

Министерство образования и науки Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Физико-технический Факультет
Кафедра прикладной аэромеханики

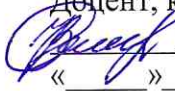
ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ В ГЭК
Руководитель ООП
д-р физ.-мат. наук, профессор
 Э. Р. Шрагер
«___» _____ 2018 г.

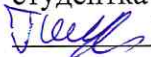
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
ПРИ ОБТЕКАНИИ ПРИЗМЫ ПРИ РАЗНЫХ УГЛАХ АТАКИ**

по образовательной программе подготовки бакалавров
направление подготовки 16.03.01 – Техническая физика
профиль «Теплофизика»

Гимаева Наталья Радиковна

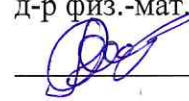
Руководитель:
Доцент, к.ф.-м.н.
 Н.В. Савкина
«___» _____ 2018 г.

Автор работы:
студентка группы 10406
 Н. Р. Гимаева

Министерство образования и науки Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Физико-Технический Факультет
Кафедра прикладной аэромеханики

Руководитель ООП

д-р физ.-мат. наук, профессор

 Э. Р. Шрагин

« ____ » _____ 2018 г.

Задание

на выпускную квалификационную работу бакалавра по направлению 16.03.01 техническая физика профиль теплофизика *Гимаевой Н.Р.*

Тема работы: Экспериментально – теоретическое исследование газодинамики при обтекании квадратичной призмы при разных углах атаки.

Научный руководитель: доцент Савкина Н.В.

Срок представления законченной работы на кафедру: 07 июня 2018 г.

Содержание работы и сроки исполнения:

№	Название раздела работы	Срок вып-ия
1	Изучение литературы по газодинамике, освоение программы построения геометрии и сеток	01.02.2017
2	Математическое моделирование с использованием коммерческого пакета ANSYS Fluent. Построение геометрии и сеток, проверка их на сходимость и изучение математической модели.	20.06.2017
3	Исследование влияния изменения длины тела на его аэродинамику при обтекании трансзвуковым и сверхзвуковым потоком воздуха	12.01.2018
4	Расчет аэродинамических характеристик квадратичной призмы при разных углах атаки ($\alpha = 0,4,6,8,10,15,20$)	01.04.2018
5	Анализ и сравнение полученных данных с данными экспериментов.	01.05.2018
6	Написание выпускной квалификационной работы	07.06.2018

Рекомендуемая для изучения литература:

1. Байдаков В. В., Клумов А. С. Аэродинамика. Изд.: Машиностроение, 1979.-334 с.
2. Снегирёв А.Ю. Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений: Учеб. пособ. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. — 143 с.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. — 840 с.
4. Стариков Ю.Н., Коврижных Е.Н. Основы аэродинамики летательного аппарата: Учеб. пособие. – Ульяновск: УВАУ ГА, 2004. – 151 с.
5. Шабаров В.В. Применение системы ANSYS к решению гидрогазодинамических задач. Учебно-методический материал по программе повышения квалификации «Информационные системы в математике и механике». Нижний Новгород, 2006, 108 с.
6. ANSYS FLUENT 15.0 Documentation. Ansys Inc., 2015.

Руководитель работы  Савкина Н.В.

Задание приняла к исполнению  Гимаева Н.Р.

Зав. кафедрой прикладной аэромеханики _____ Шваб А.В.

АННОТАЦИЯ

Отправной точкой для развития ракетно-космической техники была необходимость точного прогнозирования потоков с сильными градиентами давления и отрывными течениями. В связи с этим появляется множество задач, для решения которых требуется не только ряд натурных испытаний, но и использование математического моделирования. В настоящей работе численно исследуется аэродинамика прямоугольной призмы. Основные процессы, описываются осредненными уравнениями Навье-Стокса с учетом SST модели турбулентности. На первом этапе исследования проводились при нулевом угле атаки. Было исследовано влияние длины тела на аэродинамику при обтекании сверхзвуковым потоком и влияние скорости на аэродинамику исследуемого тела. В результате получены коэффициенты лобового сопротивления и поля распределения основных газодинамических параметров. Затем, было исследовано влияние угла атаки на аэродинамику прямоугольной призмы. Кроме коэффициента лобового сопротивления и полей распределения получены также коэффициенты подъёмной силы и момента тангажа. Особое внимание уделено пристеночной турбулентности и выполнению закона стенки при численном моделировании и построению расчетной области и сетки.

ABSTRACT

The starting point for the development of rocket and space technology was the need for the accurate prediction of aeronautics flows. There are many problems, that require not only a number of full-scale tests, but also the use of mathematical modeling. The high rates of development of rocket and space technology form a number of new problems that require not only a number of full-scale tests, but also the use of mathematical modeling. The present study the aerodynamics of a rectangular prism is numerically studied. The main processes are described by the averaged Navier-Stokes equations, taking into account the SST turbulence model. At the first stage, the studies were conducted at zero angle of attack. The effect of body length on aerodynamics during supersonic flow and the influence of speed on the aerodynamics of the body under investigation were studied. As a result, the drag coefficients and the distribution fields of the main gas-dynamic parameters are obtained. Then, the influence of the angle of attack on the aerodynamics of a rectangular prism was investigated. In addition to the coefficient of drag and distribution fields, the coefficients of the lift and pitch moment were also obtained. Particular attention is paid to the near-wall turbulence and the implementation of the wall law in numerical modeling.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ.	8
1.1 Усредненные уравнения Навье – Стокса.....	8
1.1.1 Уравнение неразрывности.....	9
1.1.2 Уравнения движения.....	11
1.2 Концепция турбулентной вязкости и градиентной диффузии	13
1.3 Кинетическая энергия турбулентного потока.....	14
1.4 Модели турбулентности на основе турбулентной вязкости.....	17
1.4.1 Модели с двумя уравнениями. Стандартная k-ε модель	17
1.4.2 RNG k – ε модель.....	19
1.4.3 Пристенная турбулентность.....	20
1.4.4 Модели k – ω и SST (модель сдвиговых напряжений Ментера)	22
2. ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИИ И РАСЧЕТНОЙ СЕТКИ	25
2.1 Создание геометрии и расчетной области в Workbench.	25
2.2 Создание сетки для расчетной области в Workbench.	29
3 РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧИ ОБТЕКАНИЯ ТРАНСВУКОВЫМ И СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ.....	33
3.1 Влияние длины тела на аэродинамику при обтекании сверхзвуковым потоком при числах Маха 2,06 и 4,04.....	33
3.2 Влияние скорости на аэродинамику исследуемого тела.....	33
3.3 Влияние угла атаки на аэродинамику прямоугольной призмы, при числах Маха 2,06 и 4,04	33
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	34
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	35
ПРИЛОЖЕНИЕ А	37
ПРИЛОЖЕНИЕ Б	Ошибка! Закладка не определена.
ПРИЛОЖЕНИЕ В.....	Ошибка! Закладка не определена.
ПРИЛОЖЕНИЕ Г	Ошибка! Закладка не определена.
ПРИЛОЖЕНИЕ Д.....	Ошибка! Закладка не определена.

ВВЕДЕНИЕ

Высокие темпы развития ракетно-космической техники формируют ряд новых проблем, для решения которых требуется не только ряд натурных испытаний, но и использование математического моделирования.

Особое распространение данный метод исследований приобрел в решении задач авиационной и космической техники, где основной целью является определение аэродинамических характеристик с высокой точностью, а также представление полей обтекания метаемых тел и летательных аппаратов. Проведение экспериментов влечет за собой возникновение ряда трудностей и сложностей, вызванных необходимостью точного моделирования натурных условий. Стремительное развитие вычислительной техники позволяет эффективно применять численные методы решения для практических задач и внедрять их в практику экспериментальных исследований.

Создание надежных методик расчета аэродинамических характеристик летательных аппаратов представляет интерес для решения ряда практических задач управления движением исследуемых тел. Так как зависимость аэродинамических характеристик от параметров движения носит нелинейный и неоднозначный характер.

Численная модель, описываемая уравнениями Навье – Стокса, учитывает эффекты сжимаемости, вязкости, теплопроводности газа, является наиболее полной и реализуется в пакете вычислительных программ Ansys Fluent, позволяющем решать задачи гидрогазодинамики. Таким образом, можно получить численные решения аэродинамических характеристик и картин обтекания с высокой точностью.

В качестве объекта исследования была выбрана прямоугольная призма, которая может выступать в качестве элемента – наполнителя, ракеты или снаряда. Актуальность исследования аэродинамики исследуемого тела обоснована, в первую очередь, широкой распространенностью таких элементов – наполнителей, они могут использоваться как в военных целях, например в системах противоракетной обороны, так и в гражданских, при пожаротушении. При наполнении ракеты используют прямоугольные элементы, так как они отвечают условию оптимального наполнения снаряда.

В первой главе рассматривается математическая модель, используемая для задачи обтекания исследуемого тела, описана геометрия исследуемого тела и расчетной области. Также в данной главе приведена система уравнений, с учетом SST модели турбулентности, для расчета данной задачи.

Во второй главе рассматривается построение геометрии и расчетной сетки, приводятся некоторые сведения, необходимые при работе в ANSYS Workbench.

В третьей главе описана физическая постановка задачи, описания сеток на которых производился расчет, а также приведены результаты исследований при изменении длины тела, описано влияние изменения скорости тела и угла атаки на основные аэродинамические характеристики. Достоверность представленного численного решения проверялась сравнением полученных численных решений с экспериментальными данными и соответствующими полуэмпирическими закономерностями для некоторых аэродинамических характеристик.

На основании достоверности и реализуемости представленной методики существуют перспективы ее развития и применения.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ.

1.1 Усредненные уравнения Навье – Стокса

Течение сплошной среды (газа) описывается системой осредненных уравнений Навье–Стокса, в состав которой входят уравнение неразрывности и уравнения движения с учетом SST модели турбулентности.

В систему уравнений Навье–Стокса входят уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

и уравнения движения

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

Уравнения движения представляют собой три уравнения переноса для проекции скорости, где p – давление, τ_{ij} – компоненты тензора сдвиговых напряжений (предполагается отсутствие объемных сил, действующих на жидкость)[1].

Для ньютоновских жидкостей имеет место линейная связь между τ_{ij} и компонентами тензора скоростей деформации

$$S_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) / 2 \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = 2\mu(S_{ij} - \frac{1}{3}S_{kk}\delta_{ij}) \text{ (гипотеза Стокса),} \quad (4)$$

где μ – динамическая вязкость. Подстановка гипотезы Стокса [2] в уравнение движения (2) дает:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(p + \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

Далее необходимо определить понятие «турбулентного движения» [3]. Турбулентное течение возникает в случае неустойчивости вязкого ламинарного течения при повышении скорости движения жидкости или увеличении геометрических размеров пространства, в котором осуществляется движение, и является самым распространенным случаем течения в естественных условиях и во многих технических приложениях. Наиболее признанным определением турбулентного течения является такое, при котором

предполагается наличие неупорядоченности дополнительного движения, характеризующегося хаотическим изменением определяющих это движение параметров по времени и пространственным координатам, но находящегося в состоянии некоторого статистического равновесия, определяемого в конечном счете физическими причинами [4].

Несмотря на кажущуюся хаотичность дополнительного движения, возникающую за счет турбулентного движения, последнее характеризуется определенными закономерностями в образовании поля осредненных по времени скоростей и возникающими при этом закономерностями сопротивления трения. Наиболее существенное отличие турбулентного движения от ламинарного определяется возникновением турбулентного напряжения, которое является следствием переноса количества движения дополнительным, пульсационным движением [5]. Наличие турбулентного напряжения эквивалентно увеличению вязкости в сотни и тысячи раз, что в свою очередь является причиной значительного увеличения сопротивления при турбулентном течении в трубах, при движении кораблей и самолетов, потерь энергии в турбинах и компрессорах и в других аналогичных случаях. В то же время турбулентный характер движения при обтекании тел обеспечивает задержку отрыва струй, что повышает эффективность работы крыла самолета и лопаток турбин и компрессоров.

Дополнительное пульсационное движение можно представить, как движение, наложенное на главное, определяющее перемещение среды в целом. Оно складывается из движений самых различных масштабов и самое крупное из них можно наблюдать визуально и подвергнуть измерению [6]. Однако в своих деталях это движение настолько сложно, что возможность его теоретической интерпретации представляет непреодолимые трудности. Наиболее эффективное направление, установившее тесную связь экспериментального изучения закономерностей турбулентного движения с теоретическим обобщением, связано с теоретическим обобщением их через осредненные по времени параметры. Это направление обеспечило эффективное полуэмпирическое решение проблемы для многих практических задач и определилось как особое направление в теории турбулентности.

1.1.1 Уравнение неразрывности

Уравнения Навье – Стокса позволяют получить уравнения переноса для средних величин, случайным образом пульсирующих в турбулентном потоке. Уравнения для компонент средней скорости $\overline{u_i}$, были впервые получены О. Рейнольдсом. И теперь носят

его имя. Вывод уравнений Рейнольдса использует разложение мгновенного значения скорости u на сумму среднего значения $\bar{u}$ и пульсационной составляющей u' [7]

$$u = \bar{u} + u' \quad (6)$$

где средняя флуктуация равна нулю, а повторное осреднение не изменяет результат:

$$\overline{u'} = 0, \overline{\bar{u}} = \bar{u} \quad (7)$$

Подстановка данного разложения в уравнение неразрывности и его повторное осреднение приводит к равенствам:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \frac{\partial \overline{u'_j}}{\partial x_j} = 0 \quad (8)$$

Так как плотность не постоянна, то такая же процедура может быть применена к уравнению неразрывности. Но в этом случае необходимо учесть, что

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \quad (9)$$

в результате чего в осредненном уравнении неразрывности появляются корреляции вида $\overline{\rho' u'_j}$. Для того, чтобы избежать появления таких корреляций в осредненных уравнениях, Фавр предложил другой алгоритм осреднения [8]:

$$u_j = \bar{u}_j + \bar{\rho} u_j'' \quad (10)$$

где $\bar{u}_j = \frac{\overline{\rho u_j}}{\bar{\rho}}$ - среднемассовое значение случайной величины u_j . В этом случае

осредненное уравнение неразрывности не содержит дополнительных корреляций и имеет вид:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (11)$$

Избежать появления корреляций пульсаций плотности и других искоемых величин удалось за счет чисто формального изменения определения средней величины. Средние по Фавру и по Рейнольдсу не эквивалентны, а их численные значения могут существенно различаться в течениях с большими перепадами плотности. Между двумя средними имеет место следующая связь:

$$\bar{\rho} \bar{u}_j = \overline{\rho u_j} + \overline{\rho' u'_j} \quad (12)$$

Если флуктуаций плотности невелики, то корреляциями $\overline{\rho' u_j'}$ пренебрегают, в результате чего получают осредненное уравнение неразрывности вида:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_j})}{\partial x_j} = 0 \quad (13)$$

1.1.2 Уравнения движения

Принципиальной особенностью уравнений движения является наличие нелинейных членов, содержащих произведения $u_j u_i$. Легко показать, что среднее значение для этого произведения имеет вид:

$$\overline{u_j u_i} = \overline{(\overline{u_j} + u_j')(\overline{u_i} + u_i')} = \overline{u_j} \overline{u_i} + \overline{u_j' u_i'} \quad (14)$$

В правой части данного равенства присутствуют корреляция $\overline{u_j' u_i'}$. Подстановка разложения мгновенного значения функции на сумму среднего значения и пульсационной составляющей в уравнение движения и его последующее осреднение дают следующее уравнение переноса для компонент скорости:

$$\frac{\partial(\rho \overline{u_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_j u_i})}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\overline{p} + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_j' u_i'} \right) \quad (15)$$

Поскольку в данном уравнении величины $-\rho \overline{u_j' u_i'}$ занимают такое же место, как и сдвиговые напряжения τ_{ij} , корреляции $\overline{u_j' u_i'}$ называют рейнольдсовыми (турбулентными напряжениями).

Физическая интерпретация рейнольдсовых напряжений использует аналогию с вязкими напряжениями τ_{ij} , которые характеризуют перенос вещества за счет молекулярных столкновений. Рейнольдсовы напряжения также характеризуют перенос импульса – за счет перемешивания в пульсирующем турбулентном потоке[9].

Итак, с помощью разложения Рейнольдса и процедуры осреднения получили систему уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_j})}{\partial x_j} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j \bar{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_j' u_i'} \right) \quad (15)$$

для осредненного поля скорости. Эту систему называют уравнениями Навье – Стокса, осредненными по Рейнольдсу [10].

Корреляции, входящие в уравнения переноса количества движения $\overline{\rho u_i' u_j'}$ называют рейнольдсовыми или турбулентными напряжениями. Рейнольдсовы напряжения характеризуют перенос импульса — за счёт перемешивания в пульсирующем турбулентном потоке.

Рейнольдсовы напряжения образуют тензор второго порядка (матрица 3×3), компоненты которого симметричны относительно диагонали: $\overline{u_i' u_j'} = \overline{u_j' u_i'}$. Диагональные компоненты $\overline{u_1'^2}, \overline{u_2'^2}, \overline{u_3'^2}$ играют роль нормальных, а остальные — касательных напряжений. Кинетическая энергия турбулентности равна половине суммы диагональных компонентов (следа) тензора рейнольдсовых напряжений. Различие между нормальными и касательными турбулентными напряжениями зависит от выбора системы координат. В частности, существует система координат, в которой касательные компоненты обращаются в ноль [11].

Рейнольдсовы напряжения могут быть записаны в виде суммы так называемых изотропных и анизотропных составляющих:

$$\overline{u_j' u_i'} = \frac{1}{3} \overline{u_k' u_k'} \delta_{ij} + \left(\overline{u_j' u_i'} - \frac{1}{3} \overline{u_k' u_k'} \delta_{ij} \right) = \frac{1}{3} 2k \delta_{ij} + \left(\overline{u_j' u_i'} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) \quad (16)$$

Изотропное напряжение складывается со средним давлением $\bar{p}$ и образует так называемое модифицированное давление

$$p + \frac{2}{3} \rho k \quad (17)$$

Модифицированное давление может быть определено с помощью процедуры коррекции давления. В то же время, анизотропная часть компонента тензора турбулентных напряжений

$$a_{ij} = \overline{u_j' u_i'} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (18)$$

пока остается неизвестной.

Итак, с помощью разложения Рейнольдса и процедуры осреднения получили систему уравнений для среднего поля скорости. Эту систему называют уравнениями

Навье–Стокса, осреднёнными по Рейнольдсу. Но эти уравнения не могут быть решены, пока неизвестны турбулентные напряжения $\overline{u'_j u'_i}$. Другими словами, система уравнений, осреднённая по Рейнольдсу не замкнута, и для решения проблемы замыкания надо определить $\overline{u'_j u'_i}$. Эта проблема не решается с использованием одних лишь уравнений Навье–Стокса и разложения Рейнольдса. Действительно, используя исходные и осреднённые уравнения Навье–Стокса, для $\overline{u'_j u'_i}$ можно получить уравнения переноса. Но эти уравнения, в свою очередь, будут содержать корреляции более высоких порядков (например $\overline{u'_k u'_j u'_i}$), которые остаются неизвестными. Говорят, что для них также требуется замыкание.

1.2 Концепция турбулентной вязкости и градиентной диффузии

Эксперименты показали, что турбулентность наиболее интенсивна в областях больших градиентов средней скорости. В 1877 г. Ж. Буссинеск предположил, что связь между турбулентными напряжениями $\overline{u'_j u'_i}$ и тензором скоростей деформации [12]

$$\overline{S_{ij}} = (\partial \overline{u_i} / \partial x_j + \partial \overline{u_j} / \partial x_i) / 2 \quad (19)$$

осреднённого течения аналогична связи, которая имеет место между вязкими напряжениями τ_{ij} и компонентами S_{ij} для ньютоновской жидкости [13]:

$$-\rho(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}) = 2\mu_t(\overline{S_{ij}} - \frac{1}{3} \overline{S_{kk}} \delta_{ij}) \quad (20)$$

Коэффициент пропорциональности μ_t называют турбулентной (или вихревой) вязкостью. В левой части равенства, которое выражает гипотезу турбулентной вязкости, стоит анизотропная часть тензора рейнольдсовых напряжений.

Скалярную величину μ_t называют турбулентной вязкостью, которая подчиняется следующему равенству

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (21)$$

Суммирование диагональных компонентов тензора напряжений приводит к равенству

$$\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2} = 2k \quad (22)$$

которое соответствует определению кинетической энергии турбулентности.

И наконец уравнения для средней скорости примут вид:

$$\frac{\partial(\rho \overline{u_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{p} + \frac{2}{3}(\rho k + (\mu + \mu_t) \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}) \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right) \quad (23)$$

Таким образом, при использовании концепций турбулентной вязкости для решения проблемы замыкания осреднённых уравнений остаётся лишь определить турбулентную вязкость μ_t .

Задачей модели турбулентности является определение рейнольдсовых напряжений. Если принята гипотеза турбулентной вязкости, то эта задача сводится к определению турбулентной вязкости через другие характеристики потока (поле средней скорости, для расчёта которого привлекаются, например, кинетическая энергия турбулентности и скорость её диссипации). Решение указанной задачи достигается с помощью моделей разного уровня сложности.

1.3 Кинетическая энергия турбулентного потока

Кинетическая энергия единицы массы движущейся жидкости равна половине квадрата скорости:

$$E = u_i u_j / 2 \quad (24)$$

Используя разложение

$$u_j = \overline{u_j} + u_j' \quad (25)$$

можно показать, что средняя кинетическая энергия единицы массы жидкости в турбулентном потоке равна сумме кинетической энергии осреднённого поля скорости [14]

$$K = \overline{u_i u_j} / 2 \quad (26)$$

и кинетической энергии турбулентности

$$k = \overline{u_i' u_j'} / 2 \quad (27)$$

$$\overline{E} = \frac{1}{2} \overline{u_i u_j} = \frac{1}{2} \overline{(\overline{u_j} + u_j')(\overline{u_j} + u_j')} = \frac{1}{2} \overline{u_j u_j} + \frac{1}{2} \overline{u_j' u_j'} = K + k \quad (28)$$

Для простоты дальнейшие преобразования будут проведены для несжимаемого турбулентного течения, но уравнение переноса кинетической энергии турбулентности, используемое в большинстве моделей турбулентностей также будет преобразовано и для течений с переменной плотностью. Используя уравнение движения можно получить уравнение переноса мгновенной кинетической энергии E

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial u_j E}{\partial x_j} = -\frac{\partial T_j}{\partial x_j} - 2\nu S_{ij} S_{ij} \quad (29)$$

где $T_j = u_j p / \rho - 2\nu u_i S_{ij}$ - компоненты вектора потока энергии, $S_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$ - компоненты тензора скоростей деформации. При рассмотрении общего баланса кинетической энергии потока в рассматриваемой области оказывается, что объёмные интегралы от $\partial(u_i E) / \partial x_j$ и $\partial T_j / \partial x_j$ сводятся к поверхностным интегралам по поверхности границы области (используя теорему Гаусса–Остроградского). Следовательно, единственным объёмным «источником» кинетической энергии потока является последнее слагаемое в правой части уравнения переноса мгновенной E . Можно показать, что величина $2\nu S_{ij} S_{ij}$ всегда неотрицательна и равна нулю только в покоящейся среде. Следовательно, указанное слагаемое описывает потери кинетической энергии за счёт внутреннего трения в движущейся среде. Физическим механизмом, изымающим кинетическую энергию из потока, является вязкая диссипация, в результате которой механическая энергия необратимо преобразуется в тепло [14].

Осреднение уравнения переноса кинетической энергии приводит к следующему результату

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \frac{\partial (u_j \bar{E})}{\partial x_j} = -(\overline{u_j E} + \frac{u_j p}{\rho} - 2\nu u_j S_{ij}) - 2\nu \overline{S_{ij} S_{ij}} - 2\nu \overline{S'_{ij} S'_{ij}} \quad (30)$$

$$\text{где } \overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \overline{S'_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)$$

Как и для мгновенной кинетической энергии положительные объёмные источники осреднённой кинетической энергии в уравнении отсутствуют. Два последних слагаемых описывают потери энергии из-за необратимой диссипации. В турбулентном потоке градиенты мгновенного поля скорости намного больше градиентов осреднённого поля, поэтому $\overline{S_{ij}} \ll \overline{S'_{ij}}$, и предпоследним слагаемым в правой части уравнения можно пренебречь. Последнее слагаемое, наоборот, очень существенно, именно это слагаемое определяется как скорость диссипации кинетической энергии турбулентности ε .

Преобразуя уравнения Рейнольдса, можно получить уравнение переноса кинетической энергии осреднённого поля скорости [15]

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial(u_j K)}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i' u_i' u_j'} + \frac{\overline{u_j' p}}{\rho} - 2\nu \overline{u_i' S_{ij}}) - (\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) - 2\nu \overline{S_{ij} S_{ij}} \quad (31)$$

Уравнение переноса кинетической энергии турбулентности можно записать в виде

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(u_j k)}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i' u_i' u_j'} + \frac{\overline{u_j' p}}{\rho} - 2\nu \overline{u_i' S_{ij}}) - (\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) - 2\nu \overline{S_{ij} S_{ij}} \quad (32)$$

Видно, что из энергии осреднённого поля изымается энергия, соответствующая величине $-\overline{u_i' u_j'} \partial u_i / \partial x_j$; это же количество энергии добавляется к кинетической энергии турбулентности. Таким образом, величину $-\overline{u_i' u_j'} \partial u_i / \partial x_j = P_k$ можно рассматривать как скорость генерации турбулентной энергии за счёт энергии осреднённого поля. Используя гипотезу турбулентной вязкости, можно показать, что эта величина равна

$$P_k = (\nu_t (\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}) + \frac{2}{3} (k + \nu_t \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}) \delta_{ij}) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = \nu_t \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} (\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}) + \frac{2}{3} (k + \nu_t \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k}) \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \quad (33)$$

Величины $2\nu \overline{S_{ij} S_{ij}}$ и $2\nu \overline{S_{ij}' S_{ij}'}$ неотрицательны. Они показывают интенсивность необратимой диссипации, причём, $\varepsilon = 2\nu \overline{S_{ij}' S_{ij}'} \gg 2\nu \overline{S_{ij} S_{ij}}$

В уравнении переноса кинетической энергии турбулентности требуется замыкание для первого слагаемого в правой части. Поскольку роль этого слагаемого отражает перераспределение энергии турбулентности в пространстве за счёт турбулентных флуктуаций скорости и давления, его интерпретируют как турбулентную диффузию, а для замыкания используют концепцию градиентной диффузии:

$$-\frac{\partial}{\partial x_j} (\frac{\overline{u_i' u_i' u_j'}}{2} + \frac{\overline{u_i' p}}{\rho} - 2\nu \overline{u_i' S_{ij}}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (34)$$

где σ_k — эмпирическая константа, которую полагают равной единице. В результате получается уравнение переноса кинетической энергии турбулентности в турбулентном потоке:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} + P_k - \varepsilon \quad (35)$$

которое является замкнутым. В течениях с переменной плотностью данное уравнение примет вид

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_j k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} + \rho P_k - \rho \varepsilon \quad (35')$$

1.4 Модели турбулентности на основе турбулентной вязкости

Задачей модели турбулентности является определение рейнольдсовых напряжений. Если принята гипотеза турбулентной вязкости, то эта задача сводится к определению турбулентной вязкости через другие характеристики потока (поле средней скорости, для расчёта которого привлекаются, например, кинетическая энергия турбулентности и скорость её диссипации). Решение указанной задачи достигается с помощью моделей разного уровня сложности [16].

1.4.1 Модели с двумя уравнениями. Стандартная k-ε модель

Использование двух уравнений для переноса турбулентных характеристик порождает целый класс моделей. Возможны разные комбинации характеристик, например: кинетическая энергия турбулентности k и скорость ее диссипации ε ($k-\varepsilon$ модель), обратное время распада вихрей $\omega = \varepsilon / k$ ($k-\omega$ модель). Использование двух независимых переменных решает проблему замыкания для расчета турбулентной вязкости.

Наиболее распространенной двухпараметрической моделью является $k-\varepsilon$ модель [17]. Для расчета турбулентной вязкости в ней используется формула Колмогорова – Прандтля

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (36)$$

Уравнение для k можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_j k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} + \rho P_k - \rho \varepsilon \quad (35')$$

Это уравнение получено из уравнений Навье – Стокса с некоторым количеством допущений (гипотеза турбулентной вязкости и моделирование слагаемого, описывающего турбулентную диффузию).

ε рассматривают как поток энергии от крупных энергонесущих вихрей к более мелким, возникающим в каскадном процессе дробления вихрей, нечувствительном к

молекулярной вязкости среды. С учетом такой интерпретации можно представить модельное уравнение, описывающее эволюцию ε в турбулентном потоке.

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}_j\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + C_{\varepsilon 1} \left(-\rho\bar{u}_i\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (37)$$

Как видно из уравнения, при его выводе использовались допущения о градиентной диффузии, механизм генерации ε , идентичный соответствующему механизму для k , моделирование диссипации ε как релаксации к асимптотическому нулевому значению с характерным временем $\tau_t = k / \varepsilon$.

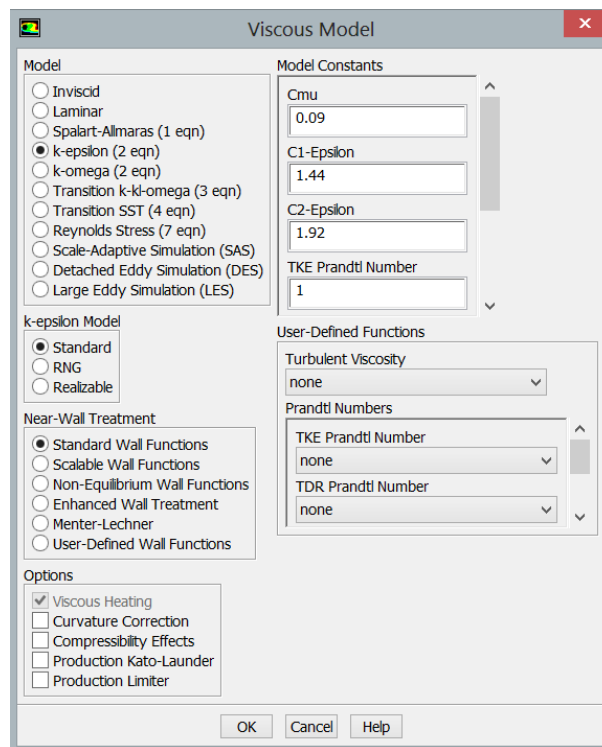


Рисунок 1. Окно параметров стандартной $k - \varepsilon$ модели.

Для $k - \varepsilon$ модели сформировался стандартный рекомендуемый набор эмпирических констант, который обычно принимается по умолчанию, как видно из рисунка 1 в коммерческих вычислительных пакетах $C_\mu = 0,09, C_{\varepsilon 1} = 1,44, C_{\varepsilon 2} = 1,92, \sigma_k = 1,0, \sigma_\varepsilon = 1,3, Pr_t = 0,7$ Число Прандтля турбулентное входит в диффузионное слагаемое уравнения переноса энергии.

Стандартная версия $k - \varepsilon$ модели позволяет рассчитать некоторые турбулентные течения с точностью, достаточной для многих инженерных расчетов, но существуют некоторые типы течений, где $k - \varepsilon$ модель приводит к большим ошибкам: закрученные потоки, течения с большими неблагоприятными градиентами давления, течения с

большими зонами отрыва, осесимметричные струи. Также $k-\varepsilon$ модель имеет теоретическое обоснование только для полностью развитой турбулентности, поэтому в пристеночных узлах необходимо использовать специальные пристеночные функции [18].

1.4.2 RNG $k-\varepsilon$ модель

Данная версия $k-\varepsilon$ модели получена на основе теоретического анализа уравнений Навье – Стокса. Структура уравнений переноса для кинетической энергии турбулентности k и скорости ее диссипации ε аналогична, но в записи источниковых членов и формулы для турбулентной вязкости есть различия [19]. Уравнения переноса турбулентных характеристик имеют вид:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_k (\mu + \mu_k) \frac{\partial k}{\partial x_i}) + \rho P_k - \rho \varepsilon \quad (38)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_\varepsilon (\mu + \mu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \rho P_k - (C_{\varepsilon 2} + C_\mu \frac{\eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3}) \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (39)$$

где $C_{\varepsilon 1} = 1,42, C_{\varepsilon 2} = 1,68$ (рисунок 2).

В пределе больших чисел Рейнольдса турбулентная вязкость μ_t определяется формулой Колмогорова – Прандтля

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (40)$$

где рекомендуемое значение константы $C_\mu = 0,0845$ (рисунок 2). В случае малых чисел Рейнольдса (важно для пристеночных функций) для определения μ_t используется специальное дифференциальное уравнение, решение которого дает зависимость μ_t от k и ε . Числа α_k и α_ε играют роль обратных чисел Прандтля, и в пределе больших чисел Рейнольдса рекомендуемые значения равны $\alpha_k = \alpha_\varepsilon = 1,393$.

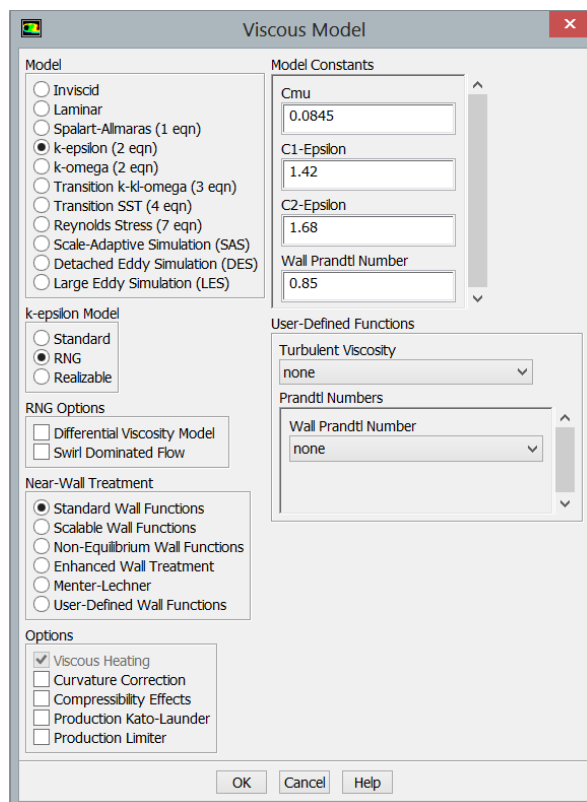


Рисунок 2. Окно параметров RNG $k - \varepsilon$ модели.

Уравнения RNG $k - \varepsilon$ модели могут применяться в пограничном слое вплоть до поверхностей стенок, при условии соответствующего измельчения сетки в вязком подслое [20]. Если сетка в этой области недостаточно подробна, активируется один из видов пристеночных функций.

1.4.3 Пристенная турбулентность

$k - \varepsilon$ модель имеет теоретическое обоснование только для полностью развитой турбулентности. Но вблизи стенок местное турбулентное число Рейнольдса Re_t становится настолько малым, что вязкие эффекты превалируют над турбулентными [21]. Один из наиболее распространенных методов моделирования пристеночных эффектов связан с использованием пристеночных функций. Данный метод обладает некоторыми достоинствами: позволяет экономить вычислительные ресурсы и учитывать такой фактор как шероховатость стенки, за счет использования в уравнениях эмпирических данных.

Пристеночную область течения можно разбить на три зоны [22]: 1) вязкий подслой, в котором вязкие напряжения превалируют над рейнольдсовыми и имеет линейную зависимость скорости потока от расстояния стенки: $u^+ = y^+$, где $u^+ = \frac{\bar{u}}{u_t}$,

$y^+ = \frac{u_t y}{\nu}$, а $u_t = \sqrt{\tau_w}$ - динамическая скорость; 2) буферный слой, где и вязкие и рейнольдсовы напряжения имеют один порядок. «Сшивая» профили скорости для вязкого подслоя и логарифмического слоя, приближенно получают:

$$u^+ = 5 \ln y^+ + 3,05 \quad (41)$$

3) в логарифмическом слое рейнольдсовы напряжения намного превышают вязкие, а профиль скорости может быть представлен в форме логарифмического закона:

$$u^+ = (1/k) \ln(Ey^+) \quad (42)$$

где k - постоянная Кармана, E – постоянная, определяющая степень шероховатости. Все эти участки объединяются в одну внутреннюю область, которая занимает порядка 20% толщины турбулентного пограничного слоя и в котором генерируется около 80% всей энергии турбулентности. Одно из свойств внутренней области заключается в том, что профиль скорости слабо зависит от числа Рейнольдса, продольного градиента давления и прочих внешних условий. Именно это свойство послужило основой для построения универсальных соотношений (пристеночных функций), связывающих параметры течения с расстоянием от стенки. Наряду с универсальностью профиля скорости во внутренней области, метод пристеночных функций опирается на использование гипотезы о локальном равновесии энергии турбулентных пульсаций, а также свойствах локальной изотропности диссипирующих вихрей.

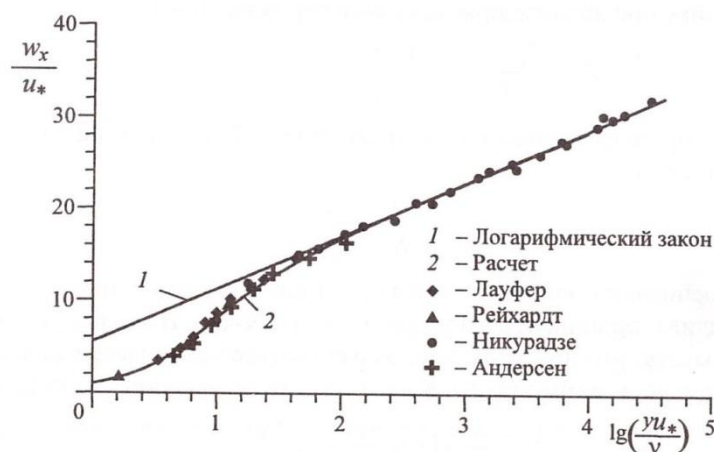


Рисунок 3. Универсальный закон распределения осредненной скорости в пристенном турбулентном течении [23].

На рисунке 3 представлено опытное распределение скорости по измерениям различных авторов, а также приведена кривая 1, соответствующая логарифмическому закону, и результаты численного расчета по обобщенной модели Кармана (кривая 2)

1.4.4 Модели $k - \omega$ и SST (модель сдвиговых напряжений Ментера)

Опыт расчетов отрывных турбулентных течений за плохообтекаемыми телами показал, что модели на основе уравнения для скорости диссипации ε показывают начало отрыва потока значительно ниже по течению, чем это наблюдается в экспериментах, причем расчетный размер рециркуляционной зоны и интенсивность движения в ней оказываются заниженными. В то же время оказалось, что другой класс моделей, где вместо уравнения переноса для ε используется уравнение для $\omega = k / \varepsilon$ (величина, обратная времени жизни крупных вихрей) приводит к лучшему согласию с экспериментами в данном классе течений, если зона отрыва невелика. Так называемая $k - \omega$ модель развивалась в работах Д. Вилкокса и легла в основу комбинированной модели сдвиговых напряжений, созданной позднее Ф. Ментором и объединяющей $k - \omega$ и $k - \varepsilon$ модели [24].

SST модель основана на линейной комбинации $k - \omega$ модели Вилкокса в приповерхностных областях и $k - \varepsilon$ модели вдали от поверхностей. Уравнения $k - \omega$ модели имеют следующий вид [25]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} ((\mu + \mu_k) \frac{\partial k}{\partial x_j}) + \rho P_k - \rho C_\mu k \omega \quad (43)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} ((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}}) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}) + \alpha_1 \frac{\omega}{k} \rho P_k - \rho \beta_1 \omega^2 \quad (44)$$

Уравнения $k - \varepsilon$ модели записываются так, чтобы использовать ω вместо ε :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} ((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k2}}) \frac{\partial k}{\partial x_j}) + \rho P_k - \rho C_\mu k \omega \quad (45)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 2}}) + 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \alpha_2 \frac{\omega}{k} \rho P_k - \rho \beta_2 \omega^2 \quad (46)$$

Турбулентная вязкость определяется равенством:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\varepsilon} \quad (47)$$

Считается, что $k - \omega$ модель лучше приспособлена к описанию пристеночных течений в пограничных слоях. Но, в свободных течениях вдали от твердых поверхностей (в набегающем потоке) возникает проблема задания численного значения ω на границах, где поток входит в расчетную область. Проблема заключается в том, что решение не зависит от указанного значения ω , и его значение нельзя устремить к нулю.

Для того, чтобы активировать каждую из перечисленных моделей в своей области течения на основе уравнений для $k-\varepsilon$ и $k-\omega$ моделей формулируется комбинированная $k-\omega$ модель:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \rho P_k - \rho C_\mu k \omega \quad (48)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) + (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} + \alpha_3 \frac{\omega}{k} \rho P_k - \rho \beta_3 \omega^2 \quad (49)$$

причем коэффициенты $\sigma_{k3}, \sigma_{\omega 3}, \alpha_3, \beta_3$ (рисунок 4) вычисляются как $\Phi_3 = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2$, где Φ_1, Φ_2 коэффициенты $k-\omega$ и $k-\varepsilon$ модели соответственно. Таким образом, вклад уравнений $k-\omega$ и $k-\varepsilon$ модели определяется значением функции – переключателя F_1 .

В SST модель внесены дополнительные модификации: генерация кинетической энергии ограничена сверху величиной $10C_\mu \rho k \omega$

$$\rho P_k = \min(\mu_t |\bar{S}|^2, 10C_\mu \rho k \omega) \quad (50)$$

Также предложены модели, в которых вместо $|\bar{S}|^2$ рекомендовано использовать $|\bar{S}| |\bar{\Omega}|$, где $\bar{\Omega}$ - модуль тензора скоростей вращения. Кроме того, турбулентная вязкость в SST модели вычисляется с учетом локального значения скорости деформации поля скорости:

$$\mu_t = \rho \frac{\alpha_k k}{\max(\alpha_1 \omega, |\bar{S}| F_2)} \quad (51)$$

где $|\bar{S}|$ вычисляется по формулам:

$$|\bar{S}| = \sqrt{2 \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}}}, \overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (52)$$

и F_2 – вторая функция переключателя. Формула для турбулентной вязкости допускает два предельных случая. В первом $\mu_t = \rho \frac{\alpha_1 k}{|\bar{S}| F_2}$, что соответствует гипотезе Бредшоу, в соответствии с которой турбулентное сдвиговое напряжение равно $\tau = \mu_t |\bar{S}| = \rho \alpha_1 k$

Данная гипотеза применима к пограничному слою, где $|\bar{S}|F_2 > \alpha_1 \omega$. В свободном сдвиговом слое $|\bar{S}|F_2 < \alpha_1 \omega$, и реализуется второй предельный случай, когда $\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}$.

Функции переключатели формулируются таким образом, чтобы определить, находится ли рассматриваемая точка внутри приповерхностного слоя или вне его. В результате функции F_1, F_2 принимают следующие предельные значения:

$$F_1 = \begin{cases} 0, & \text{вдали от поверхностей, } k - \varepsilon \text{ модель} \\ 1, & \text{внутри пограничного слоя у поверхностей, } k - \omega \text{ модель} \end{cases}$$

$$F_2 = \begin{cases} 0, & \text{комбинация } k - \varepsilon \text{ и } k - \omega \text{ моделей} \\ 1, & \text{SST модель} \end{cases}.$$

В SST модели первая функция – переключатель осуществляет выбор между $k - \omega$ (вблизи поверхностей) и $k - \varepsilon$ (вдали от поверхностей) моделями, а вторая активирует ограничитель в пограничном слое вплоть до поверхности стенки, что требует разрешения вязкого подслоя [26].

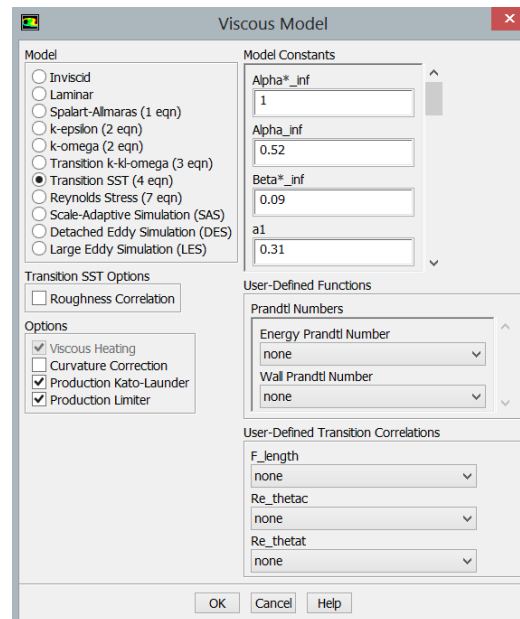


Рисунок 4. Окно параметров SST модели.

SST модель хорошо зарекомендовала себя в расчётах отрывных течений с небольшой зоной отрыва.

2. ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИИ И РАСЧЕТНОЙ СЕТКИ

2.1 Создание геометрии и расчетной области в Workbench.

Построения геометрической модели реализуется элементом Geometry. Геометрическая модель создается в модуле Design Modeler, который реализует современные методы моделирования плоской и трехмерной геометрии [27].

Основное окно Design Modeler (рисунок. 5) включает следующие основные элементы:

- главное меню и панели инструментов, которое позволяет управлять работой модуля и содержат команды для работы с геометрической моделью. Панели инструментов предоставляют быстрый доступ к наиболее важным или часто используемым командам;
- дерево построения. Содержит иерархическую последовательность команд построения геометрической модели;
- окно свойств выделенного элемента. Отображает различные настройки выделенных команд моделирования или объектов;
- окно модели. Отображает текущий результат моделирования.

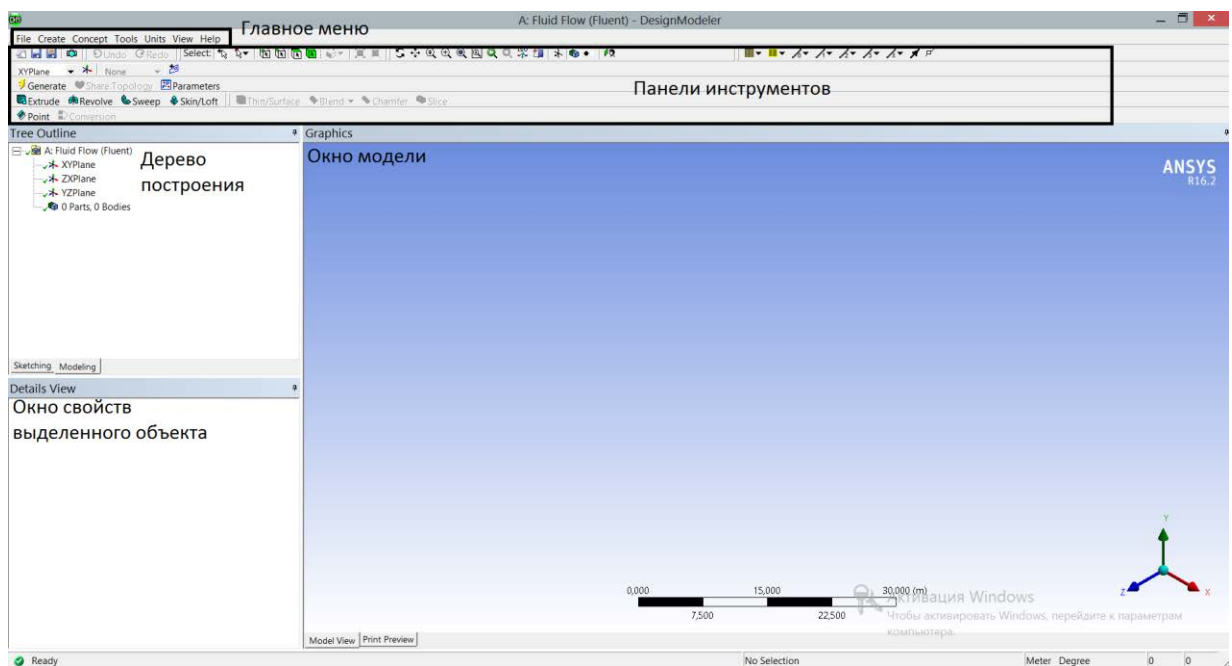


Рисунок 5. Основное окно Design Modeler.

Главное меню содержит следующие пункты:

- File – позволяет выполнять основные операции с файлами геометрии;
- Create – позволяет создавать и модифицировать трехмерные объекты;
- Concept - содержит инструменты для создания линий и поверхностей;
- Tools – содержит набор инструментов для постобработки трехмерных моделей

- View – позволяет задавать настройки отображения геометрической модели;
- Help – дает доступ к справочной системе по модулю Design Modeler.

Дерево построения (рисунок 6) является важнейшим инструментом моделирования и позволяет представить в удобном виде последовательность создания геометрической модели. В дереве построения отражены все операции в том порядке, в котором они применялись для построения геометрии. Некоторые команды могут быть соподчиненными, то есть результат выполнения одной является исходным для другой. По умолчанию новые команды добавляются в конец дерева построения, но пользователь может вставлять их между уже существующими.

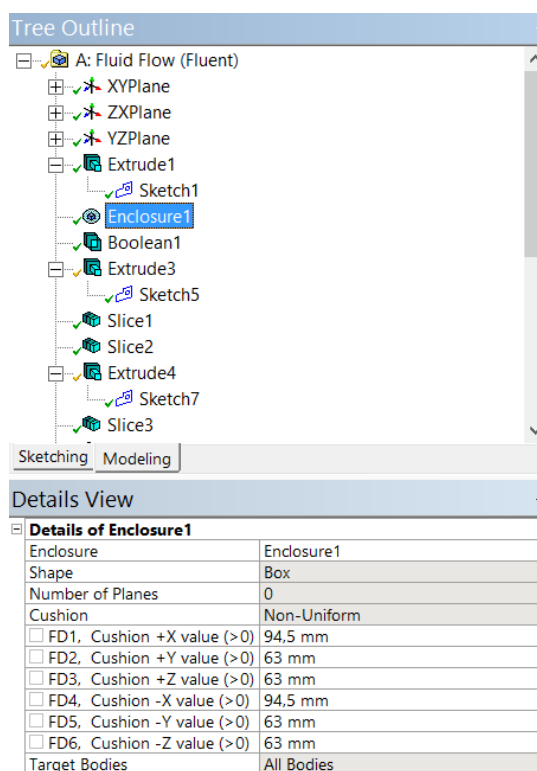


Рисунок 6. Дерево построения.

Дерево построения является важнейшим инструментом моделирования и позволяет представить в удобном виде последовательность создания геометрической модели. В дереве построения отражены все операции в том порядке, в котором они применялись для построения геометрии. Некоторые команды могут быть соподчиненными, то есть результат выполнения одной является исходным для другой. По умолчанию новые команды добавляются в конец дерева построения, но пользователь может вставлять их между уже существующими.

Окно свойств выделенного элемента отображает свойства текущего объекта, выбранного в дереве построения. Это могут быть параметры команд построения геометрических объектов, значения размеров, перечень структурных элементов объекта и

другие параметры. В данном окне можно изменять свойства объектов, выбирая необходимые пункты из меню или просто задавая численные значения параметров.

Окно модели отображает текущий результат моделирования, позволяет изменять вид, поворачивать и масштабировать модель. Управлять отображением можно кнопками на панели управления отображением или с помощью клавиатуры и мыши.

Создание любой геометрической модели начинается с выбора координатной плоскости для первичных построений. После этого на выбранной плоскости создается эскиз, состоящий из точек и линий. В дальнейшем к эскизу можно применять различные операции и получать на его основе трехмерные объекты. Модуль Design Modeler работает в двух режимах (рисунок 7): режиме эскизирования (Sketching) – когда создается или редактируется эскиз, и режиме моделирования (Modeling) – в котором выполняются различные операции с эскизом для получения объемных тел.

В режиме эскизирования окно дерева построения сменяется на окно инструментов эскизирования, которое содержит следующие группы:

- Draw – инструменты рисования эскиза;
- Modify – инструменты редактирования эскиза;
- Dimensions – инструменты, для задания размеров эскиза;
- Constraints – инструменты для задания ограничений и геометрических условий между элементами эскиза;
- Settings – параметры сетки построения эскиза.

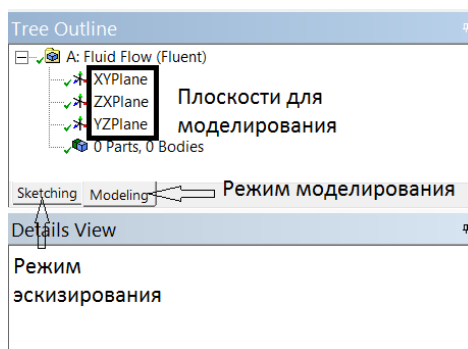


Рисунок 7. Окно выбора плоскостей для построения геометрии.

Для начала необходимо с помощью инструментов рисования изобразить эскиз, не учитывая размеры его отдельных элементов. При этом могут потребоваться инструменты из группы Modify для редактирования геометрических объектов или Constraints – для задания ограничений. После того, как общий контур эскиза создан, нужно задать ему необходимые размеры и завершить построение эскиза нажатием кнопки Generate.

После разработки эскиза к нему могут быть применены операции, позволяющие получить объемные тела. Также Design Modeler предоставляет инструменты для работы с

готовыми телами, которые позволяют оперировать созданными моделями, комбинировать их, редактировать грани и ребра. Для этого необходимо выйти из режима эскизирования и перейти в режим моделирования, выбрав вкладку Modeling и нижней части дерева построения. Кнопки для наиболее часто используемых при моделировании операций вынесены на панель инструментов. Соответствующие команды имеют ряд параметров, которые необходимо указывать в окне Details View, а для завершения команды нужно нажать кнопку Generate.

В данной работе использовались команды:

- Extrude – линейное выдавливание. Позволяет получить объем за счет прямолинейного смещения выбранного эскиза на некоторое расстояние в заданном направлении;

- Boolean (2режима: Unite и Subtract): Unite – объединение. В этом случае необходимо в Tool Bodies указать объекты для объединения. Subtract – Вычитание. В Target Bodies указывается исходный объект, а в Tool Bodies – вычитаемое тело.

- Slice (Slice by Plane и Slice by Surface)– разделение исходного объекта на несколько самостоятельных. Данная команда доступна в меню Create и активна только в случае, когда все тела, построенные на текущий момент, являются фиксированными.

- Slice by Plane – разделение плоскостью. Необходимо указать плоскость разделения (Base Plane). Если нужно разделить только некоторые из тел, то нужно изменить значение опции Slice Targets (по умолчанию – All Bodies) на Selected Bodies и выбрать необходимые тела.

- Slice by Surface – разделение поверхностью. Для этого нужно задать поверхность разделения (параметр Target Face) и выбрать необходимые тела (Slice Targets = Select Bodies). Если нужно разделять все тела, то Slice Bodies = All Bodies.

- Delete – удаление тела из дерева построения. Для завершения команды Body Operation в этом режиме необходимо указать удаляемое тело.

Помимо команд создания объемных геометрических моделей и управления ими, Design Modeler представляет дополнительные инструменты моделирования, реализующие ряд удобных функций. Поскольку в дальнейшем для создания модели предполагается разбиение на конечные элементы, задание граничных условий, можно объединять составные части модели в группы и присваивать им имена. Указанную функцию создания именованных групп реализует команда Named Selection, доступная в меню Tools или через контекстное меню элемента дерева построения [28]. Команда имеет единственный параметр (не считая имени), определяющий объекты, входящие в именованную группу.

2.2 Создание сетки для расчетной области в Workbench.

Для получения численного решения необходимо выполнить разбиение геометрических моделей конечно – элементной сеткой. Сетка генерируется на геометрической модели и является основой для решения системы уравнений [29].

Существует два способа генерации сетки:

- автоматическая генерация сетки с установленными по умолчанию при запуске на решение;
- генерация сетки с задаваемыми пользователем установками. В этом случае пользователь самостоятельно определяет особенности создаваемой сетки и задает значения параметров.

Раздел сетки элементов (Mesh) располагается в дереве проекта и позволяет управлять настройками сетки.

Раздел Defaults (рисунок 8) настроек содержит три вида настроек:

- установки, рекомендуемы для рассматриваемого вида физической задачи (Physics Preference);
- установка решателя (Solver Preference);
- фактор плотности сетки (Relevance).

Details of "Mesh"	Details of "Mesh"
Display Display StyleBody Color Defaults Physics PreferenceCFD Solver PreferenceFluent Relevance0 Sizing Inflation Assembly Meshing Patch Conforming Options Patch Independent Options Advanced Defeaturing Statistics	Display Display StyleBody Color Defaults Sizing Inflation Assembly Meshing Patch Conforming Options Patch Independent Options Advanced Defeaturing Statistics Nodes371952 Elements360632 Mesh MetricElement Quality Min0.17711 Max0.99781 Average0.41152 Standard Deviation0.19185

Рисунок 8. Дерево настроек параметров сетки.

Плотность сетки, созданной по умолчанию, можно изменять. Для этого следует выбрать фактор плотности сетки (Relevance), который можно менять в пределах от -100 до +100. По умолчанию задается значение, равное нулю. Для просмотра измененной сетки можно использовать команду Preview Surface Mesh.

В окне настроек в разделе Statistics находится информация о количестве и качестве генерируемых узлов и элементов.

Существует несколько способов контроля за плотностью сетки. При построении сеточной модели необходимо искать оптимальную дискретность сетки, учитывая при этом

задействованные ресурсы вычислительной системы (память, время и т.д.) и точность вычислений. Сетка с большим количеством узлов позволяет находить более точное решение, но увеличивает расчетное время и объем памяти. В идеале решение не должно зависеть от плотности сетки [30].

Установка размера элемента (Element Size) задает размер элемента во всей модели. Этот размер будет использован для создания сетки на всех ребрах, поверхностях и объемах. Данная опция будет недоступна при активированной функции дополнительных возможностей задания размера элемента (Use Advanced Size Function):

- по умолчанию генерируется сетка, соответствующая фактору плотности (Relevance) и начальному размеру (Initial Size Seed);
- может быть введено численное значение размера элемента (рисунок 9).

Меню Insert (рисунок 10) позволяет выбирать геометрическую форму элементов, содержит команды для управления размерами элементов создаваемой сетки и инструменты ее локального измельчения.

Выбор опции Method выпадающего меню Insert панели инструментов позволяет выбирать форму элементов при автоматической генерации сетки, при этом в разделе Score (область применения) в строке Geometry

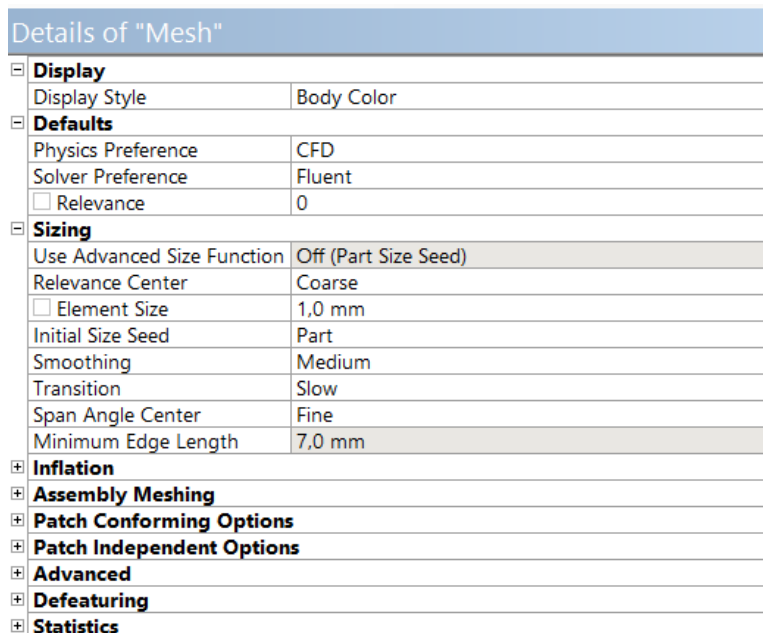


Рисунок 9. Установка размера элемента.

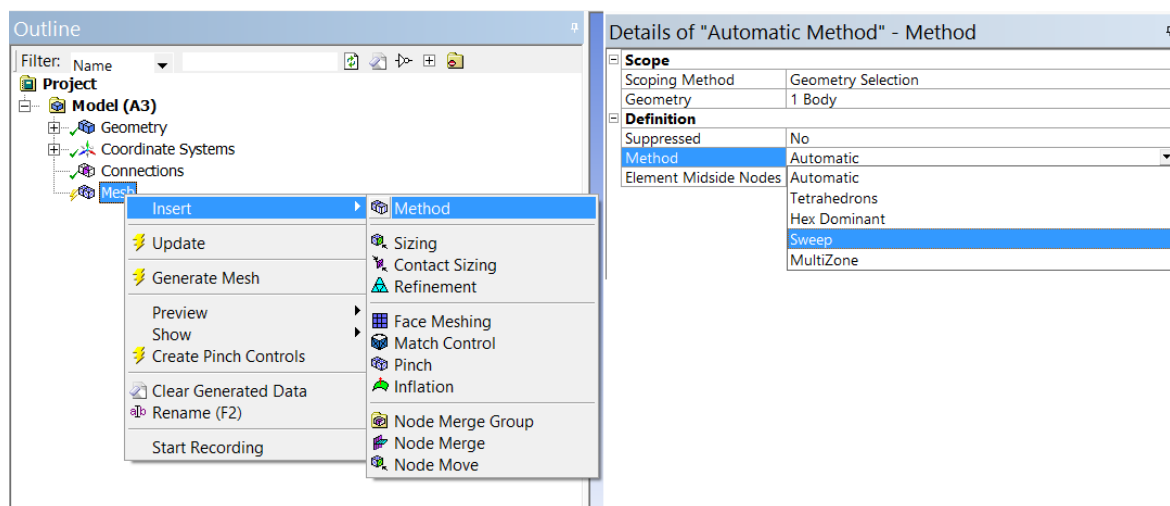


Рисунок 10. Управление размерами элементов создаваемой сетки.

необходимо подтвердить выбранный объект нажатием клавиши Apply. После этого в окне настроек становятся доступными следующие условия создания элементов:

- Automatic (автоматически) – заполняет объем генерацией параллелепипедов, а где это невозможно, использует трехгранные призмы;
- Tetrahedrons (тетраэдры) – создает элементы тетраэдрической формы;
- Hex Dominant (преимущественно гексаэдры) – создает, по возможности, параллелепипеды, а где это невозможно, использует пирамиды и тетраэдры;
- Sweep (протягивание) – создает элементы протягиванием;
- MultiZone – генератор сетки автоматически выбирает зоны, в которых можно создать сетку протягиванием, а где это невозможно, заполняет тетра-сеткой.

В Workbench имеется возможность локального изменения сетки. Выбрав позицию Sizing (размер элементов) выпадающего меню Insert панели инструментов, можно изменить плотность сетки локально. В окне настроек в строке Type доступны следующие опции:

- Element Size (размер элементов) – задает среднюю длину сторон элементов для выбранных геометрических объектов;
- Number of Divisions (число разбиений) – задает количество элементов на ребре для выбранных геометрических объектов;
- Sphere of Influence (зона изменений в форме сферы) – задает радиус сферы, внутри которой элементы генерируются с заданным размером.

Параметры Sizing позволяют изменить плотность сетки отдельной области, увеличить или уменьшить размер элементов относительно параметров, заданных глобально (рисунок 11).

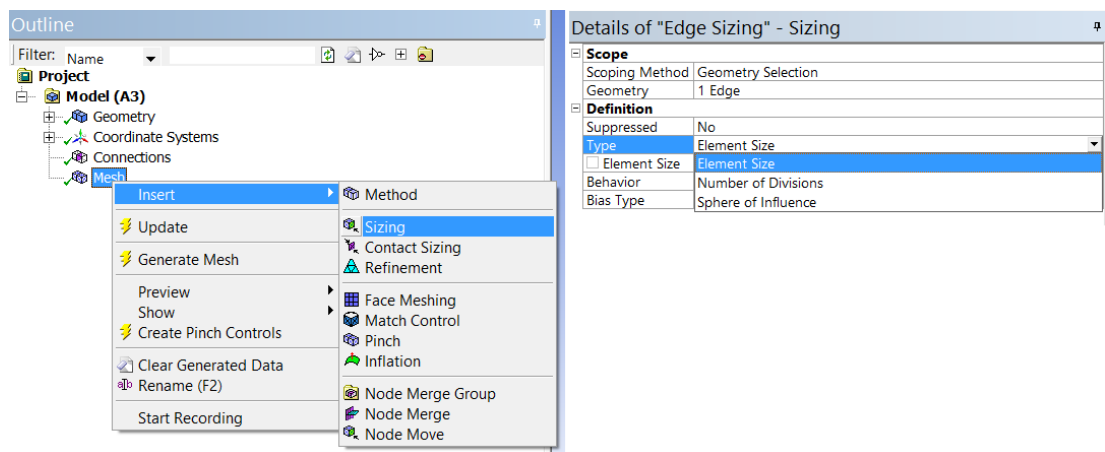


Рисунок 11. Управление параметрами плотности сетки в локальной зоне.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен поиск и изучение научных работ по проблеме вычисления аэродинамических коэффициентов при обтекании прямоугольной призмы сверхзвуковым потоком воздуха.

Представлена математическая модель турбулентного движения с физически обоснованными граничными условиями. Математическая модель основана на осредненных уравнениях Навье-Стокса, с учетом SST модели турбулентности.

Определены аэродинамические коэффициенты и газодинамические параметры при обтекании тел разной длины. Для тел, обтекаемых потоком, скорость которого в числах Маха составляет 2,06, получено совпадение значений коэффициентов лобового сопротивления экспериментальных и расчетных данных с относительным рассогласованием не превышающим 3%. Для тел, обтекаемых потоком с числом Маха равным 4,04 соответствующие величины коэффициента лобового сопротивления отличаются не более чем на 5 %. Расчеты проводились для движения тел с нулевым углом атаки.

Проведено исследование зависимости аэродинамических коэффициентов от чисел Маха для прямоугольной призмы, длина которой составляет 0,021 м. Рассогласование экспериментальных данных для коэффициента лобового сопротивления с расчетными не превышает 2%. Также было проведено сравнение полученной закономерности изменения коэффициента лобового сопротивления при увеличении числа Маха с законом 1943 г.

Исследована зависимость аэродинамических коэффициентов от углов атаки для двух скоростей $M=2,06$ и $M=4,04$. Для числа Маха 2,06 рассогласования экспериментальных данных с результатами расчета для коэффициента лобового сопротивления составляет 4%, для коэффициента подъемной силы – 6%, для коэффициента момента тангажа не превышает 7%. Для числа Маха 4,04. При обтекании исследуемого тела потоком газа, имеющим скорость 4,04 Маха расчетные данные отличаются от экспериментальных для коэффициента лобового сопротивления на 3%, для коэффициента подъемной силы - на 5%, и для коэффициента момента тангажа - также на 5%.

Достоверность численного решения подтверждается проведением тестовых расчетов на сеточную сходимость. Результаты численного решения задачи, представленные в работе, не противоречат физике рассматриваемого течения.

Адекватность выбранной модели подтверждается сравнением полученных численных расчетов с экспериментальными данными

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости./ пер. с англ. В. П. Вахомчика и А. С. Попова ; под ред. Г. Ю. Степанова- М. : РХД , 2004.- 757с
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. - 840 с.
3. Хинце И.О. Турбулентность.- М.: Физматгиз, 1963.- 680с.
4. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика.-М.:Наука, 1965, ч.1.-640 с.,ч.2.-720 с.
5. Шваб В. А., Шваб А. В. Пристенные турбулентные течения.-Томск: ТГУ, 1980-207с.
6. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса./Докл . АН СССР. 1941. Т. 30, № 4. с. 299 – 303.
7. Рейнольдс О. О динамической теории несжимаемой жидкости и определяющих критериях. – В сб.: Проблемы турбулентности, ОНТИ, 1936.
8. Rathakrishnan E. Theoretical Aerodynamics. NewYork, Wiley, 2013. 560 p.
9. Абрамович Б.Н. Теория турбулентных струй. М. "Наука".1986 - 715с.
10. Бай Ши-И. Турбулентное течение жидкостей и газов. -М.: Ин.Лит., 1962. - 344с.
11. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.-М.: Наука, 1974.- 712с.
12. Boussinesq J.Essai sur la theorie des eaux courantes.- 1877.— 680с.
13. Ламб Г. Гидродинамика.-М.-Л.:ОГИЗ, 1947.- 928с.
14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.VI.Гидродинамика.-М.: Наука, 1988.-736с.
15. Фриш У. Турбулентность. Наследие А.Н.Колмогорова.-М.: ФАЗИС, 1998.- 343 с.
16. Зимин В. Д. Турбулентность: учебное пособие по спецкурсу Пермь: ПГУ , 1986 - 74 с.
17. Белов И.А., Исаев С.А. Моделирование турбулентных течений.Учебное пособие. — СПб: Изд-во БГТУ, 2001. — 108 с.
18. F.R.Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. // AIAA, 1994.Vol. 32, No 8. P. 1598 -1605.
19. Снегирёв А.Ю. Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений: Учеб. пособ. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. — 143 с.
20. Wilcox D. C. Turbulence Modeling for CFD. La Canada, California: DCW Industries Inc., 1998. — 477 p.
21. Фейдж Э., Тауененд Х. Ч. В сб.: Проблемы турбулентности. ОНТИ, 1936
22. Шваб А.В. Теория конвективного теплообмена: Учебное пособие.-Том Изд-во НТЛ, 2007.-188с.
23. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32, No 8. P. 1598–1605.

24. Menter F. R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model // *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4* / Ed. by K. Hanjalic, Y. Nagano, M. Tummers. Begell House Inc., 2003. P. 625–632.
25. Menter F. R. Eddy Viscosity Transport Equations and their Relation to the Model // *ASME Journal of Fluids Engineering*. 1997. Vol. 119, No 4. P. 876–884
26. ANSYS FLUENT 6.3 Documentation. Ansys Inc., 2007.
27. Documentation for ANSYS ICEM CFD 13.0, © SAS IP, Inc., 2011.
28. Л. Сегерлинд. Применение метода конечных элементов: Пер. с англ. М.: Мир. 1979. – 393 с.
29. Farrashkhalvat M., Miles J. Basic Structured Grid Generation, With an introduction to unstructured grid generation. 2003, Elsevier Ltd., 256p
30. В. В. Фарапонов, Н. В. Савкина, А.С. Дьячковский, А.В.Чупашев. Расчет аэродинамического коэффициента лобового сопротивления тела в дозвуковых и транзвуковых режимах движения с помощью пакета ANSYS Fluent//Компьютерные исследования и моделирование. 2012. Выпуск№4
31. Фарапонов В. В., Савкина Н. В., Дьячковский А. С., Чупашев А. В. // Компьютерные исследования и моделирование. – 2012. – Т. 4. – № 4. – С. 845-855.
32. В. И. Биматов, В. В. Фарапонов, Н. В. Савкина Математическое моделирование обтекания тел на основе программного модуля ANSYS CFX
33. Зенкевич О., Метод конечных элементов в технике, М.: Мир , 1975 - 541с.
34. Г. Н. Абрамович Прикладная газовая динамика : учебник для втузов, М.: Наука , 1976 - 888 с.
35. Чжен, П. К. Отрывные течения : В 3-х т. /Пер. с англ. Голубинского; Под ред. Г.Майкапара Т. 1 М.: Мир , 1972 - 299с.
36. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Внешняя баллистика: учеб. для вузов. 4-е изд. М.: Машиностроение, 2005 - 608 с.
37. Шапиро Я.М. Внешняя баллистика. М.: Оборонгиз, 1946.
38. Вентцель Д.А., Окунев Б.Н., Шапиро Я.М. Внешняя баллистика. Ч. I. Л.: Арт. акад. им. Ф.Э. Дзержинского, 1933 - 368 с
39. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Внешняя баллистика: учеб. для вузов. 4-е изд. М.: Машиностроение, 2005 - 608 с.
40. H u a n g P. G., C o a k l e y T. J. Turbulence modeling for high speed flows // AIAA Paper. 1993. № 92-0436, 15 p

Отчет о проверке на заимствования №1

Автор: natalia.gimaeva@inbox.ru / ID: 4401591

Проверяющий: natalia.gimaeva@inbox.ru / ID: 4401591

Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» <http://www.antiplagiat.ru>

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 23
Начало загрузки: 15.06.2018 08:42:07
Длительность загрузки: 00:00:02
Имя исходного файла: диплом Гимаева
Размер текста: 5359 кБ
Символов в тексте: 75062
Слов в тексте: 9336
Число предложений: 661

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Последний готовый отчет (ред.)
Начало проверки: 15.06.2018 08:42:10
Длительность проверки: 00:00:02
Комментарии: не указано
Модуль поиска:

ЗАИМСТВОВАНИЯ	ЦИТИРОВАНИЯ	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
15,86%	0%	84,14%



Заимствования — доля всех найденных текстовых пересечений, за исключением тех, которые система отнесла к цитированиям, по отношению к общему объему документа.
Цитирования — доля текстовых пересечений, которые не являются авторскими, но система посчитала их использование корректным, по отношению к общему объему документа. Сюда относятся оформленные по ГОСТу цитаты; общепотребительные выражения; фрагменты текста, найденные в источниках из коллекций нормативно-правовой документации.
Текстовые пересечения — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.
Источник — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.
Оригинальность — доля фрагментов текста проверяемого документа, не обнаруженных ни в одном источнике, по которым шла проверка, по отношению к общему объему документа.
Заимствования, цитирования и оригинальность являются отдельными показателями и в сумме дают 100%, что соответствует всему тексту проверяемого документа.
Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые пересечения проверяемого документа с проиндексированными в системе текстовыми источниками. При этом система является вспомогательным инструментом, определение корректности и правомерности заимствований или цитирований, а также авторства текстовых фрагментов проверяемого документа остается в компетенции проверяющего.

№	Доля в отчете	Доля в тексте	Источник	Ссылка	Актуален на	Модуль поиска	Блоков в отчете	Блоков в тексте
[01]	7,01%	11,88%	не указано	http://window.edu.ru	раньше 2011	Модуль поиска Интернет	153	234
[02]	0,04%	3,37%	Высокопроизводительные вычисления в технической ...	http://window.edu.ru	04 Июнь 2012	Модуль поиска Интернет	2	51
[03]	2,94%	3,14%	Высокопроизводительные вычисления в технической ...	http://window.edu.ru	04 Июнь 2012	Модуль поиска Интернет	49	52

Еще источников: 17
Еще заимствований: 5,87%

Тимофеева Н.Р.

Руководитель ВКР: *Савицкая Н.В.*

Заключение
руководителя ООП 16.03.01 Техническая физика
профиль «Теплофизика»

Руководствуясь п.3.2 «Регламента размещения текстов выпускных квалификационных работ в электронной библиотеке НИ ТГУ» (Приказ ректора №301/ОД от 22.04.2016) выпускную квалификационную работу Гимаевой Н.Р. следует разместить в депозитарий НБ НИ ТГУ с изъятием главы 3 и Приложения А, Приложения Б, Приложения В, Приложения Г, Приложения Д.

Руководитель ООП
Техническая физика



Э.Р.Шрагер