ФИЗИКА

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

УДК 537.533

А.В. КОЗЫРЕВ*, В.Ю. КОЖЕВНИКОВ**, Е.Х. БАКШТ*, А.Г. БУРАЧЕНКО**, В.Ф. ТАРАСЕНКО**

ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПЕКТРА ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НАНОСЕКУНДНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ИЗ ДАННЫХ ПО ЕГО ОСЛАБЛЕНИЮ В ТОНКИХ ФОЛЬГАХ

Продемонстрирована возможность восстановления спектра электронного пучка по зависимости коэффициента его ослабления от толщины фольги. Распределения электронов по энергиям рассчитаны методом регуляризации Тихонова для интегрального уравнения Фредгольма с минимальным числом априорных предположений о виде спектра. Восстановлены и проанализированы спектры электронов, экспериментально полученные в вакуумном диоде, на который подавались наносекундные импульсы напряжения.

Ключевые слова: вакуумный диод, электронный пучок, плотность распределения электронов по энергиям, метод регуляризации.

Введение

Определение спектров электронных пучков, генерируемых в вакуумных [1, 2] и газовых диодах [3, 4], является важной задачей в связи с их применением в различных областях науки и техники [5]. Однако эта задача весьма сложная, в особенности для пучков электронов наносекундной и субнаносекундной длительности. Это обусловлено как малой длительностью пучков, так и сложностью контроля напряжения на разрядном промежутке и амплитуды импульса тока пучка за фольгой [1–4]. Для определения функции распределения электронов в пучке по энергиям (ниже для экономии места мы будем употреблять более короткий термин – «спектр электронов пучка») обычно используют спектрометры-энергоанализаторы [6]. Но эти приборы довольно дороги и поэтому малодоступны для большинства лабораторий.

Часто для определения спектра электронного пучка применяют более доступный метод: снимают так называемые кривые его ослабления в тонких фольгах различной толщины, а затем из полученных данных пытаются восстановить распределение электронов по энергиям [2–4]. Однако математическая задача по восстановлению спектров из интегральных данных о поглощении относится к классу некорректных задач, и для ее решения требуется иметь дополнительную информацию об основных особенностях восстанавливаемого спектра, например о наличии одного или нескольких максимумов, о характерных энергиях и ширине этих максимумов в спектре и т.п. Не имея подобной информации, из кривых ослабления удается более или менее надежно оценить лишь величину характерной энергии электронов в пучке, а не его спектр.

Цель настоящей работы – демонстрация возможности восстановления спектра электронного пучка по кривой ослабления методом регуляризации Тихонова для некорректно поставленной задачи решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода с минимальным числом априорных предположений о спектре пучка. При решении данной проблемы восстановлены и проанализированы спектры электронов, полученные в вакуумном диоде, на который подавались наносекундные импульсы напряжения.

Экспериментальная аппаратура и методики

При проведении экспериментов использовались малогабаритный генератор РАДАН-220, к которому подсоединялась отпаянная электронная трубка ИМАЗ-150Э [7]. Представленный в работе [5] генератор РАДАН-220 имел волновое сопротивление зарядной линии ~ 20 Ом и формировал на разрядном промежутке в режиме холостого хода импульсы напряжения с амплитудой ~ 250 кВ (по данным из работы [1]), длительностью на полувысоте ~ 2 нс при согласованной нагрузке линии и фронтом ~ 0,5 нс. Электронная трубка с выходным окном из бериллиевой фольги диаметром ~ 15 мм, как и в работе [2], подключалась к генератору с минимальной индуктивностью.

Ток электронного пучка измерялся датчиком тока с шунтом на основе чип-резисторов сопротивлением 2,7 Ом, присоединенным к дисковому коллектору электронов, и коллекторным датчи-

<u>№</u> 4

ком тока на основе коаксиальной 50-омной линии [8]. Временное разрешение шунта и коллекторного датчика тока составляло ~ 0,1 нс. Между коллектором и выходным окном был атмосферный воздух. При построении кривой ослабления пучок электронов проходил через алюминиевый фильтр, состоящий из набора фольг толщиной 15 мкм каждая. Максимальная толщина фильтра в экспериментах достигала 345 мкм. Для каждой толщины фильтра производилось 20 импульсов и определялось среднее значение заряда или амплитуды тока коллектора за фильтром. При толщине алюминиевого фильтра 315 мкм разброс амплитуды тока пучка и заряда за фильтром сильно увеличивался от импульса к импульсу. В части импульсов регистрировались токи с малыми амплитудами (на уровне электромагнитной наводки). В этих условиях число импульсов для получения одной точки увеличивалось, и при расчете средних значений учитывались только импульсы с достаточно большими амплитудами. В экспериментах использовался также фильтр из медной фольги толщиной 100 мкм. Для измерения электрических сигналов использовался цифровой осциллограф TDS6604 (6 ГГц, 20 выборок/нс).

На полимерной пленке регистрировался автограф электронного пучка, по которому можно было оценить распределение плотности тока пучка по поверхности фольги. На рис. 1, *а* показан автограф пучка, полученный за выходным окном электронной трубки ИМАЗ-150Э. Для отсечки электронов, выходящих из ускорителя под большими углами, между трубкой и алюминиевым фильтром на оси системы устанавливалась диафрагма из меди толщиной 1 мм с диаметром отверстия 5 мм. Для демонстрации коллимирующего эффекта этой диафрагмы на рис. 1, *б* приведен автограф пучка, полученный на расстоянии 1 см за плоскостью диафрагмы. Оценка угла расходимости электронного пучка за диафрагмой показала, что для основной доли электронов пучка этот угол $\leq 10^{\circ}$.



Рис. 1. Автографы электронного пучка: a – автограф пучка на выходе из электронной трубки ИМАЗ-150Э, кружком показано положение диафрагмы Ø5 мм; δ – автограф центральной части пучка, прошедшего через эту диафрагму, полученный на расстоянии 10 мм за плоскостью диафрагмы. × 3

Осциллограммы тока пучка

На рис. 2 показаны осциллограммы тока электронного пучка, выходящего из вакуумного диода через Ве-фольгу при использовании различных диафрагм и фильтра из медной фольги толщиной 100 мкм. Как и в работах [1, 2, 9], видно, что ток пучка за Ве-фольгой состоит из двух импульсов, а каждый из импульсов может иметь по два пика. Появление второго импульса связано с отражением импульса напряжения от вакуумного диода, а затем от противоположного конца формирующей линии генератора. Второй импульс тока пучка имеет меньшую амплитуду и меньшие энергии электронов (он первым исчезал при увеличении толщины фильтра). Максимальная амплитуда тока вакуумного диода составила ~ 0,6 кА и была несколько больше, чем в работе [2], повидимому, из-за увеличения напряжения срабатывания обострительного разрядника. Кроме того, по сравнению с работой [2] изменялось распределение плотности тока пучка по сечению фольги. Максимальная плотность тока пучка при напряжении генератора ~ 250 кВ регистрировалась в центре фольги, как видно из автографа пучка на рис. 1, *a*.

На рис. 2, a, δ приведены осциллограммы полного тока электронного пучка и тока пучка за диафрагмой диаметром 5 мм, расположенной в центре выходного окна вакуумного диода. Видно, что при использовании диафрагмы (рис. 2, δ) ток после достижения максимального значения спадает медленнее, чем в отсутствие диафрагмы (рис. 2, a). Кроме того, для импульса тока, связанного с приходом отраженной волны напряжения, увеличивается амплитуда тока (по отношению к максимальной амплитуде тока пучка). При помещении перед коллектором фильтров различной толщины длительность импульса тока пучка на коллекторе сокращалась, что демонстрируется на рис. 2, a.



Рис. 2. Осциллограммы тока коллектора: *а* – полный ток электронного пучка; *б* – сигнал при наличии коллимирующей диафрагмы Ø5 мм; *в* – сигнал при наличии сплошной медной фольги толщиной 0,1 мм; *г* – при той же фольге с отверстием на оси диаметром 1 мм

Для того чтобы узнать, в какой момент времени генерируются электроны с высокой энергией, регистрируемые за фильтрами большой толщины, электронный пучок, как и в работе [2], пропускался через медную фольгу толщиной 0,1 мм с диаметром отверстия 1 мм по центру пучка. Ток пучка после прохождения медной фольги с отверстием изображен на рис. 2, *г* и представляет собой суперпозицию тока, прошедшего через отверстие, и тока электронов с высокой энергией, прошедших через медную фольгу (рис. 2, *в*). Видно, что электроны с высокой энергией возникают уже на фронте импульса тока пучка и перестают регистрироваться через ~ 1 нс. Длительность импульса тока электронов с высокой энергией на полувысоте при увеличении толщины фильтра уменьшалась. На рис. 3 приведены кривые ослабления заряда электронного пучка, регистрируемого шунтом, в зависимости от толщины Al-фильтра, полученные при установке коллимирующей диафрагмы с диаметром отверстия 5 мм.

Постановка задачи о восстановлении спектра электронного пучка

В качестве основной предпосылки возможности расчетного восстановления исходного спектра электронов $f(\varepsilon)$ предполагалось, что известна точная зависимость коэффициента ослабления $\tau(\varepsilon, x)$ моноэнергетического пучка электронов с энергией ε после его нормального падения на пло-

ский слой известного вещества толщиной x. В качестве такой функции $\tau(\varepsilon, x)$ были использованы полуэмпирические зависимости из известной работы [11], которые апробированы для различных веществ (атомные номера Z от 4 до 82) и широкого диапазона энергий электронов (энергии электронов от 8 кэВ до 30 МэВ). Для нормированного на единицу спектра электронов $f(\varepsilon)$ для коэффициента ослабления g(x) (доля электронов пучка, прошедшая через слой вещества толщиной x) имеем выражение

$$g(x) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \tau(x,\varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon, \qquad (1)$$

где *E*_{min} и *E*_{max} – минимальная и максимальная энергия электронов в спектре падающего пучка.

Подходя формально, требуется найти решение $f(\varepsilon)$ интегрального уравнения (1) с известным ядром $\tau(\varepsilon, x)$ по данным о коэффициенте ослабления $g_{exp}(x)$, полученным в измерениях. Но поскольку экспериментально полученная функция $g_{exp}(x)$ всегда содержит погрешности измерения, то решить задачу формальными методами, разработанными для уравнений с точными исходными данными, не удается. Дело в том, что полученное таким способом решение интегрального уравнения Фредгольма (1) не является устойчивым: даже относительно малые изменения левой части g(x) приводят к существенным изменениям формального решения $f(\varepsilon)$. Поэтому задачи подобного рода математика относит к классу «некорректно поставленных задач» [10].

Хотя формально найти точное решение (1) и не удается, но при определенных и весьма общих предположениях о виде искомой функции $f(\varepsilon)$ можно получить устойчивое приближенное решение. Кратко изложим суть одного из таких методов приближенного решения уравнения (1) – метода регуляризации Тихонова.

Решение «некорректной задачи» методом регуляризации

Пусть в интегральном уравнении Фредгольма первого рода

$$\hat{K}f \equiv \int_{a}^{b} K(x,s)f(s)ds = g_{\exp}(x)$$
⁽²⁾

ядро K(x, s) определено однозначно в прямоугольнике $\{a \le s \le b; c \le x \le d\}$, при этом правая часть уравнения $g_{\exp}(x)$ известна с точностью до некоторого абсолютного значения ошибки (погрешности), которое определяет её отклонение от неизвестной точной зависимости g(x):

$$g_{\exp}(x) = g(x) \pm \Delta(x) . \tag{3}$$

Погрешность $\Delta(x)$ позволяет оценить значение так называемой невязки $\delta > 0$ правой части уравнения (2):

$$\left\|g_{\exp}(x) - g(x)\right\| = \sqrt{\int_{c}^{d} \Delta(x)^{2} dx} \le \delta, \qquad (4)$$

её знание необходимо для дальнейшего контроля сходимости приближенного решения $f_{\delta}(s)$ к неизвестному точному решению f(s).

Задача о приближённом решении уравнения (2) заключается в отыскании такого решения $f_{\delta}(s) \rightarrow f(s)$, для которого будет выполняться условие

$$\left\|\hat{K}f_{\delta}(x) - g_{\exp}(x)\right\| = \delta.$$
(5)

Данная задача математической физики не удовлетворяет критериям Адамара, так как решение интегрального уравнения с неточно заданной правой частью не обладает устойчивостью по отношению к малым изменениям $g_{exp}(x)$, что позволяет отнести её к классу «некорректных» задач. Следует также отметить и тот факт, что простого выполнения равенства (5) недостаточно, чтобы произвольная функциональная зависимость $f_{\delta}(s)$ была бы корректным приближением решения (2) с точной правой частью (см. [10]). Последнее обстоятельство делает невозможным поиск приближённого решения путём простого перебора функций $f_{\delta}(s)$ с последующим контролем их подстановки по невязке (5).

Для решения данной проблемы – поиска именно устойчивого приближения – рядом авторов [10] был предложен оригинальный алгоритм регуляризации «некорректной» задачи для (2). Идея

метода состоит в том, что в качестве решения находят функцию $f_{\delta}(s)$, реализующую минимум функционала

$$\Phi = \left\| \hat{K}f(x) - g_{\exp}(x) \right\| + \alpha \Omega[f].$$
(6)

Здесь α – малый числовой параметр; $\Omega[f]$ – стабилизирующий функционал или «регуляризатор», позволяющий находить решение f(s) в наиболее общем классе функций заданного порядка глад-кости.

В настоящей работе Ω задаётся исходя из требований непрерывности и однократной дифференцируемости, предъявляемых к искомой функции плотности распределения. Для этого достаточно, чтобы «регуляризатор» имел следующий вид:

$$\Omega[f] = \int_{a}^{b} \left\{ f(s)^{2} + \left(\frac{\partial f(s)}{\partial s}\right)^{2} \right\} ds .$$
(7)

Подставляя функционал (6) в уравнение Эйлера (равенство нулю первой вариации функционала (6)), получаем при регуляризаторе (7) следующее интегродифференциальное уравнение для искомой функции f(s):

$$\alpha \left\{ f(s) - \frac{\partial^2 f(s)}{\partial s^2} \right\} + \int_a^b f(t) \left(\int_c^d K(x,s) K(x,t) \, dx \right) dt = \int_c^d K(x,s) g_{\exp}(x) \, dx \,, \tag{8}$$

решение которого удовлетворяет краевым условиям одного из следующих четырех типов:

$$f(a) = 0, f(b) = 0, \quad f(a) = 0, f'(b) = 0,$$

$$f'(a) = 0, f'(b) = 0, \quad f'(a) = 0, f(b) = 0.$$
(9)

Полученная в результате решения уравнения (8) функция $f_{\delta}(s)$ помимо своего аргумента *s* зависит ещё и от параметра α , который определяет точность приближения $f_{\delta}(s) \rightarrow f(s)$. Данный параметр $\alpha = \alpha(\delta)$ будем подбирать так, чтобы выполнялось условие (5) при заданной невязке δ . Этот прием позволяет учесть известное значение ошибки в определении правой части уравнения (2), ограничивая выбор приближённого решения, полученного вариационным методом. Чем меньше будет выбран параметр регуляризации α , тем большая величина функционала Ω , а значит, и меньшая степень гладкости искомого спектра $f_{\delta}(s)$ допускается в решении.

Результаты восстановления спектра электронного пучка

Для восстановления спектра электронного пучка методом регуляризации были использованы данные об ослаблении, приведенные на рис. 3, в предположении о непрерывности и гладкости спектра электронов в диапазоне энергий от 50 до 500 кэВ. Искомый спектр $f(\varepsilon)$ находился путем численного решения в математической среде Matlab интегродифференциального уравнения (8) с известной функцией $K(x, s) = \tau(x, \varepsilon)$ и экспериментальной зависимостью $g_{exp}(x)$. При этом никаких других предположений (неотрицательность спектра, количество и примерное положение максимумов в спектре), кроме стандартных условий (9) на границах интервала, не делалось. В результате решения можно было формально получить функции $f(\varepsilon)$, например принимающие отрицательнос ского смысла (например, для «искусственной кривой ослабления» такие решения действительно имели место). Поэтому неотрицательность решения была одним из критериев правильной работы метода.

Для того чтобы убедиться в том, что метод устойчив и работает надежно, были восстановлены спектр электронов не только на выходе из электронной трубки, но и его формальная трансформация после прохождения Al-фольги толщиной 15, 30 и 45 мкм. Эти формальные спектры были восстановлены, исходя из тех же данных по ослаблению, но в расчете нового спектра каждый раз в исходных данных принималось на одну экспериментальную точку меньше. Например, формально допускалось, что вторая и последующие точки на графике рис. 3 соответствуют фольге на 15 мкм меньше, чем она была на самом деле. А первая точка (отброшенная) отвечала как бы отсутствию фольги вообще. В результате получали «новую кривую ослабления», которая имела бы место, если бы на входе имелся электронный пучок, прошедший не только выходное окно электронной трубки, но и Alфольгу толщиной 15 мкм. Таким методом был получен спектр, обозначенный кривой *l* на рис. 4. Затем можно было делать другой расчет, «убирая» две, три и т.д. экспериментальные точки. На рис. 4 показаны четыре восстановленные таким образом спектра. Как видно, все рассчитанные спектры не являются отрицательными. Для того чтобы продемонстрировать точность восстановления спектра, на рис. 3 сплошной линией показана кривая ослабления восстановленного спектра электронов, который соответствует кривой *l* на рис. 4.



Рис. 3. Зависимость среднего за импульс заряда электронов на коллекторе от толщины Al-фильтра: точки – экспериментальные данные, сплошная линия – расчетная зависимость, соответствующая восстановленному спектру



Рис. 4. Восстановленный спектр электронного пучка на выходе из ускорителя (кр. 1); кр. 2 – «эффективный» спектр пучка после прохода 15 мкм Аl-фольги; кр. 3 – то же после 30 мкм фольги; кр. 4 – то же после 45 мкм фольги

Здесь следует заметить, что достоверным спектром, отвечающим физически корректному эксперименту, среди них является только спектр, обозначенный кривой *1*. Остальные спектры демонстрируют лишь хорошую работу метода восстановления. Они не могут считаться достоверными, потому что после прохождения первой Al-фольги электронный пучок рассеивается по углам и его условия прохождения через последующие фольги уже не отвечают ортогональному падению, которое предполагалось в работе [11] при расчете коэффициента $\tau(x, \varepsilon)$. Тем не менее относительное уменьшение количества низкоэнергетичных электронов и заметное смещение максимума спектра высокоэнергетичных электронов в область более низких энергий по мере прохождения им все более толстых фольг правильно отражает физику явления.

Анализ восстановленного спектра (рис. 4, кр. 1) показывает, что в падающем на фильтр пучке можно условно выделить две группы электронов: низкоэнергетичную с монотонным спадом вплоть до энергий ~ 200 кэВ и высокоэнергетичную, максимум распределения которой соответствует энергии 220 кэВ, а «хвост» простирается вплоть до 320 кэВ. Ширина спектра электронного пучка хорошо согласуется с данными акустических измерений спектра электронов ускорителя РАДАН-220, приведенными в [1], а энергия максимума в спектре электронов – с данными работы [2].

Выводы

Таким образом, можно констатировать, что способ восстановления спектра короткого электронного пучка по его ослаблению в фольгах различной толщины путем решения некорректной задачи методом регуляризации Тихонова дает при минимальных априорных предположениях физически обоснованные и однозначные результаты.

Спектр наносекундного электронного пучка генератора РАДАН-220 с электронной трубкой ИМАЗ-150Э содержит две выраженных группы электронов: низкоэнергетичную (энергия ниже 200 кэВ) и высокоэнергетичную (максимум при энергии ~ 220 кэВ). Максимальные энергии элек-

39

тронов достигают 320 кэВ. Факт регистрации электронов с энергией, формально превосходящей амплитуду импульса напряжения на «холодном» диоде, отмечался и ранее, например в работе [1], но выяснение физических причин этого явления требует дальнейших экспериментов, а пока остается за рамками обсуждения.

На основании проведенных измерений можно полагать, что сравнительно малочисленная группа высокоэнергетичных электронов формируется в диоде на переднем фронте импульса напряжения. Статистический разброс крутизны переднего фронта импульса напряжения «от выстрела к выстрелу» приводит к сильным флуктуациям количества быстрых электронов именно в хвосте спектра. Затем в промежутке формируется основной ток электронного пучка, и диод последовательно проходит режимы от «холостого хода» до «короткого замыкания». Группа низкоэнергетичных электронов в «восстановленном спектре» частично обусловлена ионизацией газа электронным пучком на пути между диодом и Al-фильтром.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Афанасьев В.Н., Бычков В.Б., Ларцев В.Д. и др. // ПТЭ. – 2005. – № 5. – С. 1-5.
- Бакшт Е.Х., Костыря И.Д., Липатов Е.И. и др. // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 4. С. 98–103. 2. 3. Тарасенко В.Ф., Бакшт Е.Х., Бураченко А.Г. и др. // Физика плазмы. – 2008. – Т. 34. – № 12. – C. 1110–1119.
- Бакшт Е.Х., Бураченко А.Г., Козырев А.В. и др. // ЖТФ. 2009. Т.79. Вып. 1. С. 51– 4. 59
- Месяц Г.А. Импульсная энергетика и электроника. М.: Наука, 2004. 704 с. 5.
- Бугаев С.П., Кошелев В.И., Тимофеев М.Н. // ЖТФ. 1974. Т. 44. Вып. 9. С. 1917–1921. 6.
- Дронь Н.А. // Сильноточные импульсные электронные пучки в технологии / под ред. Г.А. Месяца. Новоси-7. бирск: Наука, 1983. - С. 129-135.
- Тарасенко В.Ф., Рыбка Д.В., Бакшт Е.Х. и др. // ПТЭ. 2008. № 1. С. 31–37. 8.
- Скакун В.С., Тарасенко В.Ф., Феденев А.В. и др. // Тамже. 1987. № 4. С. 175–177.
- 10. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 286 с.
- 11. Tabata T. and Ito R. //Nucl. Instrum. Method. 1975. V. 127. P. 429-434.

*Институт сильноточной электроники СО РАН, г. Томск, Россия Поступила в редакцию 10.07.09. **Томский госуниверситет, г. Томск, Россия E-mail: kozyrev@to.hcei.tsc.ru

Козырев Андрей Владимирович, д.ф.-м.н., профессор, зав. лаб. теоретической физики ИСЭ СО РАН; Кожевников Василий Юрьевич, к.ф.-м.н., ст. преподаватель ТГУ;

Бакшт Евгений Хаимович, к.т.н., науч. сотр. ИСЭ СО РАН;

Бураченко Александр Геннадьевич, аспирант ТГУ;

Тарасенко Виктор Федотович, д.ф.-м.н., профессор, зав. лаб. оптических излучений ИСЭ СО РАН.