

УДК 539.12

Н.В. МАКСИМЕНКО, С.М. КУЧИН*****ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРА МАСС КВАРКОНИЕВ МЕТОДОМ НИКИФОРОВА – УВАРОВА**

Уравнение Шредингера для потенциала, являющегося суммой потенциала гармонического осциллятора, линейного и кулоновского потенциалов, решается методом Никифорова – Уварова при больших и малых расстояниях между частицами, находящимися в связанном состоянии. Получены асимптотические разложения для энергетических уровней и волновых функций, а также найдена волновая функция и энергия основного состояния. Рассчитан спектр масс тяжелых кваркониев и их радиус.

Ключевые слова: кварконий, спектр масс, радиус, метод Никифорова – Уварова.

Введение

Решение спектральной задачи для уравнения Шредингера со сферически-симметричными потенциалами является одной из важнейших задач для описания спектров кваркониев.

Потенциальные модели дают неплохое описание спектров масс таких систем, как кварконий, чармоний и др. При моделировании потенциалов взаимодействия этих систем обычно используют потенциалы удерживающего типа. Запирающие потенциалы могут иметь любую форму. Одним из таких потенциалов являются, например, «корнельский» потенциал с двумя слагаемыми, из которых одно ответственно за кулоновское взаимодействие кварков, а второе соответствует удерживающему потенциалу, обеспечивающему конфаймент. Хотя этот потенциал, предложенный для описания кваркониев с тяжелыми кварками [1], уже давно применяется, тем не менее задача нахождения межкваркового потенциала до конца не решена. Это необходимо как для нахождения спектра масс связанных состояний, так и для описания электромагнитных характеристик мезонов.

В данной работе рассматривается уравнение Шредингера с потенциалом, который является суммой потенциала гармонического осциллятора, линейного и кулоновского потенциалов. В работе [2] указывается, что при использовании потенциалов данного вида следует ожидать более точного совпадения с опытными данными (в том числе и для высоких возбужденных состояний). Отметим, что данный случай ранее рассматривался в работе [3], в которой уравнение Шредингера решалось с помощью некоторого анзаца. Однако с точки зрения метода суперсимметрии [4] нельзя утверждать, что решения, найденные в работе [3], определяют полный спектр гамильтониана.

Используя метод Никифорова – Уварова, широко применяемый для решения уравнения Шредингера, получаем асимптотические выражения для собственных функций и собственных значений уравнения Шредингера для данного потенциала и, используя полученные выражения, рассчитываем спектр масс и радиусы кваркониев.

Метод, используемый в данной работе, позволяет получить приближенные аналитические формулы энергетических уровней, которые могут быть полезны для качественного анализа спектра исследуемой модельной системы.

1. Метод Никифорова – Уварова

Многие важные задачи теоретической и математической физики приводят к дифференциальному уравнению [5]

$$u'' + \frac{\tilde{\tau}(r)}{\sigma(r)} u' + \frac{\tilde{\sigma}(r)}{\sigma^2(r)} u = 0, \quad (1.1)$$

где $\tilde{\sigma}(r), \sigma(r)$ – полиномы не выше второй степени; $\tilde{\tau}(r)$ – полином не выше первой степени.

С помощью замены $u = \varphi(r)u$ уравнение (1.1) приводится к более простому виду путем специального выбора функции $\varphi(r)$

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\pi(r)}{\sigma(r)}. \quad (1.2)$$

Уравнение для функции $y(r)$ в этом случае имеет вид

$$\sigma(r)y'' + \tau(r)y' + \lambda y = 0, \quad (1.3)$$

где

$$\tau(r) = \tilde{\tau}(r) + 2\pi(r). \quad (1.4)$$

Для определения полинома $\pi(r)$ и постоянной λ используются следующие выражения:

$$\pi(r) = \frac{\sigma' - \tilde{\tau}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma' - \tilde{\tau}}{2}\right)^2 - \tilde{\sigma} + k\sigma}; \quad (1.5)$$

$$\lambda = k + \pi'(r). \quad (1.6)$$

Так как $\pi(r)$ – полином, то подкоренное выражение должно представляться в виде квадрата некоторого полинома. Это возможно лишь в случае, когда дискриминант полинома второй степени, стоящего под корнем, равен нулю. Из этого условия получаем уравнение для постоянной k , вообще говоря, квадратное.

После определения k находим $\pi(r)$ по формуле (1.5), а затем $\varphi(r)$, $\tau(r)$, λ с помощью (1.2), (1.4), (1.6).

Полиномиальное решение уравнения (1.3) определяется по формуле Родрига

$$y_n(r) = \frac{B_n}{\rho(r)} \frac{d^n}{dr^n} [\sigma^n(r)\rho(r)], \quad (1.7)$$

где $\rho(r)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$(\sigma\rho)' = \tau\rho; \quad (1.8)$$

$$\lambda_n = -n\tau' - \frac{n(n-1)}{2}\sigma'', \quad n = 0, 1, \dots \quad (1.9)$$

2. Решение уравнения Шредингера

Для нахождения волновой функции относительного движения кварка и антикварка решим уравнение Шредингера

$$\Delta\psi + 2\mu[E - U(r)]\psi = 0, \quad (2.1)$$

где μ – приведенная масса; $U(r)$ – потенциал взаимодействия кварка и антикварка; r – относительная координата.

Так как потенциал $U(r)$ является сферически-симметричным, то, в этом случае, как известно [6], переменные в уравнении Шредингера (2.1) разделяются, и оно сводится к уравнению для радиальных волновых функций $R_{n\ell}(r)$:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_{n\ell}(r)}{dr} \right) + \left[2\mu(E - U(r)) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] R_{n\ell}(r) = 0. \quad (2.2)$$

Вводя «приведенные» радиальные волновые функции $\chi_{n\ell}(r) = rR_{n\ell}(r)$, нормированные условием $\int_0^\infty |\chi_{n\ell}(r)|^2 dr = 1$, перепишем уравнение (2.2) в виде

$$\chi_{n\ell}'' + \left[2\mu(E - U(r)) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] \chi_{n\ell} = 0, \quad (2.3)$$

где $\chi_{n\ell}'' \equiv \frac{d^2}{dr^2} \chi_{n\ell}(r)$.

Подставляя в уравнение (2.3) потенциал взаимодействия между кварком и антикварком $U(r) = ar^2 + br - \frac{c}{r}$, получим

$$\chi_{nl}'' + \left[2\mu \left(E - ar^2 - br + \frac{c}{r} \right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] \chi_{nl} = 0. \quad (2.4)$$

Перепишем уравнение (2.4) в виде

$$r^2 \chi_{nl}'' + \left[\varepsilon \cdot r^2 - a_1 r^4 - b_1 r^3 + c_1 r - \ell(\ell+1) \right] \chi_{nl} = 0, \quad (2.5)$$

где $\varepsilon = 2\mu E$; $a_1 = 2\mu \cdot a$; $b_1 = 2\mu \cdot b$; $c_1 = 2\mu c$.

Будем искать решение уравнения (2.5) в виде

$$\chi_{nl} = r^{l+1} \exp(-\alpha \cdot r^2 - \beta \cdot r) \omega_v(r). \quad (2.6)$$

Подставляя данное выражение в (2.5), получим

$$r \omega_v''(r) + \left[2(l+1) + 2r(-2\alpha \cdot r - \beta) \right] \omega_v'(r) + \left[2(l+1)(-2\alpha \cdot r - \beta) + r(2\alpha \cdot r + \beta)^2 - 2\alpha \cdot r + \right. \\ \left. + \varepsilon_v r - a_1 r^3 - b_1 r^2 + c_1 \right] \omega_v(r) = 0. \quad (2.7)$$

Функция $\omega_v(r)$ определяет количество узлов волновой функции. Для основного состояния функция не содержит узлов, поэтому $\omega_v(r) = \text{const}$, тогда уравнение (2.7) примет вид

$$2(l+1)(-2\alpha \cdot r - \beta) + r(2\alpha \cdot r + \beta)^2 - 2\alpha \cdot r - \varepsilon_0 r - a_1 r^3 - b_1 r^2 + c_1 = 0.$$

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях r , получим систему для определения коэффициентов:

- 1) $c_1 - 2\beta(l+1) = 0$,
- 2) $\beta^2 - 4\alpha(l+1) - 2\alpha + \varepsilon_0 = 0$,
- 3) $4\alpha\beta - b_1 = 0$,
- 4) $4\alpha^2 - a_1 = 0$.

Уравнение для части функции, зависящей от количества узлов, примет вид

$$\omega_v''(r) + \left\{ \frac{2(l+1)}{r} - 4\alpha \cdot r - 2\beta \right\} \omega_v'(r) + \Delta\varepsilon_v \omega_v(r) = 0, \quad (2.8)$$

где $\Delta\varepsilon_v = \varepsilon_v - \varepsilon_0$.

Рассмотрим решение данного уравнения в области больших и малых r , т.е. $r \rightarrow \infty$ и $r \rightarrow 0$.

В области больших r уравнение примет вид

$$\omega_v''(r) - (4\alpha \cdot r - 2\beta) \omega_v'(r) + \Delta\varepsilon_v \omega_v(r) = 0. \quad (2.9)$$

Решим данное уравнение методом Никифорова – Уварова. В этом случае $\tilde{\tau}(r) = -4\alpha \cdot r - 2\beta$;

$\sigma(r) = 1$; $\tilde{\sigma}(r) = \Delta\varepsilon_v$:

$$\pi(r) = \frac{4\alpha \cdot r + 2\beta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4\alpha \cdot r + 2\beta}{2} \right)^2 - \Delta\varepsilon_v + k}.$$

Постоянная k должна выбираться из условия, чтобы подкоренное выражение имело кратные корни. В результате получаем следующие возможные виды полинома $\pi(r)$:

$$\pi(r) = (4\alpha \cdot r + 2\beta) \pm (2\alpha \cdot r + \beta), k = \Delta\varepsilon_v.$$

Из двух возможных видов $\pi(r)$ следует выбрать такой, для которого функция $\tau(r) = \tilde{\tau}(r) + 2\pi(r)$ имеет отрицательную производную на интервале $(0; \infty)$.

Таким образом, $\pi(r) = 0$.

Тогда, используя формулы п. 1, получим

$$\omega_v(r) = \frac{B_v}{\exp[-2\alpha \cdot r^2 - 2\beta \cdot r]} \frac{d^v}{dr^v} \left(\exp[-2\alpha \cdot r^2 - 2\beta \cdot r] \right). \quad (2.10)$$

Собственные значения энергии в данном случае имеют вид

$$\Delta\varepsilon_v = 4\alpha v, \quad (2.11)$$

где v – целое число, $v \geq 0$, так как v – количество узлов волновой функции.

Подставляя вместо $\Delta\varepsilon_v$ $\varepsilon_v - \varepsilon_0$, получим

$$\varepsilon_v = \varepsilon_0 + 4\alpha v. \quad (2.12)$$

Отсюда видно, что энергия может принимать только дискретные значения, причем уровни энергии расположены друг от друга на одинаковых расстояниях.

Рассмотрим решение уравнения (2.8) в области малых r :

$$\omega_v''(r) + \left[\frac{2(l+1) - 2\beta \cdot r}{r} - 4\alpha \cdot r - \right] \omega_v'(r) + \frac{\Delta\varepsilon_v r^2}{r^2} \omega_v(r) = 0. \quad (2.13)$$

В этом случае $\tilde{\tau}(r) = 2(l+1) - 2\beta \cdot r$; $\sigma(r) = r$; $\tilde{\sigma}(r) = \Delta\varepsilon_v r^2$.

Для полинома $\pi(r)$ получаем выражение

$$\pi(r) = \frac{1 - 2(l+1) + 2\beta \cdot r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1 - 2(l+1) + 2\beta \cdot r}{2} \right)^2 - \Delta\varepsilon_v r^2 + kr}.$$

Постоянная k должна выбираться из условия, чтобы подкоренное выражение имело кратные корни. В результате получаем следующие возможные виды полинома $\pi(r)$:

$$\begin{aligned} \pi_1(r) &= \beta \cdot r + \sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v r}, & k &= (2l+1)\sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v} + (2l+1)\beta, \\ \pi_2(r) &= -(2l+1) + \beta \cdot r + \sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v r}, & k &= (2l+1)\sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v} + (2l+1)\beta, \\ \pi_3(r) &= -(2l+1) + \beta \cdot r + \sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v r}, & k &= -(2l+1)\sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v} + (2l+1)\beta, \\ \pi_4(r) &= \beta \cdot r + \sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v r}, & k &= -(2l+1)\sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v} + (2l+1)\beta. \end{aligned}$$

Из четырех возможных видов $\pi(r)$ следует выбрать такой, для которого функция $\tau(r) = \tilde{\tau}(r) + 2\pi(r)$ имеет отрицательную производную и корень на интервале $(0; +\infty)$. Этим условиям удовлетворяет функция $\tau(r) = 2(l+1) - 2\sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v r}$, которой соответствуют

$$\begin{aligned} \pi(r) &= \beta r - \sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v r}; \\ \varphi(r) &= \exp\left[r - \sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v r} \right]; \\ \lambda &= -2(l+1)\sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v} + 2(l+1)\beta; \\ \rho(r) &= r^{2l+1} \exp\left[-2\sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v r} \right]. \end{aligned}$$

Собственные значения энергии определяются из уравнения

$$\begin{aligned} \lambda + v\tau' - \frac{v(v-1)}{2} \sigma'' = 0, v = 0, 1, \dots \\ \Delta\varepsilon_v = \beta^2 - \frac{(l+1)^2 \beta^2}{(l+v+1)^2}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Собственные функции $\omega(r) = \omega_{vl}(r)$ в данном случае имеют вид

$$\omega_{vl}(r) = \frac{B_{vl}}{r^{2l+1} \exp\left[-2\sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v r} \right]} \frac{d^v}{dr^v} \left[r^{v+2l+1} \exp\left(-2\sqrt{\beta^2 - \Delta\varepsilon_v r} \right) \right]. \quad (2.15)$$

3. Спектральная задача для кулоновского и осцилляторного потенциалов

Исследуем возможность получения спектров потенциалов, допускающих точное решение уравнения Шредингера, предложенным в данной работе методом.

Рассмотрим задачу о движении в кулоновском поле, являющуюся предельным случаем рассматриваемого потенциала при $a \rightarrow 0$ и $b \rightarrow 0$. Для этого достаточно положить $\alpha = 0$ во всех полученных выше уравнениях. В этом случае система уравнений, связывающая параметры потенциала с параметрами волновой функции, примет вид

- 1) $c_1 - 2\beta(l+1) = 0$;
- 2) $\beta^2 + \varepsilon_0 = 0$.

Собственные значения энергии здесь имеют вид

$$\varepsilon = -\frac{\mu^2 c^2}{(l+v+1)^2}. \quad (3.1)$$

Собственные функции в данном случае имеют вид

$$\omega_{v,l}(r) = \frac{B_{v,l}}{r^{2l+1} \exp\left[-2\sqrt{\frac{(l+1)^2 \beta^2}{(l+v+1)^2} r}\right]} \frac{d^v}{dr^v} \left[r^{v+2l+1} \exp\left(-2\sqrt{\frac{(l+1)^2 \beta^2}{(l+v+1)^2} r}\right) \right] \quad (3.2)$$

и совпадают с точностью до множителя с полиномами Лагерра.

Рассмотрим задачу о движении в поле осцилляторного типа, являющуюся предельным случаем рассматриваемого потенциала при $c \rightarrow 0$ и $b \rightarrow 0$. Для этого достаточно положить $\beta = 0$ во всех полученных выше уравнениях. Тогда система уравнений, связывающая параметры потенциала с параметрами волновой функции, запишется в виде

- 1) $-4\alpha(l+1) - 2\alpha + \varepsilon_0 = 0$;
- 2) $4\alpha^2 - a_1 = 0$.

Собственные значения энергии в данном случае будут иметь вид

$$\varepsilon_v = \varepsilon_0 + 4\alpha v. \quad (3.3)$$

Таким образом, энергия принимает только дискретные значения, причем уровни энергии расположены друг от друга на одинаковых расстояниях.

Собственные функции имеют вид

$$\omega_v(r) = \frac{B_v}{\exp[-2\alpha \cdot r^2]} \frac{d^v}{dr^v} \exp[-2\alpha \cdot r^2] \quad (3.4)$$

и совпадают с полиномами Эрмита.

Таким образом, для случая задач о движении частицы в кулоновском поле и в поле осцилляторного типа, которые решаются точно, метод, описанный в данной работе, приводит к известным результатам.

4. Энергетический спектр чармония и боттомония

Применим вышеизложенный метод решения уравнения Шредингера для расчета спектра масс тяжелых кваркониев, состоящих из тяжелого кварка и антикварка одного аромата. Учитывая полученные формулы для спектра энергий в области больших и малых расстояний и объединяя их, получим

$$\Delta\varepsilon_v = 4t\alpha v + \beta^2 - \frac{(l+1)^2 \beta^2}{(l+v+1)^2} + 4\alpha \cdot l. \quad (4.1)$$

Для расчета радиусов чармония и боттомония воспользуемся теоремой вириала, которая связывает среднее значение кинетической энергии системы с потенциалом следующим образом:

$$\langle T \rangle = \frac{1}{2} \left\langle r \frac{dV}{dr} \right\rangle. \quad (4.2)$$

В нашем случае $V = ar^2 + br - \frac{c}{r}$, тогда

$$E = 2a \langle r^2 \rangle + \frac{3b \langle r \rangle}{2} - \frac{c}{2 \langle r \rangle},$$

$$\text{или } M = 2m + 2a \langle r^2 \rangle + \frac{3b \langle r \rangle}{2} - \frac{c}{2 \langle r \rangle}.$$

Спектры масс и радиусы чармония и боттомония приведены в сравнении с экспериментальными данными [7] в табл. 1 и 2, где использованы стандартные обозначения для центров тяжести уровней $(n + 1)l$, где n – радиальное квантовое число.

Таблица 1
Спектр масс чармония ($m = 1488,35$ МэВ, $a = 0,042$ ГэВ³, $b = 0,255$ ГэВ², $c(l = 0) = 1,0188$; $t = 0,891$)

Состояние	Масса, МэВ	Эксперимент	$\langle r \rangle$, фм
1S	3096	3096	0,232
1P	3433		0,372
2S	3686	3686	0,367
1D	3770	3770	0,484
2P	4023		0,493
3S	4040	4040	0,450
4S	4358	4415	0,523

Таблица 2
Спектр масс боттомония ($m = 4686,125$ МэВ, $a = 0,143$ ГэВ³, $b = 0,465$ ГэВ², $c(l = 0) = 0,57$; $t = 0,8$)

Состояние	Масса, МэВ	Эксперимент	$\langle r \rangle$, фм
1S	9460	9460	0,131
1P	9811	9900	0,209
2S	10023	10023	0,202
1D	10161	10161	0,272
2P	10374	10260	0,272
3S	10355	10355	0,244
4S	10655	10580	0,281

Из табл. 1 и 2 видно, что выбором параметров потенциала можно добиться хорошего согласия с экспериментом для масс чармония и боттомония, даже для высоких радиальных возбуждений наблюдается незначительное расхождение с опытными данными. Результаты расчетов центров тяжести уровней отличаются от экспериментальных данных для боттомония не более чем на 1 %, а для чармония на 1,5 %.

На рис. 1 представлена зависимость потенциальной энергии U взаимодействия кварка с антикварком для чармония (а) и боттомония (б) от расстояния между кварком и антикварком.

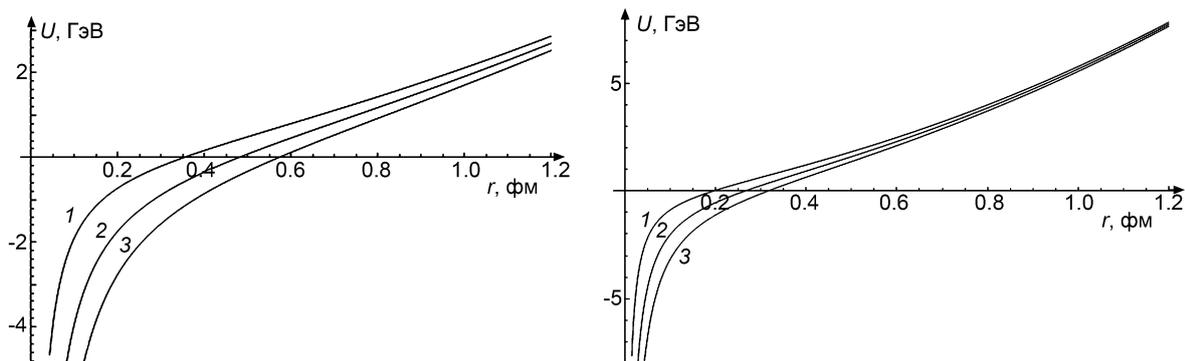


Рис. 1. Зависимость потенциальной энергии взаимодействия кварка с антикварком в чармонии (а) и боттомонии (б) от расстояния между кварком и антикварком: кр. 1 – для 1S–4S-состояний; кр. 2 – для 1P–2P-состояний; кр. 3 – для 1D-состояния

Данные графики зависимости в области расстояний $0,1 \text{ фм} \leq r \leq 1 \text{ фм}$, характерных для чармония и боттомония, имеют такой же вид, как и графики потенциалов, используемых в других работах, например [8, 9], для описания экспериментальных данных по этим семействам.

Заключение

Таким образом, получены асимптотические разложения для волновых функций и собственных значений энергий уравнения Шредингера с потенциалом, представляющим собой сумму потенциала гармонического осциллятора, линейного и кулоновского потенциалов.

Отметим, что в данном подходе определение энергетического спектра уравнения Шредингера значительно проще, чем при использовании стандартной теории возмущений. Необходимо также отметить, что волновая функция основного состояния для данного потенциала найдена точно, а в случаях кулоновского и осцилляторного потенциалов, когда уравнение Шредингера имеет точные решения, предложенный метод воспроизводит точный спектр.

Используемый в данной работе метод существенным образом учитывает характер асимптотического поведения волновых функций при больших и малых значениях параметра r (что эквивалентно малым и большим импульсам соответственно).

Расчеты показывают, что данный метод дает хорошее описание статических свойств тяжелых кваркониев (спектр масс, радиус). Из расчета спектра масс также видно, что для данного потенциала в $1S$ -, $1P$ - и $1D$ -состояниях доминирует кулоновская часть потенциала, а в остальных состояниях в основном преобладает линейная и осцилляторная запирающие части потенциала, причем основной вклад дает линейная запирающая часть потенциала.

Отметим, что результаты данной работы находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными и результатами теоретических расчетов в других работах [10–14]. Результаты расчетов центров тяжести уровней отличаются от экспериментальных данных для боттомония не более чем на 1 %, а для чармония – на 1,5 %.

Естественно, что данная модель, как и любая другая нерелятивистская модель, не может претендовать на описание тонкого и сверхтонкого расщепления. Для вычисления ведущих релятивистских поправок необходимо учесть спин-спиновое и спин-орбитальное взаимодействие, а также использовать релятивистское уравнение типа Шредингера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Eichten E., Kinoshita T., Gottfried K., et al. // Phys. Rev. Lett. – 1975. – V. 34. – P. 369–372.
2. Павлова О.С., Френкин А.Р. // ТМФ. – 2000. – Т. 125. – № 2. – С. 242–252.
3. Rajabi A. A. // Iran. J. Phys. Res. – 2006. – V. 6. – No. 2.
4. Идлис Б.Г., Мусаханов М.М., Усманов М.Ш. // ТМФ. – 1994. – Т. 101. – № 1. – С. 47–59.
5. Nikiforov A. F. and Uvarov V. B. Special Functions of Mathematical Physics. – Basel: Birkhauser, 1988.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). – М.: Физматгиз, 1989. – 702 с.
7. Barnett R.M. et al. // Phys. Rev. D. – 1996. – V. 54. – P. 1.
8. Быков А.А., Дремин И.М., Леонидов А.В. // УФН. – 1984. – Т. 143. – С. 3.
9. Ciftci H. et al. // J. Phys. A: Math. Gen. – 2003. – V. 36. – P. 7001.
10. Вшивцев А.С., Галкин В.О., Татаринцев А.В., Фаустов Р.Н. // ТМФ. – 1997. – Т. 113. – № 3. – С. 397–412.
11. Eichten E., Kinoshita T., Gottfried K., et al. // Phys. Rev. D. – 1978. – V. 17. – P. 3090.
12. Badalyan A.M., Ioffe B.L., and Smilga A.V. // Nucl. Phys. – 1987. – V. B281. – P. 85–106.
13. Ding Yibing, Chao Kuangta, and Qin Danhua // Chin. Phys. Lett. – 1993. – V. 10. – No. 8.
14. Chen Hong et al. // Chin. Phys. Lett. – 2001. – V. 18. – No. 12.

*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины,
г. Гомель, Республика Беларусь

**Филиал Брянского государственного университета
им. акад. И.Г. Петровского, г. Новозыбков, Россия
E-mail:maksimenko@gsu.unibel.by; kuchinsm@mail.ru

Поступила в редакцию 29.06.10.