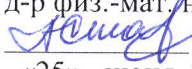


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Механико-математический факультет
Кафедра математического анализа и теории функций

ДОПУСТИТЬ К ПРЕДСТАВЛЕНИЮ ГЭК
Руководитель ООП
д-р физ.-мат. наук, профессор
 А.В. Старченко
«25» июня 2020 г.

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД
об основных результатах подготовленной научно – квалификационной работы
(диссертации)
**Пространства непрерывных функций на сигма-оболочках конечных и
бесконечных множеств**
по основной образовательной программе подготовки научно-педагогических кадров в
аспирантуре
направление подготовки 01.06.01 – Математика и механика

Тыдыков Карим Анатольевич

Научный руководитель
д-р. физ.-мат. наук, профессор
 С.П. Гулько
«25» июня 2020 г.

Автор работы
аспирант
 К.А. Тыдыков

Томск-2020

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Данное исследование посвящено изучению вопросов, связанных с пространствами, являющимися подпространствами в тихоновских произведениях вещественных прямых, а именно с сигма-произведениями, а также с пространством непрерывных функций на сигма-произведениях в топологии поточечной сходимости.

Понятие сигма-произведения было введено Корсоном [1] в 1959, где он доказал, что сигма-произведение полных метрических пространств нормально. Также он поставил вопрос: является ли сигма-произведение копий множества рациональных чисел нормальным или нет.

В 1973 А. П. Комбаров и В. И. Малыхин [14] ответили на этот вопрос положительно, показав, что сигма-произведение сепарабельных метрических пространств коллективно нормально.

В 1977 С. П. Гулько [3] и М. Э. Рудин [4] независимо доказали, что каждое сигма-произведение метризуемых пространств коллективно нормально.

Хорошо известно, что каждое метрическое пространство является паракомпактным r -пространством (в смысле Архангельского) со счётной теснотой. Пространство X паракомпактное r -пространство тогда и только тогда, когда оно паракомпактное M -пространство (в смысле Мориты) тогда и только тогда, когда X совершенный прообраз метрического пространства, то есть существует метрическое пространство T и совершенное отображение $f: X \rightarrow T$.

В 1978 Комбаров [5] обобщил результат Гулько показав, что каждое произведение паракомпактных r -пространств коллективно нормально тогда и только тогда, когда все координатные пространства имеют счетную тесноту.

В 1983 М. Э. Рудин [4] доказала, что каждое сигма-произведение метризуемых пространств обладает сжимающим свойством.

В 1985 А. Л. Донне [7] обобщил этот результат на класс паракомпактных r -пространств со счетной теснотой. Неизвестно является ли сигма-произведение лашневских пространств нормальным или нет. Сигма-произведение копий ω_1 нормально.

В 1992 Т. Дэниел и Г. Грюнхаге [13] построили пример ненормального сигма-произведения в котором каждая счётная грань была паракомпактна, совершенно нормальна и с первой аксиомой счётности. Однако, если каждое конечное подпроизведение

наследственно сепарабельно, тогда сигма-произведение коллективно-нормально если каждая счётная грань нормальна.

Каждое нетривиальное сигма-произведение не наследственно нормально, на самом деле верен следующий факт: Для сигма-произведения несчётного числа координат, каждая из которых имеет по крайней мере две точки, $\Sigma \setminus x$ ненормально для любой точки $x \in \Sigma$. Сигма-произведение метризуемых пространств является пространством Фреше-Урысона.

Компактное подпространство в сигма-произведении прямых называется компактом Корсона [20]. Данный класс компактов имеет большое количество связей с другими классами компактов, естественным образом возникающих в функциональном анализе. В частности, этот класс расширяет класс компактов Эберлейна и, следовательно, содержит все метризуемые компакты [17].

Класс компактов Корсона замкнут относительно многих естественных операций. В частности, произведение счётного семейства компактов Корсона является компактом Корсона, замкнутое подпространство компакта Корсона это снова компакт Корсона и все непрерывные образы компакта Корсона тоже компакты Корсона (С.П. Гулько, Э. Майкл, М.Э. Рудин [17]).

Компакты Корсона очень интересны с чисто топологической точки зрения. Они имеют простое и естественное определение в топологических терминах, а также впечатляет список важных топологических свойств, которыми они обладают.

Цель работы. Данная работа посвящена изучению свойств сигма-произведений и пространств непрерывных функций на сигма-произведениях в топологии поточечной сходимости.

Общая методика исследования. В работе используются методы и приёмы общей топологии и Ср-теории.

Научная новизна. В работе изложены некоторые свойства типа полноты пространства непрерывных функций в топологии поточечной сходимости на сигма-произведениях. Также рассмотрен спектр частот сигма-произведения дискретного двоеточия, согласно характеристике введённой А.В. Архангельским

Теоретическая и практическая ценность. Данная работа носит теоретический характер. Результаты её могут использоваться в последующих исследованиях теории топологических пространств непрерывных функций.

Апробация результатов. Результаты работы докладывались на конференциях:

Всероссийская молодежная научная конференция "Все грани математики и механики", (2017)

Всероссийская конференция по математике и механике, посвященная 70-летию ММФ (2018)

Содержание работы.

1. Любой компакт Корсона это пространство Фреше-Урысона, то есть каждая точка в замыкании множества является пределом некоторой последовательности точек этого множества. Это верно, так как всё сигма-произведение обладает этим свойством [17]. Каждый компакт Корсона X является монолитным пространством. В частности, замыкание каждого счётного подмножества A в X это метризуемый компакт. Эти два свойства влекут третье: каждый компакт Корсона имеет всюду плотное множество точек с первой аксиомой счётности. Однако, в то время как любой компакт Эберлейна содержит плотное метризуемое подпространство, это выполняется не для всякого компакта Корсона. Также класс компактов Корсона не замкнут относительно несчётных произведений.

Н. Н. Яковлев установил строго наследственное свойство компактов Корсона типа паракомпактности: каждое полпространство компакта Корсона является металинделёфовым [20]. Г. Грюнхаге показал, что компакт X является компактом Корсона тогда и только тогда, когда дополнение до диагонали в произведении $X \times X$ является металинделёфовым пространством. Этот результат можно сравнить со следующей теоремой А. П. Комбарова: компакт X является компактом Корсона тогда и только тогда, когда дополнение до диагонали в $X \times X$ это объединение точечно-счётного семейства открытых прямоугольных множеств в $X \times X$. Компакт является компактом Корсона тогда и только тогда, когда имеет точечно-счётное T_0 -разделяющее покрытие из открытых F_σ множеств.

Несколько важных теорем о компактах Корсона вовлекают пространство непрерывных функций. Будет ли хаусдорфов компакт X компактом Корсона зависит только от топологической структуры $C_p(X)$. Если X и Y хаусдорфовы компакты и $C_p(X)$ гомеоморфно $C_p(Y)$, то X – компакт Корсона тогда и только тогда, когда Y – компакт Корсона.

С. П. Гулько доказал, что для любого компакта Корсона X , пространство $C_p(X)$ является линделёфовым. Также он установил, что для любого компакта Корсона все пространства $C_p(X)$, $C_p(C_p(X))$, ..., $C_{p,n}(X)$,... являются линделёфовыми [18]. Г. А.

Соколов установил, что для компакта Корсона X пространство $C_p(X)$ не обязательно линделёфово Σ -пространство [19]. С другой стороны, С. П. Гулько доказал, что если $C_p(X)$ является линделёфово Σ -пространством и X хаусдорфов компакт, тогда X компакт Корсона [18]. Благодаря этому замечательному результату компактные пространства X , такие что $C_p(X)$ линделёфово Σ -пространство, называются компактами Гулько.

2. Σ -произведением пространств X_t с центром в точке x называется подпространство в тихоновском произведении $\Sigma(X, x) = \{z \in X; |\{t; z(t) \neq x(t)\}| \leq \aleph_0\}$.

Для пространства Y его вещественным пополнением называется пространство $\nu X = \overline{i(X)}^{R^{C(X)}}$, где i - диагональное произведение всех непрерывных отображений на X

Пространство называется вещественно компактным если $\nu X = X$, следующие условия эквивалентны понятию вещественной компактности:

1. Для любого $y \in \beta X \setminus X$ существует G_δ -множество U в βX , такое что $y \in U \subset \beta X \setminus X$.
2. X вкладывается как замкнутое подпространство в R^τ для некоторого τ .
3. Если X плотное собственное подпространство пространства Z , тогда существует непрерывная функция $f: X \rightarrow R$, которая не имеет непрерывного продолжения на всё пространство Z .

Теорема. Если каждое X_t является метрическим пространством, то $C_p(\Sigma(X, x))$ является вещественно компактным.

Доказательство.

Из того, что каждая строго τ -непрерывная функция является τ непрерывной следует, что слабая функциональная теснота $\tau_m(X)$ не превосходит функциональную тесноту $\tau_0(X)$, то есть $\tau_m(X) \leq \tau_0(X)$.

Если теснота пространства X равна $\tau(X) = \tau$, то для любого замкнутого множества $F \subset X$ и точки из замыкания $x \in \overline{F}$ существует подмножество $H \subset F$, такое что $|H| \leq \tau$ и $x \in \overline{H}$. Пусть $f: X \rightarrow R$ любая τ -непрерывная функция на X . Эта

функция непрерывна на множестве $\{x\} \cup H$, а значит $f(x) \in \overline{f(H)} \subset \overline{f(F)}$. Это значит, что любая τ - непрерывная функция непрерывна, то есть $t_0(X) \leq t(X)$.

Из теоремы Комбарова [5] следует, что если пространства X_α — метрические для каждого $\alpha \in T$, то $\Sigma(X, x)$ имеет счетную тесноту, а значит и слабая функциональная теснота тоже счётная $t_m(\Sigma(X, x)) = \aleph_0$. Следовательно, каждая строго $\aleph_0$ - непрерывная функция на сигма-произведении является непрерывной на нём.

Известна теорема [15], гласящая, что для любого пространства X , пространство $\mathcal{C}_p(X)$ гомеоморфно подпространству $\mathbb{R}^X$, которое состоит из всех строго $\aleph_0$ - непрерывных функций. А значит $\mathcal{C}_p(\Sigma(X, x)) = C_p(\Sigma(X, x))$ и пространство является вещественно компактным.

3.

Две основные топологические операции, с помощью которых можно построить новые пространства из существующих — переход к факторпространству и сужение на подпространство — выводят из класса метрических пространств в очень большую область пространств со счётной теснотой. Ещё одна из самых важных элементарных операций, используемых для получения новых топологических пространств, — операция тихоновского произведения. Относительно произведения класс секвенциальных пространств не замкнут, равно как и класс пространств Фреше-Урысона. Метрические пространства и пространства с первой аксиомой счётности замкнуты относительно счётных произведений, но уже произведение двух пространств счётной тесноты может не быть пространством счётной тесноты, то также верно и для пространств Фреше – Урысона и для секвенциальных пространств.

Изучая свойство топологической тесноты, секвенциальности и свойство Фреше — Урысона, А.В. Архангельский ввёл понятие спектра частот топологического пространства.

Определение. Кардинал τ называется частотой пространства X в точке $x \in X$, если $t(x, [X]_\tau) \leq \tau$ где оператор $[]$ нижнего τ -замыкания берется в какой-нибудь компактификации cX .

- Определение.** 1. Если $x \in X$, то $Sp(x, X) = \{\tau; \tau - \text{частота } X \text{ в } x\}$
2. Если $X \neq \emptyset$, то $Sp(X) = \bigcap_{x \in X} Sp(x, X)$

Класс $Sp(x, X)$ называется спектром частот пространства X в точке x , а класс $Sp(X)$ называется спектром частот непустого пространства X . Спектром частот пустого пространства считается класс всех кардиналов.

Предложение (2.5[16]). Если $A \subset B$, то $Sp(B) \subset Sp(A)$

Предложение (2.9[16]). Если X локально-компактно или удовлетворяет первой аксиоме счётности, то $Sp(X) = \{\tau; \tau \geq t(X)\}$

Теорема(3.6[16]). Пусть X пространство и τ кардинал. Тогда следующие пять условий эквивалентны:

1. $\tau \notin Sp(X)$;
2. Существует точка $x \in X$, в которой X τ -сингулярно;
3. Существует пространство Z для которого $t(Z) \leq \tau$ и $t(X \times Z) > \tau$;
4. Для любого τ -расширения rX пространства X , $t(X, rX) > \tau$;
5. Существует τ -расширение rX пространства X , для которого $t(X, rX) > \tau$.

Пусть $Y = \bigcup_{i=1}^n \Sigma(x_i) \subset X = \prod_{a \in A} \{0,1\}_a$, $|A| = \tau$. Тогда $t(X) = \tau$, а из предложения (2.9) следует, что $Sp(X) = \{\theta; \theta \geq \tau\}$ а из предложения 2.5 $Sp(X) \subset Sp(Y)$.

В качестве τ -расширения rY пространства Y возьмём пространство X . Тогда для кардиналов θ , которые меньше τ выполняется:

$$t(Y, rY) = t(Y, X) = \sup_{y \in Y} t(y, X) = \tau > \theta$$

По теореме 3.6 θ не принадлежит спектру $Sp(Y)$. Значит $Sp(Y) = \{\theta; \theta \geq \tau\}$

Литература

- [1] Н. Н. Corson, Amer. J. Math., 81:3 (1959), 785–796.
- [2] Л. С. Понтрягин, Непрерывные группы, Математика в монографиях: Основная сер., 3, Гостехиздат, М.–Л., 1938.
- [3] С. П. Гулько, Докл. АН СССР, 237:3 (1977), 505–508.
- [4] K. Kunen, J. E. Vaughan (eds.), Handbook of Set-Theoretic Topology, North-Holland Publ., Amsterdam, 1984.
- [5] А. П. Комбаров, Докл. АН СССР, 239:4 (1978), 775–778.
- [6] А. В. Архангельский, Матем. сб., 67:1 (1965), 55–88.
- [7] Н. С. Лашнев, Докл. АН СССР, 170 (1966), 505–507.
- [8] J.-I. Nagata, Modern General Topology, Bibliotheca Mathematica, 7, North-Holland Publ., Amsterdam, 1968.
- [9] K. Eda, G. Gruenhage, P. Koszmider, K. Tamano, S. Todorćevi'c, Topology Appl., 67:3 (1995), 189–220.
- [10] А. П. Комбаров, Докл. АН СССР, 199 (1971), 526–528.
- [11] А. В. Архангельский, В. И. Пономарев, Основы общей топологии в задачах и упражнениях, Наука, М., 1974.
- [12] Энгелькинг Р., Общая топология, - Мир (1986).
- [13] V.V. Tkachuk, Embeddings and frames of function spaces, - J. Math. Anal. Appl. 357 (2009) 237–243, (2008).
- [14] Kombarov A. P., Malyhin V. I., On Σ - products, Soviet Math. Dokl., 14 (6), 1980-1983, (1973).
- [15] Vladimir V. Tkachuk, A Cp-Theory Problem Book: Special Features of Function Spaces, - Springer (2010).
- [16] Архангельский А. В., Спектр частот топологического пространства и операция произведения. Труды ММО. 1979, том 40, 171-206.
- [17] Архангельский А.В. Топологические пространства функций. - М.: Издательство МГУ. – 1989. – 222с.

- [18] Гулько С. П, О структуре пространств непрерывных функций и их наследственной паракомпактности // Успехи мат. наук,— 1979.— 34, № 6.— Q 33 40.
- [19] Соколов Г. А. О линделёфовых пространствах непрерывных функций // Мат. заметки, — 1986.— 39, № 6.— С. 887-894.
- [20] Corson H. H. Normality in subsets of product spaces // Amer. J. Math.— 1959.— 81.— С 785—796.
- [21] Яковлев Н . Н., К теории g-метризуемых пространств, Докл. АН СССР, 229, № 6 (1976), 1330-1331.

Отчет о проверке на заимствования №1



Автор: spinnp@yandex.ru / ID: 8191041

Проверяющий: spinnp@yandex.ru / ID: 8191041)

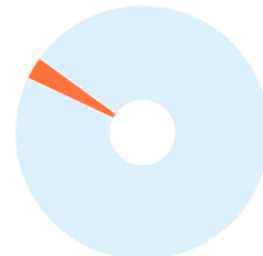
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат»- <http://users.antiplagiat.ru>

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 4
Начало загрузки: 25.06.2020 11:59:42
Длительность загрузки: 00:00:01
Имя исходного файла: докладплаг.pdf
Название документа: докладплаг
Размер текста: 1 кБ
Символов в тексте: 11309
Слов в тексте: 1488
Число предложений: 92

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Последний готовый отчет (ред.)
Начало проверки: 25.06.2020 11:59:44
Длительность проверки: 00:00:02
Комментарии: не указано
Модули поиска: Модуль поиска Интернет



ЗАИМСТВОВАНИЯ

2,95%

САМОЦИТИРОВАНИЯ

0%

ЦИТИРОВАНИЯ

0%

ОРИГИНАЛЬНОСТЬ

97,05%

Заимствования — доля всех найденных текстовых пересечений, за исключением тех, которые система отнесла к цитированиям, по отношению к общему объему документа.
Самоцитирования — доля фрагментов текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника, автором или соавтором которого является автор проверяемого документа, по отношению к общему объему документа.

Цитирования — доля текстовых пересечений, которые не являются авторскими, но система посчитала их использование корректным, по отношению к общему объему документа. Сюда относятся оформленные по ГОСТу цитаты; общеупотребительные выражения; фрагменты текста, найденные в источниках из коллекций нормативно-правовой документации.

Текстовое пересечение — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.

Источник — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.

Оригинальность — доля фрагментов текста проверяемого документа, не обнаруженных ни в одном источнике, по которым шла проверка, по отношению к общему объему документа.

Заимствования, самоцитирования, цитирования и оригинальность являются отдельными показателями и в сумме дают 100%, что соответствует всему тексту проверяемого документа.

Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые пересечения проверяемого документа с проиндексированными в системе текстовыми источниками. При этом система является вспомогательным инструментом, определение корректности и правомерности заимствований или цитирований, а также авторства текстовых фрагментов проверяемого документа остается в компетенции проверяющего.

№	Доля в отчете	Источник	Ссылка	Актуален на	Модуль поиска
[01]	1,75%	http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/services/Download/vital:10935/SOURCE01	http://vital.lib.tsu.ru	24 Янв 2020	Модуль поиска Интернет
[02]	0,52%	Спектральный анализ разностных операторов и отношений в весовых ...	http://dissers.ru	09 Мая 2020	Модуль поиска Интернет
[03]	0,68%	Об одном алгоритме вычисления оптимальных стратегий на бесконечн...	https://cyberleninka.ru	04 Мая 2020	Модуль поиска Интернет

Еще источников: 5

Еще заимствований: 0%