delta_{01}^0(\tau,t_m-0). \tag{93}$$

Доказываются Теоремы 5.3, 5.5, что при оптимальных способах передачи (68), (69) и (80), (81) передается максимальное количество информации, а энергетические возможности каналов используются полностью.

В п.5.3 рассматриваются смешанные ситуации.

В п.5.4 проведено исследование эффективности дискретного канала с памятью относительно дискретного канала с запаздыванием, когда непрерывный канал является каналом передачи с памятью, а также исследование эффективности непрерывного канала с памятью относительно непрерывного канала с запаздыванием, когда дискретный канал является каналом передачи с памятью.

В п.5.5 приводятся выводы по главе 5.

В заключении формулируются основные результаты исследования, области применения результатов исследования.

В приложения 1 вынесены формальные, но достаточно громоздкие преобразования, связанные с выводом некоторых формул и уравнений. В приложение 2 вынесены решения дифференциальных уравнений, возникающих при исследовании эффективности наблюдений с памятью относительно наблюдений без памяти в задачах фильтрации, интерполяции и экстраполяции. В приложении 3 приведены некоторые результаты, применение которых в диссертации является существенным.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Основные научные положения, выносимые на защиту, сводятся к следующему. Для случая совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью произвольной кратности:

1. Получено основное уравнение нелинейной обобщенной скользящей экстраполяции со скользящей памятью (ОУНОСЭСП), определяющее

совместную апостериорную плотность $p^t_{t-t^*_N,t+T_L}(x;\tilde{x}_N;\tilde{x}^L)$ значений ненаблюдаемого процесса x_t в момент окончания наблюдений t, в моменты времени $t - t^*_k$, $k = \overline{1;N}$, характеризующие память, и в будущие моменты времени $t + T_l$, $l = \overline{1;L}$, являющиеся моментами экстраполяции (прогноза, предсказания) процесса x_t. Сформулированы частные результаты, следующие из ОУНОСЭСП как следствия.

2. В условиях апостериорной гауссовости на основе ОУНОСЭСП с использованием метода семиинвариантной функции осуществлен синтез фильтра–интерполятора–экстраполятора, определяющего оптимальные в среднеквадратическом смысле оценки фильтрации $\mu(t)$, интерполяции $\mu(t-t^*_k,t)$, $k=\overline{1;N}$, экстраполяции $\mu(t+T_l,t)$, $l=\overline{1;L}$. Сформулированы частные результаты, следующие из этого общего результата.

3. Осуществлен совместный синтез оптимального в среднеквадратическом смысле несмещенного фильтра–интерполятора–экстраполятора, когда в дискретных наблюдениях присутствуют аномальные помехи, и исследованы его свойства.

4. Получено решение проблемы нахождения апостериорных вероятностей гипотез и отношений правдоподобия в задаче распознавания гипотез.

5. Решена задача обнаружения аномальных помех с заданной структурой воздействия ее компонент на компоненты вектора наблюдения и исследованы потенциальные свойства алгоритма относительно нижних границ вероятностей ложного обнаружения и пропуска аномальной помехи.

6. Получено уравнение для совместного количества информации о текущем и прошлых значениях ненаблюдаемого процесса в общем и условно–гауссовском случаях, т.е. с информационной точки зрения рассмотрена совместная задача непрерывно–дискретной фильтрации и интерполяции, и исследована структура этого количества информации.

7. Получено уравнение для совместного количества информации о текущем и будущих значениях ненаблюдаемого процесса в общем

и условно–гауссовском случаях, т.е. с информационной точки зрения рассматривается совместная задача непрерывно–дискретной фильтрации и обобщенной экстраполяции, и исследована структура этого количества информации.

8. Найдены оптимальные способы кодирования и декодирования при непрерывно–дискретной передаче диффузионного гауссовского марковского сигнала по каналам с памятью и с запаздыванием при наличии бесшумной обратной связи.

9. С использованием общих результатов решены задачи исследования эффективности наблюдений с памятью относительно наблюдений без памяти и с запаздыванием в задачах фильтрации, интерполяции, экстраполяции, обнаружения аномальных помех, информационной эффективности и оптимальной передачи.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Демин Н.С., Рожкова С.В., Сушко Т.В., Яковлева А.В. Оптимальное в среднеквадратическом смысле оценивание диффузионных марковских процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений // Международная конференция "Всесибирские чтения по математике и механике". Избранные доклады. – Томск: Том. ун-т., 1997. – С. 109 – 114.

2. Демин Н.С., Рожкова С.В. Непрерывно–дискретная фильтрация с памятью при наличии аномальных помех в дискретных наблюдениях // Международная конференция "Научные основы высоких технологий". Труды. – Новосибирск: НГТУ, 1997. – С. 103 – 105.

3. Демин Н.С., Рожкова С.В. Обобщенное непрерывно–дискретное оценивание при наличии аномальных помех // III Сибирский Конгресса по прикладной и индустриальной математике. Тезисы докладов. – Новосибирск: Институт математики, 1998. – Ч.3 – С. 58.

4. Dyomin N.S., Rozhkova S.V. Generalized adaptive extrapolation of stochastic processes on the continuous and discrete time observations with the fixed memory // The second Russian–Korean International Symposium of Sci-

ence and Technology. Abstract. – Tomsk: TPU, 1998. – С. 196.

5. Демин Н.С., Рожкова С.В. Обнаружение аномальных помех в случае непрерывно–дискретных каналов наблюдения с памятью при резервировании дискретных каналов // Международная конференция "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Труды. – Новосибирск: НГТУ, 1998. – Т.13 – С. 3–5.

6. Демин Н.С., Рожкова С.В. Обобщенная скользящая экстраполяция в стохастических системах в случае совокупности непрерывных и дискретных каналов наблюдения с фиксированной памятью // Международная конференция "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Труды. – Новосибирск: НГТУ, 1998. – Т.13 – С. 33–37.

7. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Распознавание стохастических процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с фиксированной памятью // Математическое моделирование и теория вероятностей. Томск: Пеленг, 1998. – С. 157-162.

8. Dyomin N.S, Rozhkova S.V., Alikberova I.I. Detection of anomalous interferences in the case of continuous–discrete time channels of observation with memory with reservation of discrete channels // The fourth International conference on actual problems of electronic instrument engineering. Proceedings. – Novosibirsk: NSTU, 1998. – V.1 – P. 340–342.

9. Dyomin N.S, Rozhkova S.V. Generalized moving extrapolation of stochastic systems in the case of continuous and discrete time channels observations with the fixed memory // The fourth International conference on actual problems of electronic instrument engineering. Proceedings. – Novosibirsk: NSTU, 1998. – V.1 – P. 353–357.

10. Dyomin N.S, Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. The closed form of solution of problem generalized moving extrapolation on the set of continuous and discrete observations with the fixed memory // The third Russian–Korean International Symposium of Science and Technology. Abstract. – Novosibirsk: NSTU, 1999. – V.1 – P. 246.

11. Dyomin N.S, Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Filtering in stochastic systems in the case of continuous–discrete time channels of observations with memory in the presence of anomalous interferences in the discrete channels with reservation // The third Russian–Korean International Symposium of Science and Technology. Proceedings. – Novosibirsk: NSTU, 1999. V.1 – P. 261 – 264.

12. Демин Н.С., Рожкова С.В. Фильтрация стохастических сигналов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью при наличии аномальных помех // Автометрия. – 1999. – № 3. – С. 23 – 35.

13. Демин Н.С., Рожкова С.В. Непрерывно–дискретная фильтрация стохастических процессов в случае наблюдений с памятью при наличии аномальных помех // Автоматика и вычислительная техника. – 1999. – № 1. – С. 13 – 25.

14. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Обобщенная скользящая экстраполяция стохастических процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с фиксированной памятью // Автоматика и вычислительная техника. – 1999. – № 4. – С. 23 – 34.

15. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Анализ задачи непрерывно–дискретной фильтрации стохастических процессов в случае наблюдений с памятью при наличии аномальных помех. // Автоматика и вычислительная техника. – 2000. – № 2. – С. 26 – 37.

16. Рожкова С.В., Рожкова О.В. Фильтрация стохастических процессов с непрерывным временем по непрерывным наблюдениям с памятью при наличии аномальных помех // IV Сибирский Конгресс по прикладной и индустриальной математике. Тезисы докладов. – Новосибирск: Институт математики, 2000. – Ч.4 – С. 44.

17. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Обобщенная скользящая экстраполяция в стохастических системах в случае совокупности непрерывных и дискретных каналов наблюдения со скользящей памятью // Международная конференция "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Труды. – Новосибирск: НГТУ, 2000. – Т.7 – С. 22 – 25.

18. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Совместный синтез фильтра–интерполятора–экстраполятора в обобщенной задаче непрерывно–дискретной экстраполяции с памятью при наличии аномальных помех // Международная конференция "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Труды. – Новосибирск: НГТУ, 2000. – Т.7 – С. 26 – 30.

19. Демин Н.С., Рожкова С.В. Непрерывно–дискретное оценивание стохастических процессов в случае наблюдений с памятью при наличии аномальных помех. Синтез // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2000. – № 3. – С. 5 – 16.

20. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Обобщенная скользящая экстраполяция стохастических процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2000. – № 4. – С. 39 – 51.

21. Dyomin N.S, Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Simultaneous problem of filtering and interpolation of stochactic process to the set continuus–discrete time memory observations in the presence of anomalous noises // The fifth Russian-Korean International Symposium of Science and Technology. Proceedings. – Tomsk: TPU, 2001. – V.2 – P. 223 – 226.

22. Dyomin N.S, Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Generalized adaptive sliding exstrapolation on the set of continuous and discrete time observations with the fixed memory // The fifth Russian-Korean International Symposium of Science and Technology. Proceedings. – Tomsk: TPU, 2001. – V.2 – P. 232 – 234.

23. Dyomin N.S, Rozhkova S.V., Safronova I.E. Information analysis of joint filtering and generalized extrapolation problem of stochastic processes by continuous-discrete time memory observations // The fifth Russian-Korean International Symposium of Science and Technology. Proceedings. – Tomsk: TPU, 2001. – V.2 – P. 229 – 231.

24. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Непрерывно–дискретная фильтрация стохастических процессов в случае резервирования

каналов наблюдения при наличии аномальных помех // Автоматика и вычислительная техника. – 2001. – № 5. – С. 56 – 67.

25. Dyomin N.S, Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Likelihood ratio determination for stochastic processes recognition problem with respect to the set of continuous and discrete memory observations // Informatica. – 2001. – V.12, N.2. – P. 263 – 284.

26. Dyomin N.S, Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Generalized adaptive sliding exstrapolation on the set of continuous and discrete time observations with the sliding memory // The sixth Russian–Korean International Symposium of Science and Technology. Proceedings. – Novosibirsk: NSTU, 2002. – P. 128 – 132.

27. Dyomin N.S, Rozhkova S.V., Safronova I.E. The information analysis of generalized problem of continuous–discrete filtering–interpolation–extrapolation // The sixth Russian–Korean International Symposium of Science and Technology. Materials. – Novosibirsk: NSTU, 2002. – P. 58.

28. Рожкова С.В., Сафронова И.Е. Оптимальная передача стохастических процессов по каналам с памятью при наличии бесшумной обратной связи // Вестник Томского гос. ун-та. – 2002. – Приложение, №1(I). – С. 117 – 122.

29. Рожкова С.В., Сафронова И.Е. О структуре количества информации в совместной задаче фильтрации, интерполяции и экстраполяции по непрерывно–дискретным наблюдениям с памятью // Вестник Томского гос. ун-та. – 2002. – Приложение, №1(I) – С. 123 – 128.

30. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Анализ задачи непрерывно-дискретного оценивания стохастических процессов в случае наблюдений с памятью при наличии аномальных помех // Известия ТПУ. – 2003. – Т.306, № 2. – С. 6 – 11.

31. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Непрерывно–дискретное оценивание стохастических процессов в случае резервирования каналов наблюдения с памятью при наличии аномальных помех // Известия ТПУ.

– 2003. – Т.306, № 3. – С. 15 – 19.

32. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Обнаружение аномальных помех в случае непрерывно–дискретных каналов наблюдения с памятью // Автоматика и вычислительная техника. – 2003. - № 5. – С. 70 – 82.

33. Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Safronova I.E. Optimal transmission of the stochastic process over the memory channels at presence of a clear lag in discrete observations // Вестник Томского гос. ун-та. – 2003. – Приложение, №6. – С. 259 – 264.

34. Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Safronova I.E. The information analysis in joint problem of continuous–discrete filtering and generalized extrapolation // 13-th IFAC Symposium on System Identification. Preprints. – Rotterdam, The Netherlands, 2003. – P. 1048 – 1053.

35. Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Safronova I.E. Information amount determination for joint problem of filtering and generalized extrapolation of stochastic processes with respect to the set of continuous and discrete memory observations // Informatica. – 2003. – V.14, N.3. – P. 295 – 322.

36. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Фильтрация в динамических системах по непрерывно–дискретным наблюдениям с памятью при наличии аномальных помех. I. Непрерывные наблюдения // Вестник Томского гос. ун-та. – 2003. – № 280. – С. 175 – 179.

37. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Фильтрация в динамических системах по непрерывно–дискретным наблюдениям с памятью при наличии аномальных помех. II. Непрерывно–дискретные наблюдения // Вестник Томского гос. ун-та. – 2003. – № 280. – С. 180 – 184.

38. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Оценивание и распознавание в стохастических системах при непрерывно–дискретных наблюдениях со скользящей памятью // Международный симпозиум по непараметрическим и робастным статистическим методам кибернетики.Труды. – Томск: ТГУ, 2004. – С. 173 –177.

39. Демин Н.С., Рожкова С.В. О структуре количества информации в совместной задаче фильтрации и интерполяции по наблюдениям с памятью. Общий случай // Известия ТПУ. – 2004. – Т.307, № 3. – С. 13 – 17.

40. Демин Н.С., Рожкова С.В. О структуре количества информации в совместной задаче фильтрации и интерполяции по наблюдениям с памятью. Условно-гауссовский случай // Известия ТПУ. – 2004. – Т.307, № 4. – С. 6 – 10.

41. Dyomin N.S., Rozhkova S.V. Nonlinear filtering, interpolation and extrapolation in stochastic systems under continuous and discrete observations with memory // 16-th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. Preprints. – St. Petersburg, Russia, 2004. – V.2. – P. 250 – 255.

42. Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Safronova I.E. Information analysis in joint problem of continuous–discrete filtering and interpolation with memory observation // 16-th Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems. Proceedings. – Leuven, Belgium, 2004. – 7P.

43. Демин Н.С., Рожкова С.В., Сафронова И.Е. Оптимальная передача гауссовского процесса по непрерывно–дискретным каналам с памятью и запаздыванием // Вестник Томского гос. ун-та. – 2004. – Приложение, №9(II). – С. 156 – 161.

44. Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Safronova I.E. About structure of Shannon information amount for joint filtering and extrapolation problem by continuous–discrete memory observations // Informatica. – 2004. – V.15, N.2. – P. 171 – 202.

45. Rozhkova S.V. Estimation, recognition and information transmission in stochastic systems under continuous and discrete observations with memory // The eighth Russian–Korean International Symposium of Science and Technology. Proceedings. – Tomsk: TPU, 2004. – V.2. – P. 168 – 172.