Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра системного анализа и математического моделирования

ДОПУСТИТЬ К ПРЕДСТАВЛЕНИЮ ГЭК
Руководитель ООП
д-р физ.-мат. наук, профессор
____________ С. П.Моисеева
«_10_» _июня_ 2019 г.

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД

об основных результатах подготовленной научно – квалификационной работы (диссертации)

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДАМИ УСЕЧЕННОГО ОЦЕНИВАНИЯ

по основной образовательной программе подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре
направление подготовки 09.06.01 – Информатика и вычислительная техника

Догадова Татьяна Валерьевна

Научный руководитель
д-р физ.-мат. наук, профессор
____________ В.А.Васильев
«_10_» _июня_ 2019г.

Автор работы
аспирант
____________ Т. В. Догадова

Томск-2019

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Важной задачей современной прикладной математики является развитие алгоритмов статистической обработки временных рядов, включая алгоритмы идентификации и прогнозирования с гарантированным качеством для стохастических динамических систем с дискретным и непрерывным временем. Подобные системы широко применяются для описания элементов баз данных, для поиска и обработки информации, а также для построения математических моделей объектов случайной природы - в таких отраслях науки, как экономика, физика, финансовая математика, социология, биология, медицина и др.

Для решения задач идентификации динамических систем существует ряд классических асимптотических методов. В то же время для практического применения результатов статистической обработки актуальными являются методы, позволяющие делать статистические выводы по выборкам фиксированного объема. Одними из таких методов являются метод усеченного последовательного оценивания, предложенный В.В.Коневым и С.М.Пергаменщиковым, а также метод усеченного оценивания параметров и функционалов типа отношений В.А.Васильева, позволяющий получить оценки с гарантированным качеством при фиксированном объеме наблюдений. Оценки такого типа очень востребованны при решении различных статистических задач, где необходима адаптация к отсутствию априорной информации о значениях параметров исследуемых процессов – например, в задачах прогнозирования.

Актуальность построения и исследования свойств адаптивных прогнозов динамических систем в реальном времени объясняется необходимостью развития теории адаптивного оптимального прогнозирования и применения ее при построении математических моделей стохастических динамических систем с дискретным и непрерывным временем, а также решения других статистических задач при неполной априорной информации. Задача адаптивного оптимального прогнозирования также важна в различных практических задачах.

В многочисленных работах по проблеме адаптивного прогнозирования в основном изучались асимптотические свойства прогнозов, полученных с помощью классических асимптотических методов и метода последовательного анализа оценивания неизвестных параметров системы. Использование усеченных оценок в адаптивных процедурах, в том числе в процедурах адаптивного прогнозирования, позволяет исследовать качество прогнозов при применении практически значимых критериев для динамических систем с дискретным и непрерывным временем. При этом получаемые процедуры отличаются достаточной простотой реализации на практике.

Цель работы состоит в построении процедур оценивания параметров с гарантированным качеством для процессов с дискретным и непрерывным временем, а также адаптивного асимптотически оптимального прогнозирования процессов авторегрессионного типа с непрерывным временем и неизвестными параметрами. Работоспособность полученных алгоритмов и их свойств подтверждается результатами проведенного имитационного моделирования.

Для достижения поставленных целей сформулированы и решены следующие задачи:

- построение усеченных последовательных оценок неизвестных параметров процесса регрессии общего вида, а также процессов AR(1), AR(2), ARARCH(1,1), ARARCH(2,2), ARARCH(2,q), ARARCH(1,1) с дрейфующим параметром и исследование их статистических свойств; численное моделирование процедур оценивания с целью проверки статистических свойств, полученных в ходе решения этих задач

- разработка процедур адаптивного оптимального прогнозирования процессов с непрерывным временем на основе использования усеченных оценок неизвестных параметров для классического процесса Орнштейна-Уленбека и процесса Орнштейна-Уленбека с негауссовским шумом; многомерных процессов диффузионного типа; уравнений с запаздыванием по времени; а также оптимизация процедур прогнозирования в смысле заданной функции потерь, предложенной Г. Черновым; численное моделирование процедур прогнозирования с целью подтверждения их работоспособности.

Методика исследования. Результаты получены с использованием методов теории вероятностей, теории случайных процессов, анализа временных рядов, линейной алгебры, математического анализа, обработки информации и имитационного моделирования.

Научная новизна. Положения, выносимые на защиту. Метод усеченного последовательного оценивания был применен для оценивания параметров нелинейных и многомерных моделей авторегрессионного типа с дискретным временем, изучены неасимптотические и асимптотические свойства построенных оценок. Впервые при решении задачи прогнозирования в моделях стохастических динамических систем с непрерывным временем использовались оценки матричных параметров моделей по методу усеченного оценивания, имеющие гарантированную точность на выборках фиксированного объема и обладающие свойством сильной состоятельности. Это позволило применить их при решении задач построения и аналитического исследования прогнозов для многомерных устойчивых диффузионных процессов, а также процессов с шумами типа Леви и удовлетворяющих дифференциальным уравнениям с запаздыванием по времени.

Основные результаты диссертационного исследования обладают научной новизной. Эти результаты можно сформулировать в виде следующих положений, выносимых на защиту:

I. Метод усеченного последовательного оценивания применен для процессов AR(1), ARARCH(1,1), ARARCH(2,2), ARARCH(2,q), ARARCH(1,1) с дрейфующим параметром и двумерного процесса AR(2) специального вида; исследованы статистические свойства оценок.

II. Предложены процедуры адаптивного прогнозирования, оптимальные в смысле заданной функции потерь, для перечисленных ниже устойчивых процессов

- Процесса Орнштейна-Уленбека
- Процесса Орнштейна-Уленбека с негауссовским шумом
- Многомерного процесса диффузионного типа
- Процесса, удовлетворяющего стохастическому дифференциальному уравнению с запаздыванием по времени

Достоверность полученных результатов. Полученные результаты сформулированы в виде лемм и теорем, имеющих строгое математическое доказательство. Произведено численное моделирование, его результаты подтверждают теоретические выводы.

Практическая ценность работы. Построенные процедуры прогнозирования могут применяться в прикладных задачах, в которых в качестве математических моделей используются стохастические динамические системы в условиях, когда увеличение числа наблюдений состояний системы невозможно или затратно. Отрасли науки и техники, допускающие применение результатов данной диссертации: генетика, биомедицина, финансовая математика, социология и др. Теоретические результаты могут быть использованы в курсах лекций для студентов математических факультетов.

Реализация и внедрение результатов работы. Рассмотренные в диссертации процедуры адаптивного прогнозирования и усеченные оценки параметров процессов авторегрессионного типа с дискретным и непрерывным временем используются в учебном процессе института прикладной математики и компьютерных наук национального исследовательского Томского государственного университета в курсе «Эконометрическое моделирование и стохастические процессы» для студентов 4-го курса, обучающихся по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика, а также при выполнении курсовых и квалификационных работ.

Апробация работы. Результаты исследований по теме диссертации обсуждались на следующих конференциях:

1. Международная научная конференция «Робастная статистика и финансовая математика-2018», Томск, 03-05 июля 2018.

2. Двенадцатая конференция с международным участием «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур», пос. Катунь, Алтайский край , 4–8 июня 2018.

3. Вторая международная конференция по стохастическим методам, Новороссийск, 25–31 мая 2017.

4. Международная научная конференция «Робастная статистика и финансовая математика-2017», Томск, 3-5 июля 2017.

5. X Всероссийская научно-техническая конференция «Актуальные вопросы архитектуры и строительства», Новосибирск, 11-13 апреля 2017.

6. Международная научная конференция «Робастная статистика и финансовая математика», Томск, 1-2 июля 2016.

7. XIII Международная конференция студентов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук», Томск, 26-29 апреля 2016.

8. 54 международная научная студенческая конференция МНСК-2016, Новосибирск, 16-20 апреля 2016.

9. II международная летняя школа молодых ученых «Information Technologies for Complex System Analysis and Synthesis (IT CoSAS'2015)», Анапа, 8-12 июня 2015.

10. Международная научная конференция «Робастная статистика и финансовая математика», Томск, 1-2 июля 2015.

11. II Всероссийская молодежная научная конференция с международным

участием «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем», Томск, 16-17 мая 2014.

12. XI Международная конференция студентов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук», Томск, 22-25 апреля 2014.

13. 52 Международная научная студенческая конференция (МНСК-2014), Новосибирск, 11-18 апреля 2014.

14. I Всероссийская молодежная научная конференция «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем», Томск, 16-17 мая 2013.

15. X Международная конференция студентов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук», Томск, 23-26 апреля 2013.

Публикации. Основные результаты, полученные в диссертации, опубликованы в семнадцати работах, в их числе три работы в журналах из Перечня ВАК.

Структура и объем. Работа состоит из введения, двух глав основного текста, заключения, списка использованной литературы и приложения. Полный объем диссертации составляет 140 страниц, 15 рисунков, 8 таблиц. Список литературы включает 130 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении раскрывается актуальность проблем построения математических моделей стохастческих динамических систем с дискретным и непрерывным временем, предполагающих решение задач идентификации по выборкам фиксированного объема и задач адаптивного оптимального прогнозирования. Приводится обзор известных результатов, формулируются цели и задачи исследования, обосновывается практическая значимость и научная новизна результатов исследования.

В первой главе построены оценки неизвестных параметров линейных и нелинейных процессов авторегрессионного типа с дискретным временем методами усеченного последовательного и усеченного оценивания. Исследованы асимптотические и неасимптотические свойства построенных оценок.

В разделе 1.1 приводятся известные результаты по идентификации линейных и нелинейных динамических систем с дискретным временем с использованием различных методов, включая неасимптотические. Перечисляются опубликованные работы по результатам первой главы [3], [11-17].

В разделе 1.2 рассмотривается модель общей регрессии.

Пусть $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ - произвольное, но фиксированное вероятностное пространство с фильтрацией $\mathcal{F}^* = \{\mathcal{F}_n\}_{n\geq 0}$.

Наблюдаемый р-мерный процесс $(x(n))$ удовлетворяет уравнению:

$$\mathbf{x}(n) = A(n-1)\lambda + B(n-1)\xi\,(n)\,,\ n \geq 1, \tag{1}$$

где $A(n),\ B(n)$ - $\mathcal{F}_n$ - измеримые наблюдаемые матрицы размера $p \times q, p \times m$ соответственно. Элементы этих матриц могут зависеть от реализаций $(x(n))$.

Шумы $\xi\,(n)$ образуют последовательность н.о.р. случайных векторов с $E\xi\,(n) = 0,\ E\xi\,(n)\,\xi'\,(n) = I;$ где $\lambda = (\lambda_1, ..., \ \lambda_q)'$ – вектор неизвестных параметров.

Целью является построение усеченной последовательной оценки скалярного параметра $\theta = \mathbf{a}'\lambda$, где $\mathbf{a}$ - заданный постоянный вектор.

Определим усеченную последовательную оценку $\tilde{\theta}_{H,N}$ для параметра θ по выборке размера N, как

$$\tilde{\theta}_{H,N} = \frac{1}{H}\sum_{n=1}^{\tau_{H,N}} \beta_n(H)c(n)\mathbf{a}'A^{+}(n-1)\mathbf{x}(n)\cdot\chi\left[\sum_{n=1}^{N} c\,(n) \geq H\right], \tag{2}$$

где $\tau_{H,N}$ - момент остановки, β_n - весовая функция.

Обозначим $\delta_{H,N} = P_\lambda\left(\sum\limits_{n=1}^{N} c\,(n) < H\right)$.

В следующей теореме приведено свойство построенной оценки параметра θ.

Теорема 1. *Пусть задан процесс регрессионного типа (1), где* $E_\lambda c(n) < \infty,\ n \in [1, N]$. *Тогда для любых* $N \geq 1$ *и* $H > 0$ *оценка* $\tilde{\theta}_{H,N}$, *определенная в (2), обладает свойством*

$$E_\lambda(\tilde{\theta}_{H,N} - \theta)^2 \leq \frac{1}{H} + \theta^2\cdot\delta_{H,N}.$$

Общий алгоритм оценивания применяется в следующих разделах главы.

В разделе 1.3 рассматривается задача оптимального оценивания параметра динамики процесса AR(1) с неизвестной дисперсией шума и доказывается эффективность усеченной последовательной оценки.

Пусть $\{x_n\}_{n\geq 0}$ - авторегрессионный процесс

$$x_n = \lambda\cdot x_{n-1} + \sigma\cdot\xi_n, \quad n \geq 1. \tag{3}$$

Процесс (3) предполагается устойчивым, т.е. $|\lambda| < 1$, а параметр σ неизвестным.

Задача состоит в построении оценки параметра λ с гарантированной в среднеквадратическом смысле точностью.

В этом разделе мы рассмотрим два вида оценок – с известной главной частью среднеквадратической ошибки и оптимальную в асимптотическом минимаксном смысле оценку. Первая оценка будет использована в качестве пилотной оценки параметра λ при построении оптимальной. В обоих случаях строится усеченная последовательная оценка на основе оценки МНК:

$$\hat{\lambda}_N = \sum_{n=1}^{N} x_n \cdot x_{n-1} \Big/ \sum_{n=1}^{N} x_{n-1}^2.$$

Определим пороговое значение $H_N = h \cdot \sigma_m^2 \cdot N$, где $m = m(N)$ - последовательность целых чисел, удовлетворяющая определенным условиям.

Пилотная адаптивная оценка дисперсии σ^2 по методу наименьших квадратов

$$\sigma_{_m}^2 = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^{m} \left[x_n - \lambda_{_m}^* x_{n-1} \right]^2,$$

где

$$\lambda_m^* = proj_{[-1,1]} \tilde{\lambda}_m, \quad \tilde{\lambda}_m = \hat{\lambda}_m \cdot \chi \left[\sum_{n=1}^{m} x_{n-1}^2 \geq m (\log m)^{-1} \right].$$

Для любого m и $\mu = (\lambda, \sigma^2)$ справедливо неравенство

$$E_\mu \left(\sigma_m^2 - \sigma^2 \right)^4 \leq \frac{\bar{C} \cdot (\log m)^2}{m^2}. \tag{4}$$

Усеченная последовательная оценка (2) имеет вид

$$\tilde{\lambda}_N = \frac{1}{H_N} \cdot \sum_{n=1}^{\tau_N} \beta_n x_n x_{n-1} \cdot \chi \left[\sum_{n=m+1}^{N} x_{n-1}^2 \geq H_N, \ \sigma_m^2 > (\log m)^{-1} \right]. \tag{5}$$

Следующая теорема является одним из основных результатов данной главы.

Теорема 2. *Рассмотрим модель (3) с параметром $|\lambda| < 1$. Тогда последовательная усеченная оценка (5) параметра λ обладает следующим свойством:*

1) $E_\mu \left(\tilde{\lambda}_N - \lambda \right)^2 \leq \dfrac{1}{N \cdot h} + \varepsilon_N, \quad \varepsilon_N = o\left(\dfrac{1}{N} \right)$;

если к тому же ξ_n и x_0 для некоторого положительного целого s имеют моменты порядка $8s$, тогда при $N \to \infty$

$$2) \quad E_\mu \left(\tilde{\lambda}_N - \lambda \right)^{2s} \leq \frac{C}{N^s} + o\left(\frac{1}{N^s} \right). \tag{6}$$

В подразделе 1.3.3 доказывается эффективность усеченной последовательной оценки. Рассматрим немного более сложную модификацию оценки (5) (имеющую те же свойства) и докажем ее оптимальность в смысле некоторой функции риска, определенной ниже. Здесь пилотные оценки дисперсии σ^2 и λ определяются следующим образом

$$\hat{\sigma}_m^2 = \frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}\left[x_n - \breve{\lambda}_m x_{n-1}\right]^2$$

и для некоторого $r \in (0,1)$

$$\breve{\lambda}_m = proj_{[-r,r]}\tilde{\lambda}_m,$$

где оценка $\tilde{\lambda}_m$ определена в (5), τ_N - моменты остановки,а $w(n)$, β_n - весовые функции.

Оценки $\tilde{\lambda}_N$ эффективны в смысле критерия, использующего функцию риска вида

$$R_{r,N}\left(\lambda_N\right) = \sup_{\mathcal{P}}\sup_{|\lambda|\le 1-r} I\left(\lambda, f\right) N \cdot E_\mu (\lambda_N - \lambda)^2.$$

Здесь $\mathcal{P}$ – класс всех плотностей $f(.)$ шумов $\{\xi_n\}$, имеющих конечные вторые моменты и информацию Фишера $I\left(\lambda, f\right)$.

Доказано, что

$$\lim_{N\to\infty} R_{r,N}\left(\tilde{\lambda}_N\right) = 1.$$

В подразделе 1.3.3 приводятся результаты численного моделирования на синтетических данных, подтверждающие теоретические свойства представленных оценок.

В подразделе 1.3.4 произведено моделирование адаптивных прогнозов стоимости ценных бумаг на реальных данных с использованием усеченных последовательных оценок параметров динамики моделей.

В разделе 1.4 решается задача построения усеченных последовательных оценок параметра динамики процесса ARARCH(1,1). Пусть $\{x_n\}_{n\ge 0}$ - скалярный процесс ARARCH первого порядка:

$$x_n = \lambda \cdot x_{n-1} + \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 x_{n-1}^2} \cdot \xi_n,\ n \ge 1, \tag{7}$$

имеющий начальное значение x_0 с нулевым средним и восьмой момент; $\{\xi_n\}$ - последовательность н.о.р. случайных величин с нулевым средним, плотность которых является четной функцией, не возрастает с ростом модуля аргументов и

$E{\xi_n}^2 = 1$. Параметры σ_0^2 и σ_1^2 полагаются известными и $\sigma_1^2 > 0$.

Тогда оценка (2) параметра λ имеет вид

$$\hat{\lambda}_N = \frac{1}{H_N} \sum_{n=1}^{\tau_N} \frac{\beta_n x_n \cdot x_{n-1}}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 x_{n-1}^2} \cdot \chi \left[\sum_{n=1}^{N} \frac{x_{n-1}^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 x_{n-1}^2} \geq H_N \right], \tag{8}$$

Теорема 3. *Пусть наблюдается процесс (7). Тогда для каждого* $0 < L < \infty$ *существует число* $\rho = \rho\,(L)$ *такое, что для оценки (8) справедливо*

$$\sup_{|\lambda| \leq L} E_\lambda \Big(\widehat{\lambda}_N - \lambda \Big)^2 \leq \frac{\rho}{N}.$$

Таким образом, доказывается данное неасимтотическое свойство о равномерной ограниченности сверху СКО оценки. В разделе также приводятся результаты численного моделирования, подтверждающие сходимость СКО оценок с ростом объема выборки.

В разделе 1.5 построены усеченные последовательные оценки двумерного процесса авторегрессии AR(2) специального вида

$$\begin{cases} x_1\,(n) = \lambda_1 x_1\,(n-1) + \lambda_2 x_2\,(n-1) + \xi_1\,(n)\,, \\ x_2\,(n) = \lambda_2 x_1\,(n-) - \lambda_1 x_2\,(n-1) + \xi_2\,(n)\,, \end{cases} \tag{9}$$

где оцениваемый параметр $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)'$ принадлежит R^2 и $\xi\,(n) = (\xi_1\,(n)\,, \xi_2\,(n))'$ образуют последовательность н.о.р. случайных векторов с нулевым средним, независимых от $x\,(0) = (x_1\,(0)\,, x_2\,(0))'$.

Для усеченных последовательных оценок доказано свойство, аналогичное (6), результат сформулирован в виде теоремы.

В разделе 1.6 усеченные последовательные оценки строятся для авторегрессионных параметров процесса ARARCH(2,2)

$$\begin{cases} x_1\,(n) = \lambda_1 x_1\,(n-1) + \lambda_2 x_2\,(n-1) \\ +\sqrt{\sigma_{01}^2 + \sigma_{11}^2 x_1^2\,(n-1) + \sigma_{21}^2 x_2^2\,(n-1)} \cdot \xi_1\,(n)\,, \\ \\ x_2\,(n) = \lambda_2 x_1\,(n-1) - \lambda_1 x_2\,(n-1) \\ +\sqrt{\sigma_{02}^2 + \sigma_{12}^2 x_1^2\,(n-1) + \sigma_{22}^2 x_2^2\,(n-1)} \cdot \xi_2\,(n)\,, \end{cases} \tag{10}$$

где оцениваемый параметр $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)'$ принадлежит R^2 и $\xi\,(n) = (\xi_1\,(n)\,, \xi_2\,(n))'$ образуют последовательность н.о.р. случайных векторов, независимых от $x\,(0) = (x_1\,(0)\,, x_2\,(0))'$. Для усеченных последовательных оценок также получено свойство, аналогичное (6).

В разделе 1.7 рассмотрен процесс ARARCH(1,q)

$$x_n = \lambda \cdot x_{n-1} + \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 \cdot x_{n-1}^2 + ... + \sigma_q^2 \cdot x_{n-q}^2} \cdot \xi_n, \qquad (11)$$

с начальным значением $x(0) = (x_{-q}, \ldots, x_0)'$, имеющим нулевое среднее и восьмой момент; $\{\xi_n\}$ - последовательность н.о.р. случайных величин с нулевым средним, плотность которых является четной функцией, не возрастает с ростом модуля аргументов и $E{\xi_n}^2 = 1$. Параметры $\sigma_0^2, \sigma_1^2, ..., \sigma_q^2$ полагаются известными, $\sigma_0^2 > 0$.

Аналогично оценке (8), строится усеченная последовательная оценка параметра λ. Показано, что СКО оценки обладает неасимтотическим свойством равномерной ограниченности сверху.

В разделе 1.8 решена задача оценивания среднего случайного авторегрессионного параметра процесса ARARCH(1,1). Рассмотрим одномерный процесс ARARCH(1,1) с дрейфующим параметром

$$x_n = (\lambda + s_{n-1}) \cdot x_{n-1} + \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 \cdot x_{_{n-1}}^2} \cdot \xi_n \qquad (12)$$

с начальным значением x_0, имеющим нулевое среднее и четвертый момент; (s_n) и (ξ_n) - последовательности взаимнонезависимых случайных величин с нулевым средним и независимых от x_0. Уравнение (12) описывает ситуацию, когда неизвестный параметр подвергается случайным флуктуациям, и только его среднее значение остается постоянным.

В подразделе 1.8.1 рассматривается случай известных дисперсий шумов с $\sigma_0^2, \sigma_1^2, \sigma_s^2$ для построения оценки параметра λ используется метод усеченного последовательного оценивания.

В подразделе 1.8.2 для случая, когда дисперсия шумов неизвестна, оценки параметра λ получены методом усеченного оценивания.

В подразделе 1.8.3 показаны результаты численного моделирования для случая известной дисперсии шумов, подтверждающие гарантированное качество полученных усеченных последовательных оценок.

Во второй главе построены адаптивные оптимальные прогнозы процессов, удовлетворяющих стохастическим дифференциальным уравнениям различного типа, на основе использования оценок неизвестных параметров по методу усеченного оценивания.

В разделе 2.1 обсуждается проблема построения адаптивных оптимальных прогнозов стохастических динамических систем с непрерывным временем. Приводятся примеры известных в литературе критериев оптимальности и обосновывается выбор критерия, который используется в данной работе. Перечисляются публикации результатов второй главы [1,2],[4-10].

В разделе 2.2 представлен метод усеченного оценивания функционалов типа отношений, который может быть применен к моделям как с дискретным, так и с непрерывным временем. Пусть $(\Omega,\ \mathcal{F},\ \mathsf{P})$ - вероятностное пространство с фильтрацией $\{\mathcal{F}_t\}$ с дискретным или непрерывным временем и пусть f_t и g_t - $\{\mathcal{F}_t\}$-измеримые случайные процессы, где f_t и g_t - $s\times q$-мерная матрица и скалярная функция соответственно.

Пусть

$$\Psi_T = f_T/g_T \tag{13}$$

оценка матрицы Ψ. К примеру, матрица Ψ может быть отношением матрицы f к скаляру g

$$\Psi = f/g,$$

тогда f_T и g_T - оценки матрицы f и числа g соответственно.

Рассмотрим следующую модификацию оценки Ψ_T:

$$\tilde{\Psi}_T(H) = \Psi_T \cdot \chi(|g_T| \geq H), \tag{14}$$

где H - число или функция $H = H_T$, определенная ниже, и $\chi(A)$ обозначает индикаторную функцию множества A.

Найдены общие условия для процессов f_T, g_T и параметра H, при которых оценка (14) матрицы Ψ имеет гарантированную точность в смысле L_{2m}-нормы, $m \geq 1$. В Теореме 4 найдены верхние границы V_T для моментов $f_T - \Psi g_T$ и $(g_T - g)$. В примерах, приведенных ниже, границы V_T определяют асимптотически оптимальную скорость сходимости.

Теорема 4. *Предположим, что для целых положительных значений m и μ существуют положительные функции $\varphi_T(m)$ и $w_T(\mu)$, убывающие до нуля, а также значение g такое, что выполняются следующие предположения:*

(i) $\mathsf{E}\|f_T - \Psi g_T\|^{2m} \leq \varphi_T(m)$;

(ii) $\mathsf{E}(g_T - g)^{2\mu} \leq w_T(\mu)$.

Тогда оценка $\tilde{\Psi}_T(H)$, определенная в (14) обладает следующими свойствами

(i) если число g известно, то для любых $H \in (0, |g|)$

$$\mathsf{E}\|\tilde{\Psi}_T(H) - \Psi\|^{2m} \leq V_T(m, \mu, H);$$

(ii) если число g неизвестно, то для любой убывающей (возможно медленно убывающей) до нуля положительной функции $H = H_T$ и любого положительного целого числа p, удовлетворяющего условиям

$$\frac{mp}{m-p} \le \mu, \quad m > 1 \text{ и } \mu > 1,$$

выполняется

$$\mathsf{E}\|\tilde{\Psi}_T(H) - \Psi\|^{2p} \le V_T(p), \quad T > T_0.$$

В разделе 2.3 решается задача прогнозирования процесса Орнштейна-Уленбека.

В подразделе 2.3.1 рассмотрена задача оценивания параметра a процесса Орнштейна-Уленбека

$$dx_t = ax_t dt + dw_t, \quad t \ge 0, \tag{15}$$

где x_0 - случайная величина с нулевым средним и дисперсией σ_0^2, имеющая конечные моменты всех порядков, (w_t) - стандартный винеровский процесс, x_0 и (w_t) независимы. Процесс (15) предполагается устойчивым, т.е. $a < 0$.

Решена задача оценивания параметра a с гарантированной точностью в смысле L_{2m} - нормы, $m \ge 1$ по выборке фиксированного объема.

Определим усеченную оценку типа (14) на основе оценки максимального правдоподобия

$$\tilde{a}_t = \frac{\int\limits_0^t x_v dx_v}{\int\limits_0^t x_v^2 dv}. \tag{16}$$

Усеченная оценка имеет вид

$$a_t = \tilde{a}_t \cdot \chi\left(\int\limits_0^t x_v^2 dv \ge t\log^{-1} t\right) \tag{17}$$

и обладает свойством

$$E_a\left(a_t - a\right)^{2m} \le \frac{C}{t^p},\ p \ge 1. \tag{18}$$

Доказана эффективность усеченной оценки параметра a в смысле критерия, на основе использования функции риска

$$R_T^*\left(a_T\right) = \sup_{a\in\Theta} E_a\left(\left(2\left|a\right|\right)^{-\frac{1}{2}} T^{\frac{1}{2}}\left(a_T - a\right)\right)^2 \tag{19}$$

В подразделе 2.3.2 строятся адаптивные оптимальные прогнозы процесса

Орнштейна-Уленбека.

Оптимальный в среднеквадратическом смысле прогноз x_t^0 для x_t – это условное математическое ожидание процесса x_t при условии x^{t-u}, которое имеет вид

$$x_t^0 = \lambda x_{t-u}, \quad t \geq u. \tag{20}$$

Поскольку параметры a и λ неизвестны, определим адаптивный прогноз

$$\hat{x}_t = \lambda_{t-u} x_{t-u}, \quad t \geq u, \tag{21}$$

где

$$\lambda_s = e^{\hat{a}_s u}, \quad s \geq 0. \tag{22}$$

Здесь $\hat{a}_s = \mathrm{proj}_{(-\infty,0]} a_s$, a_s - усеченная оценка параметра a, определенная в (17).

Обозначим ошибки прогнозирования для x_t^0 и $\hat{x}_t$ следующим образом:

$$e_t^0 = x_t - x_t^0 = \xi_{t,t-u}, \quad e_t = x_t - \hat{x}_t = (\lambda - \lambda_{t-u}) x_{t-u} + \xi_{t,t-u}, \quad t \geq u.$$

Для некоторого C

$$\overline{\lim_{t \to \infty}}\, t \cdot (E e_t^2(t-u) - \sigma^2) \leq C.$$

Если имеется априорная информация о том, что $|a| \leq L$, тогда

$$E e_t^2 - \sigma^2 = E(\lambda_{t-u} - \hat{\lambda}_{t-u})^2 x_{t-u}^2 \leq (E(\lambda_{t-u} - \hat{\lambda}_{t-u})^4 E x_{t-u}^4)^{\frac{1}{2}} \leq \frac{C}{t}.$$

Доказана эффективность полученного прогноза в смысле следующего критерия. Определим функцию потерь

$$L_t = \frac{A}{t} e^2(t) + t, \quad e^2(t) = \frac{1}{t} \int_u^t e_s^2 ds, \quad t \geq u$$

и параметр $A > 0$ - цена ошибки прогнозирования.

Определим функцию риска $R_t = E L_t$ вида

$$R_t = \frac{A}{t} E e^2(t) + t \tag{23}$$

и рассмотрим задачу оптимизации

$$R_t \to \min_t . \tag{24}$$

Для оптимальных прогнозов x_t^0 оптимизировать соответствующую функцию риска достаточно просто

$$R_t^0 = E\left(\frac{A}{t}(e^0(t))^2 + t\right) = \frac{A\sigma^2}{t} + t \to \min_t, \tag{25}$$

где $(e^0(t))^2 = \dfrac{1}{t}\displaystyle\int_u^t (e_s^0)^2 ds.$

В данном случае оптимальный объем наблюдений T_A^0 и соответствующее значение $R^0_{T_A^0}$ для $\sigma := \sqrt{\sigma^2}$ соответственно равны:

$$T_A^0 = A^{1/2}\sigma, \quad R^0_{T_A^0} = 2A^{1/2}\sigma. \tag{26}$$

Поскольку параметры a и σ неизвестны, и обе функции T_A^0 и $R^0_{T_A^0}$ зависят от a, то использование оптимального прогноза становится невозможным. Поэтому мы определяем оценку T_A оптимального времени наблюдения T_A^0 как

$$T_A = \inf\{t \geq t_A : t \geq A^{1/2}\sigma_{t_A}\}, \tag{27}$$

где $t_A := A^{1/2} \cdot \log^{-1} A = o(A^{1/2})$. Здесь $\sigma_t := \sqrt{\sigma_t^2}$ – оценка σ, где

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{2}\theta_t \cdot [\lambda_t^2 - 1], \quad \theta_t = a_t^{-1} \cdot \chi[a_t \leq -\log^{-1} t], \quad t > 0. \tag{28}$$

Сформулирована и доказана лемма, содержащая неасимптотические и асимптотические свойства усеченных оценок, приведенных выше.

В случае, когда параметр σ неизвестен, используется естественная модификация функции риска (23)

$$\bar{R}_A = A \cdot E\frac{1}{T_A}e^2(T_A) + ET_A. \tag{29}$$

Основной результат раздела для этой модели содержится в теореме

Теорема 5. *Рассмотрим модель (15). Тогда для прогнозов $\hat{x}_t$ (21), моменты T_A^0, T_A и функции риска $R^0_{T_A^0}$, $\bar{R}_A$, определенные соответственно по формулам (26), (27) и (26), (29) , для любого $a < 0$ обладают свойствами*

$$i)\ \ \frac{T_A}{T_A^0} \xrightarrow[A\to\infty]{} 1 \ \ \text{п.н.}; \qquad ii)\ \ \frac{ET_A}{T_A^0} \xrightarrow[A\to\infty]{} 1; \qquad iii)\ \ \frac{\bar{R}_A}{R^0_{T_A^0}} \xrightarrow[A\to\infty]{} 1.$$

В подразделе 2.3.1 произведено численное моделирование усеченных оценок, подтверждающее их теоретические свойства.

В разделе 2.4 решена задача адаптивного оптимального прогнозирования негауссовского процесса Орнштейна-Уленбека

$$dx_t = ax_t dt + d\xi_t, \quad t \geq 0 \tag{30}$$

с нулевым средним и начальным значением x_0, а также известными моментами. Здесь $\xi_t = \rho_1 W_t + \rho_2 Z_t$, $\rho_1 \neq 0$ и ρ_2 - некоторые константы; $(W_t,\ t \geq 0)$ стандартный винеровский процесс, заданный на вероятностном пространстве $(\Omega, F, \{\mathcal{F}_t\}_{t\geq 0}, P)$ с фильтрацией $\{\mathcal{F}_t\}_{t\geq 0}$; $Z_t = \sum\limits_{k=1}^{N_t} Y_k$ - составной пуассоновский процесс, где $Y_k,\ k \geq 0-$ н.о.р. случайные величины с нулевым средним, имеющие все моменты; (N_t) - пуассоновский процесс с параметром интенсивности $\lambda > 0$, т. е.

$$N_t = \sum_{j\geq 1} \chi\left\{T_j \leq t\right\} \qquad \text{и} \qquad T_j = \sum_{l=1}^{j} \tau_j.$$

Здесь $(T_j)_{j\geq 1}-$ скачки пуассоновского процесса $(N_t)_{t\geq 0}$ и $(\tau_j)_{j\geq 1}-$ н.о.р. случайные величины, экспоненциально распределенные с параметром λ.

Сформулированы леммам и теорема, аналогичные представленным в предыдущем подразделе.

В разделе 2.5 решается задача гарантированного оценивания параметра процесса Орнштейна-Уленбека по наблюдениям с аддитивным зависимым шумом

$$dx_t = ax_t dt + dw_t, \quad t \geq 0 \tag{31}$$

по наблюдениям процесса y_t с известным параметром λ шума θ

$$y_t = x_t + \theta_t, \qquad d\theta_t = \lambda\theta_t dt + dv_t$$

где w_t и v_t – независимые винеровские процессы, θ_0 - начальное значение для θ, $a < 0, \lambda < 0$, $\lambda^2 \neq a^2$. Определим $z_t = y_t - \lambda\int_0^t y_s ds$ и разностный оператор $\delta_h z_t = z_t - z_{t-h}$, $h > 0$.

Оценка корреляционного типа со сдвигом на h (обобщенная оценка МНК)

$$\hat{a}_T = \frac{\int_{2h}^T \delta_h z_{t-h} d\delta_h z_t}{\int_{2h}^T \delta_h z_{t-h}\delta_h z_t dt}, \tag{32}$$

Усеченная оценка имеет вид

$$\tilde{a}_T = \frac{\int_{2h}^T \delta_h z_{t-h} d\delta_h z_t}{\int_{2h}^T \delta_h z_{t-h}\delta_h z_t dt} \cdot \chi\left(\left|\int_{2h}^T \delta_h z_{t-h}\delta_h z_t dt\right| \geq T\cdot\log^{-1} T\right).$$

обладает свойством

$$E(\tilde{a}_T - a)^2 \le \frac{C}{T}, \qquad T \ge T_0.$$

В разделе 2.6 содержатся результаты по прогнозированию многомерных диффузионных процессов

$$dx(t) = \Lambda x(t)dt + dW_t, \quad t \ge 0 \tag{33}$$

с неизвестной $p \times p$ матрицей параметров Λ, (W_t) - многомерный винеровский процесс с независимыми компонентами, $x(0)$ и (W_t) взаимно независимы. Предположим, что процесс (33) устойчив.

В подразделе 2.6.1 стороятся усеченные оценки матричного параметра Λ на основе ОМП

$$\hat{\Lambda}'_T = \overline{G}_T^{-1}\overline{\Phi}_T, \quad T > 0,$$

где

$$\overline{G}_T = \frac{1}{T}G_T, \quad G_T = \int\limits_0^T x(t)x'(t)dt, \quad \overline{\Phi}_T = \frac{1}{T}\Phi_T, \quad \Phi_T = \int\limits_0^T x(t)dx'(t).$$

Определим матрицу

$$\overline{G}_T^{+} = \overline{\Delta}_T \overline{G}_T^{-1}, \quad \overline{\Delta}_T = \det(\overline{G}_T).$$

Усеченные оценки

$$\tilde{\Lambda}'_T = \hat{\Lambda}'_T \cdot \chi(\left|\overline{\Delta}_T\right| \ge H), \tag{34}$$

Существует некоторое заданное число C такое, что для любого $T > 0$

$$\sup_{\Lambda \in \Lambda_0} \mathsf{E}\|\tilde{\Lambda}_T - \Lambda\|^{2p} \le \frac{C}{T^p}$$

Используя решение уравнения (33), получаем

$$x(t) = Bx(t-u) + \xi_{t,t-u}, \quad t \ge u,$$

где $\xi_{t,t-u} = \int\limits_{t-u}^{t} e^{\Lambda(t-s)}dW_s$, $B = e^{\Lambda u}$. По свойствам интеграла Ито

$$\mathsf{E}\xi_{t,t-u} = 0, \qquad \sigma^2 := \mathsf{E}\|\xi_{t,t-u}\|^2 = \int\limits_0^u \|e^{\Lambda s}\|^2 ds.$$

В подразделе 2.6.2 строятся адаптивные прогнозы. Оптимальный в среднеквадратическом смысле прогноз $x^0(t)$ для процесса $x(t)$

$$x^0(t) = Bx(t-u), \quad t \geq u.$$

Адаптивный прогноз имеет вид

$$\hat{x}(t) = B_{t-u}x(t-u), \quad t \geq u, \tag{35}$$

где B_t

$$B_t = \mathrm{e}^{\Lambda_t u},\ \Lambda_t = \mathrm{proj}_{\Lambda_0} \tilde{\Lambda}_t.$$

Ошибки прогнозирования x_t^0 и $\hat{x}_t$ определяются как

$$e_t^0 = x(t) - x^0(t) = \xi_{t,t-u},$$

$$e_t = x(t) - \hat{x}(t) = (B - B_{t-u})x(t-u) + \xi_{t,t-u}, \quad t \geq u.$$

Функция потерь

$$L_t = \frac{A}{t}\overline{e}_t^2 + t, \quad \overline{e}_t^2 = \frac{1}{t}\int_u^t \|e_s\|^2 ds, \quad t \geq u,$$

где параметр $A > 0$ – цена ошибки прогнозирования.

Определим функцияю риска $R_t = \mathsf{E}L_t$, то есть

$$R_t = \frac{A}{t}\mathsf{E}\overline{e}^2(t) + t.$$

Решена задача оптимизации

$$R_t \to \min_t.$$

Для оптимальных прогнозов $x^0(t)$ минимум функции риска для любого t

$$R_t^0 = \mathsf{E}\left(\frac{A}{t}(e^0(t))^2 + t\right) = \frac{A\sigma^2}{t} + t \to \min_t, \tag{36}$$

где $(e^0(t))^2 = \dfrac{1}{t}\displaystyle\int\limits_u^t (e_s^0)^2 ds$. Оптимальная длительность наблюдений T_A^0 и соответствующее значение R_t^0 при больших A определяются формулами

$$T_A^0 = A^{\frac{1}{2}}\sigma, \quad R_{T_A^0}^0 = 2A^{\frac{1}{2}}\sigma. \tag{37}$$

Если σ^2 неизвестна, то строим оценку T_A^0 как момент остановки

$$T_A = \inf\{t \geq t_A : t \geq A^{1/2}\hat{\sigma}_{t_A}\}, \tag{38}$$

где $t_A := A^{1/2} \cdot \log^{-1} A = o(A^{1/2})$; $\hat{\sigma}_t := \sqrt{\hat{\sigma}_t^2}$ – оценка неизвестного σ, где

$$\hat{\sigma}_t^2 = \int\limits_0^u \|\mathrm{e}^{\tilde{\Lambda}_t s}\|^2 ds.$$

Основной результат раздела сформулирован в виде теоремы.

Теорема 6. *Рассмотрим модель (30). Пусть прогнозы $\hat{x}_t(t-u)$ определяются в (35). Тогда для моментов T_A^0, T_A и рисков $R^0_{T_A^0}$, $\bar{R}_A$ и любого $a < 0$ справедливы свойства*

$$i)\ \ \frac{T_A}{T_A^0} \xrightarrow[A\to\infty]{} 1 \quad \text{п.н.}; \qquad ii)\ \ \frac{ET_A}{T_A^0} \xrightarrow[A\to\infty]{} 1; \qquad iii)\ \ \frac{\bar{R}_A}{R_A^0} \xrightarrow[A\to\infty]{} 1.$$

В разделе 2.7 решена задача прогнозирования дифференциального уравнения с запаздыванием. Пусть $w = w_t,\ t \geq 0$ - стандартный винеровский процесс, b - действительное число и $x = (x_t,\ t \geq -r)$ - решение стохастического дифференциального уравнения с запаздыванием

$$dx_t = bx_{t-r} + dw_t,\ t \geq 0 \tag{39}$$

с начальным условием $x_t = X_0(t)$, $t \in [-r, 0]$, где $X_0(\cdot)$ – стохастический процесс, независимый с $w(\cdot)$, параметр r известен; параметр $b \in (-\pi/2, 0)$.

В подразделе 2.7.1 описана процедура усеченного оценивания параметра b дифференциального уравнения с запаздыванием

$$b_t = \frac{\int\limits_r^t x_{v-r} dx_v}{\int\limits_r^t x_{v-r}^2 dv} \chi\left(\int\limits_r^t x_{v-r}^2 dv \geq t \log^{-1} t\right),\ t > \max(u, r). \tag{40}$$

Оценки (40) обладают свойством

$$\mathsf{E}(b_t - b)^{2m} \leq \frac{C \log^{2m} t}{t^m}, \quad m \geq 1. \tag{41}$$

В подразделе 2.7.2 описана процедура построения адаптивных оптимальных прогнозов процесса, удовлетворяющего дифференциальному уравнению с запаздыванием. Оптимальный прогноз

$$z_t^{(k)}(t-u) = E(x_t | x_{t-u})$$

удовлетворяет уравнению

$$z_t^{(k)}(t-u) = x_{t-u} + b \int\limits_{t-u}^{t-(u-r)\wedge t} x_{v-r}dv + b \int\limits_{t-(u-r)\wedge t}^{t} z_{v-kr}^{(0)}dv$$

$$+b\sum_{i=1}^{k-1} \int\limits_{t}^{t-r} z_{v-(k-i)r}^{(i)}dv,\ kr < u \le (k+1)r,\ t > u. \qquad (42)$$

Адаптивные прогнозы определяются по формуле (42) с заменой неизвестного параметра b на его оценку $\hat{b}_{t-u}$, где

$$\hat{b}_{t-u} = \mathrm{proj}_{[-\pi/2,0]} b_{t-u}. \qquad (43)$$

Пусть $\sigma_0^2 = \int\limits_r^\infty x_0^2(v)dv$ и $s_0 = \max\{r, \exp(\sigma_0^{-2})\}$, где $x_0(\cdot)$ - решение характеристического уравнения $\dot{x}_0(v) = bx_0(v-r), \quad v \ge 0$ процесса (39) с $x_0(0) = 1$ и $x_0(v) = 0$, когда $v \in [-r, 0)$.

Ошибка адаптивного прогноза имеет вид

$$e_t^{(k)}(t-u) := x_t - \hat{z}_t^{(k)}(t-u) = e_t^0 + \hat{e}_t^{(k)}(t-u),$$

где $e_t^0(t-u) = x_t - E(x_t|x_{t-u})$ и $\hat{e}_t^{(k)}(t-u) = z_t^{(k)}(t-u) - \hat{z}_t^{(k)}(t-u)$.

Тогда для любого фиксированного $k \ge 0$ справедливо неравенство:

$$\overline{\lim_{t\to\infty}} t(E(e_t^{(k)}(t-u))^2 - \sigma_0^2) \le C.$$

Если известно, что $b \in [b_0, b_1]$, $-\pi/2 < b_0 < b_1 < 0$, тогда для $t - u > s_1 = \max\{r, \exp(\sigma_1^{-2})\}$ справедливо неасимптотическое свойство

$$E(e_t^{(k)}(t-u))^2 - \sigma_0^2 \le \frac{C}{t},$$

где $\sigma_1^2 = \inf_{b\in[b_0,b_1]} \sigma_0^2$.

В заключении диссертационной работы перечислены ее основные результаты, изложенные в соответствии с поставленными целями, приведенными во введении. Отмечается, что достигнуты поставленные цели и решены сформулированные задачи.

В приложении приведен акт о внедрении результатов диссертации в учебный процесс Национального исследовательского Томского государственного университета.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи, опубликованные в журналах, включенных в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук:

1. Dogadova T.V. Adaptive prediction of non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck process / T.V. Dogadova, V.A. Vasiliev // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. — 2018. — № 43. — С. 26–32. — 0,21 / 0,41 а.л.

2. Dogadova T.V. Adaptive prediction of stochastic differential equations with unknown parameters/ T.V. Dogadova, V.A. Vasiliev // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. —2017. — № 38. — С. 17–23. — 0,15 / 0,3 а.л.

3. Dogadova T.V. Guaranteed parameter estimation of stochastic linear regression by sample of fixed size / T.V. Dogadova, V.A. Vasiliev // TSU J. Contr. Comp. Science. – 2014. — Vol. 26, № 1. — P. 39—52. — 0,36 / 0,72 а.л.

Публикации в других научных изданиях:

4. Dogadova T.V. Adaptive optimal prediction of Ornstein-Uhlenbeck type processes / T.V. Dogadova, V.A. Vasiliev // Робастная статистика и финансовая математика – 2018: сборник статей международной научной конференции, Томск, 09–11 июля 2018 г. — Томск, 2018. — С. 31–37. — 0,005 / 0,09 а.л.

5. Dogadova T. V. Adaptive prediction of non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck process / T. V. Dogadova, V. A. Vasiliev // Новые информационные технологии в исследовании сложных структур : материалы двенадцатой конференции с международным участием, пос. Катунь, Алтайский край , 4–8 июня 2018. — Томск, 2018. — С. 110–111. — 0,005 / 0,09 а.л.

6. Васильев В.А. Адаптивное оптимальное прогнозирование многомерных диффузионных процессов / В.А. Васильев, Т.В. Догадова // Теория вероятностей и ее применения. –2017. –Т. 62, № 4. — С. 805—806. — 0,02 / 0,04 а.л.

7. Dogadova T.V. Truncated estimation method and applications / T.V. Dogadova, M.I. Kusainov, V.A. Vasiliev // Serdica Math. J. —2017. — № 43. — P.221–266. — 0,52

/ 1,55 а.л.

8. Dogadova T.V. On adaptive optimal prediction of Ornstein-Uhlenbeck process / T.V. Dogadova, V.A. Vasiliev // Applied mathematical sciences. — 2017. — № 11. — С. 591—600. — 0,17 / 0,33 а.л.

9. Dogadova T.V. Adaptive prediction of continuous-time processes / T.V. Dogadova, V.A. Vasiliev // Робастная статистика и финансовая математика – 2017: сборник статей международной научной конференции, Томск, 03-05 июля 2017 г. — Томск, 2017. — С. 12–16. — 0,1 / 0,2 а.л.

10. Dogadova T.V. Truncated parameter estimation of Ornstein-Uhlenbeck process with guaranteed accuracy/ T.V. Dogadova // Перспективы развития фундаментальных наук: сборник научных трудов XIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, Россия, Томск, 26-29 апреля 2016 г. — Томск, 2016. — Т. 3 : Математика. — С. 48–50.— 0,15 а.л.

11. Dogadova T.V. Guaranteed parameter estimation of the first order autoregression with correlated noise / T.V. Dogadova // МНСК-2016: Материалы 54-й Международной научной студенческой конференции, Новосибирск, 16-20 апреля 2016 г. Математика. – Новосибирск, 2016. — С. 104. — 0,026 а.л.

12. Dogadova T.V. Guaranteed parameter estimation of ARARCH(1,1) with drifting parameter / T.V. Dogadova, V.A. Vasiliev // Известия высших учебных заведений. Физика. — 2015. — Т. 58. — № 11/2. — С. 276–280. — 0,15 / 0,29 а.л.

13. Dogadova T. V. Parameter estimation of ARARCH(2,2) model by sample of fixed size/ T.V. Dogadova // Перспективы развития фундаментальных наук: сборник научных трудов XI Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, Томск, 22–25 апреля 2014 г. — Томск, 2014. — С. 588–590. — 0,17 а.л.

14. Dogadova T. V. Truncated sequential parameter estimation of ARARCH(1,q) / T.V. Dogadova // МНСК-2014: Материалы 52-й Международной научной студенческой конференции, Новосибирск, 11—18 апреля 2014 г. — Новосибирск, 2014. — С. 234. — 0,035 а.л.

15. Dogadova T. V. Guaranteed parameter estimation of general regression model / T. V. Dogadova // Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем: материалы II Всероссийской молодежной научной конференции, Томск, 16—17 мая 2014 г. — Томск, 2014. — С. 153—156 (Труды Томского государственного университета; т. 295 : Серия физико-математическая). — 0,2 а.л.

16. Dogadova T. V. Guaranteed parameter estimation of an unstable autoregression / T. V. Dogadova // Перспективы развития фундаментальных наук: сборник научных трудов X Международной конференция студентов и молодых ученых, Россия, Томск, 23—26 апреля 2013 г. — Томск, 2013. — С. 531–533. — 0,19 а.л.

17. Dogadova T. V. Parameter estimation of an unstable autoregression by sample of fixed size / T. V. Dogadova // Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем: материалы I Всероссийской молодежной научной конференции, Томск, 17–18 мая 2013 г. – Томск, 2013. — С. 56—59 (Труды Томского государственного университета; т. 288 : Серия физико-математическая). — 0,19 а.л.

Отчет о проверке на заимствования №1

Автор: aurora1900@mail.ru / ID: 4582464
Проверяющий: (aurora1900@mail.ru / ID: 4582464)

Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат»- http://users.antiplagiat.ru

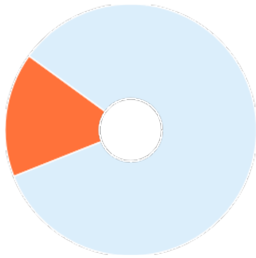
ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 6
Начало загрузки: 14.06.2019 14:34:19
Длительность загрузки: 00:00:01
Имя исходного файла: НД2019_Догадова
Размер текста: 347 кБ
Символов в тексте: 36117
Слов в тексте: 4932
Число предложений: 336

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Последний готовый отчет (ред.)
Начало проверки: 14.06.2019 14:34:21
Длительность проверки: 00:00:01
Комментарии: не указано
Модули поиска: Модуль поиска Интернет

ЗАИМСТВОВАНИЯ	ЦИТИРОВАНИЯ	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
15,55%	0%	84,45%



Заимствования — доля всех найденных текстовых пересечений, за исключением тех, которые система отнесла к цитированиям, по отношению к общему объему документа.
Цитирования — доля текстовых пересечений, которые не являются авторскими, но система посчитала их использование корректным, по отношению к общему объему документа. Сюда относятся оформленные по ГОСТу цитаты; общеупотребительные выражения; фрагменты текста, найденные в источниках из коллекций нормативно-правовой документации.
Текстовое пересечение — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.
Источник — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.
Оригинальность — доля фрагментов текста проверяемого документа, не обнаруженных ни в одном источнике, по которым шла проверка, по отношению к общему объему документа.
Заимствования, цитирования и оригинальность являются отдельными показателями и в сумме дают 100%, что соответствует всему тексту проверяемого документа.
Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые пересечения проверяемого документа с проиндексированными в системе текстовыми источниками. При этом система является вспомогательным инструментом, определение корректности и правомерности заимствований или цитирований, а также авторства текстовых фрагментов проверяемого документа остается в компетенции проверяющего.

№	Доля в отчете	Доля в тексте	Источник	Ссылка	Актуален на	Модуль поиска	Блоков в отчете	Блоков в тексте
[01]	9,26%	10,45%	https://esu.citis.ru/dissertation/…	https://esu.citis.ru	21 Мар 2018	Модуль поиска Интернет	37	43
[02]	2,52%	3,34%	http://www.lib.tpu.ru/fulltext/c/2…	http://lib.tpu.ru	09 Ноя 2017	Модуль поиска Интернет	17	21
[03]	0,61%	1,55%	https://esu.citis.ru/dissertation/…	https://esu.citis.ru	21 Мар 2018	Модуль поиска Интернет	2	5

Еще источников: 5
Еще заимствований: 3,15%