МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ
VIII Международной молодежной научной
конференции
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ,
ТЕХНИЧЕСКИХ
И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 26–30 мая 2021 г.

Под общей редакцией И.С. Шмырина

Томск
Издательство Томского государственного университета
2021

7. Нежелская Л.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов модулированного МАР-потока событий и условия рекуррентности потока // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2015. – № 1 (30). С. 57–67.
8. Nezhel'skaya L. Probability density function for modulated MAP event flows with unextendable dead time // Communications in Computer and Information Science. – 2015. – V. 564. – P. 141–151.
9. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание параметров синхронного дважды стохастического потока событий методом моментов // Вестник Томского государственного университета. – 2002. – № S1-1. – С. 24–29.
10. Кеба А.В., Нежелская Л.А. Статистические эксперименты на имитационной модели обобщенного МАР-потока событий с произвольным числом состояний // Труды Томского государственного университета. Серия физико-математическая. – 2018. – Т. 302. – С. 157–164.
11. Кеба А.В., Нежелская Л.А. Апостериорные вероятности состояний обобщенного МАР-потока событий с произвольным числом состояний // Труды Томского государственного университета. Серия физико-математическая. – 2019. – Т. 304. – С. 23–32.
12. Кеба А.В., Нежелская Л.А. Статистические эксперименты на имитационной модели обобщенного МАР-потока событий с произвольным числом состояний в условиях непродлевающего мертвого времени // Новые информационные технологии в исследовании сложных структур : материалы Тринадцатой Международной конференции, 7–9 сентября 2020 г. – Томск, 2020. – С. 85–86.
13. Nezhel'skaya L.A., Keba A.V. Optimal state estimation of a generalized MAP event flow with an arbitrary number of states observability // Automation and Remote Control. – 2021. – V. 82. – No. 5. – P. 798–811.

DOI: 10.17223/978-5-907442-42-9-2021-15

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ОБОБЩЕННОГО ПОЛУСИНХРОННОГО ПОТОКА СОБЫТИЙ С ПРОДЛЕВАЮЩИМ МЕРТВЫМ ВРЕМЕНЕМ ФИКСИРОВАННОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

Нежелская Л.А., Степаненко И.Д.
Томский государственный университет
ludne@mail.ru, 97step@mail.ru

Введение

Системы массового обслуживания (СМО) являются широко распространенными математическими моделями реальных физических, технических, экономических, информационных систем и сетей. СМО включают: 1) множество входящих потоков событий различных типов; 2) множество обслуживающих приборов; 3) множество бункеров (накопителей, очередей); 4) дисциплины обслуживания [1].

В последние десятилетия в связи с интенсивным развитием компьютерной техники и информационных технологий возникла важная сфера приложений теории массового обслуживания – проектирование и создание информационно-вычислительных сетей, спутниковых сетей связи, телекоммуникационных сетей и т.п. Для реализации перечисленных задач классические математические модели входящих потоков событий (пуассоновские потоки) являются в той или иной степени непригодными для описания реальных информационных потоков сообщений [2]. На практике параметры, определяющие входящий поток событий, неизвестны или известны только частично, они изменяются со временем, при этом изменения часто носят случайный характер, что привело к рассмотрению дважды стохастических потоков событий [3–5]. Двойная стохастика характеризуется случайностью моментов времени наступления событий в потоке и представлением интенсивности потока как случайного процесса.

В данной работе исследуется первый элемент, определяющий СМО, в частности, обобщенный полусинхронный поток событий [6,7] при условии неполной наблюдаемости потока. Т.к. решение различных задач, в том числе оценка состояний и параметров дважды стохастического потока, может быть произведено только по наблюдаемым событиям, то наличие периода ненаблюдаемости (далее – мертвого времени) приводит к невозможности зарегистрировать все события потока и, как следствие, к ухудшению качества оценивания [8]. На практике это может быть обусловлено работой приборов, регистрирующих входящий поток. При регистрации прибором события возникает

мертвое время, порожденное зарегистрированным событием. Другие же события исходного потока, наступившие в течение периода мертвого времени, недоступны наблюдению.

Существует две группы приборов, регистрирующих события, для которых возможны ситуации: 1) непродлевающееся мертвое время регистрирующих приборов; 2) продлевающееся мертвое время регистрирующих приборов [9]. Принцип работы первой группы заключается в том, что события, наступившие в течение периода мертвого времени, недоступны наблюдению и не вызывают продление этого периода (непродлевающееся мертвое время); работа же 2-й группы обусловлена тем, что при наступлении события в период ненаблюдаемости потока это событие вызывает продление периода мертвого времени (продлевающееся мертвое время). Мертвое время может быть как фиксированным, так и случайным.

В настоящей работе рассматривается обобщенный полусинхронный поток с продлевающимся мертвым временем фиксированной длительности T (далее – поток). Построена имитационная модель данного потока, проведен ряд статистических экспериментов, подтверждающих работоспособность построенной модели.

1. Постановка задачи

Рассматривается дважды стохастический обобщенный полусинхронный поток событий, сопровождающий процесс которого есть кусочно-постоянный принципиально ненаблюдаемый случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями: если $\lambda(t) = \lambda_1$, будем говорить, что имеет место первое состояние S_1 процесса $\lambda(t)$ (потока), если $\lambda(t) = \lambda_2$, то – второе состояние S_2 процесса $\lambda(t)$ (потока), где $\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$. В течение временного интервала, когда $\lambda(t) = \lambda_i$, имеет место пуассоновский поток событий с параметром λ_i , $i = 1, 2$. Переход из первого состояния процесса $\lambda(t)$ во второе возможен только в момент наступления события, при этом переход осуществляется с вероятностью p ($0 < p \leq 1$); с вероятностью $1 - p$ процесс $\lambda(t)$ остается в первом состоянии. Тогда длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ в первом состоянии есть случайная величина с экспоненциальной функцией распределения $F_1(t) = 1 - e^{-p\lambda_1 t}$, $t \geq 0$ [6]. При этом длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ во втором состоянии распределена по экспоненциальному закону $F_2(t) = 1 - e^{-\lambda_2 t}$, $t \geq 0$. Переход из второго состояния процесса $\lambda(t)$ в первое состояние может осуществляться в произвольный момент времени. При переходе процесса $\lambda(t)$ из второго состояния в первое инициируется с вероятностью δ ($0 \leq \delta \leq 1$) дополнительное событие в первом состоянии (т.е. сначала осуществляется переход, а затем инициируется дополнительное событие). Очевидно, что в сделанных предположениях $\lambda(t)$ – марковский процесс.

Каждое зарегистрированное в потоке событие порождает период ненаблюдаемости фиксированной длительности T (мертвое время), другие события, произошедшие в этот период, недоступны наблюдению (теряются). Хотя события и не наблюдаются в течение мертвого времени, каждое из них вызывает продление периода ненаблюдаемости на ту же величину T . Следующее событие, наступившее после окончания последнего периода ненаблюдаемости, снова регистрируется и порождает новый период мертвого времени длительности T и т.д.. Таким образом, общий период ненаблюдаемости является случайной величиной.

На рис. 1 представлен пример одной из возможных реализаций процесса $\lambda(t)$ и наблюдаемого потока, где 1 и 2 соответствуют значениям случайного процесса $\lambda(t)$ в состояниях S_i , $i = 1, 2$; черными кружками отмечены ненаблюдаемые события потока; ξ

– значения периодов ненаблюдаемости потока; $t_1, t_2, \dots$ – моменты наступления событий в наблюдаемом потоке.

Рис. 1. Реализация обобщенного полусинхронного потока с продлевающимся мертвым временем фиксированной длительности T

Задача состоит в построении имитационной модели обобщенного полусинхронного потока с продлевающимся мертвым временем фиксированной длительности и проверке работоспособности модели путём проведения ряда статистических экспериментов.

2. Имитационное моделирование методом обратных функций

Одним из эффективных методов исследования, при котором строится модель рассматриваемой системы, является имитационное моделирование [10]. Имитационная модель описывает с достаточной степенью точности изучаемую систему и на данной основе проводятся опыты в течение задаваемого периода времени моделирования с целью получения информации об исходной системе. Смысловая нагрузка метода имитационного моделирования заключается в разработке (на базе ЭВМ) программ, реализующих имитацию различных поведений изучаемой системы, её свойств и характеристик в необходимом объёме. Программы позволяют по заданным значениям параметров и состоянию системы в данный момент времени получить характеристики системы, необходимые для дальнейшего применения в решении практических задач. Проведение статистических опытов позволяет исследовать исходную систему и выявить зависимость получаемых статистических характеристик от исходных параметров.

Имитационная модель исследуемого обобщенного полусинхронного потока событий с двумя состояниями в условиях продлевающегося мёртвого времени построена с использованием метода обратных функций. Пусть $t > 0$ – значение длительности интервала между событиями в i -м состоянии процесса $\lambda(t)$. Случайная величина t имеет функцию распределения $F_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t}$, $i = 1, 2$. В соответствии с методом обратных функций обозначим $F_i = x$, тогда равенство вида $t = -\frac{1}{\lambda_i} \ln(1 - x)$ является основой для

моделирования значения длительности интервалов между событиями потока в i -м состоянии, где x – равномерно распределенная на интервале $(0, 1)$ случайная величина, λ_i – параметр пуассоновского потока в i -м состоянии процесса $\lambda(t)$, $i = 1, 2$. Аналогично моделируется значение длительности пребывания процесса $\lambda(t)$ во втором состоянии.

В результате построена имитационная модель обобщенного полусинхронного потока событий с двумя состояниями в условиях продлевающегося мёртвого времени в виде программного кода на языке программирования C# в среде Visual Studio 2019 и поставлен ряд статистических экспериментов с целью установления работоспособности имитационной модели.

3. Результаты статистических экспериментов

В каждом эксперименте производится расчет четырех характеристик потока по соответствующим формулам; при этом используемое ниже обозначение T_m есть время моделирования реализаций потока.

1. Выборочное среднее периода ненаблюдаемости: $\hat{M}(\xi) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{\xi}^{(k)}$,

$\hat{\xi}^{(k)} = \frac{1}{i^{(k)}} \sum_{j=1}^{i^{(k)}} \xi_j^{(k)}$, где k – номер реализации; $i^{(k)}$ – количество наблюдаемых событий в реализации (количество периодов ненаблюдаемости); $\xi_j^{(k)}$ – значения периодов ненаблюдаемости после наблюдаемых событий в реализации; N – количество реализаций.

2. Выборочное среднее длительности интервала между наблюдаемыми событиями:

$\hat{M}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{\tau}^{(k)}$, $\hat{\tau}^{(k)} = \frac{1}{n^{(k)}} \sum_{j=1}^{n^{(k)}} \tau_j^{(k)}$, где k – номер реализации; $n^{(k)}$ – количество интервалов между наблюдаемыми событиями; $\tau_j^{(k)} = t_{j+1}^{(k)} - t_j^{(k)}$ – значения длительностей интервалов между соседними наблюдаемыми событиями в k -й реализации; N – количество реализаций.

3. Выборочная дисперсия периода ненаблюдаемости: $\hat{D}(\xi) = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (\hat{\xi}^{(k)} - \hat{M}(\xi))^2$.

4. Процентное отношение числа наблюдаемых событий ко всем событиям потока:

$P = \frac{100}{N} \sum_{k=1}^N \frac{i^{(k)}}{i^{(k)} + j^{(k)}}$, где $j^{(k)}$ – количество ненаблюдаемых событий в k -й реализации.

Эксперимент 1. Определение стационарного режима.

Целью данного эксперимента является определение стационарного режима для заданных параметров потока. Для эксперимента 1 фиксируются следующие параметры:

- $p = 0.5$ – вероятность перехода процесса $\lambda(t)$ из 1-го состояния во 2-е состояние;
- $T = 1$ – значение длительности мертвого времени;
- $\alpha = 0.5$ – интенсивность перехода процесса $\lambda(t)$ из 2-го состояния в 1-е состояние;
- $\delta = 0.5$ – вероятность инициирования дополнительного события в момент перехода процесса $\lambda(t)$ из 2-го состояния в 1-е состояние в 1-м состоянии.

Для эксперимента 1 используются следующие наборы параметров пуассоновского потока: 1) $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 0.5$; 2) $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 1$.

Таблица 1
Результаты эксперимента 1
для первого набора параметров

T_m	$\hat{M}(\xi)$	$\hat{M}(\tau)$	$\hat{D}(\xi)$	P
100	1.6971	2.7480	0.0217	39.380
200	1.6486	2.7072	0.0141	39.754
300	1.6595	2.7315	0.0092	39.369
400	1.6515	2.7182	0.0054	39.683
500	1.6389	2.7135	0.0042	39.976
...	...	...	...	...
1500	1.6486	2.7148	0.0014	39.644
1600	1.6456	2.7025	0.0014	39.972
1700	1.6436	2.7121	0.0014	39.828
1800	1.6422	2.7093	0.0012	39.921
1900	1.6389	2.7024	0.0011	39.924

Таблица 2
Результаты эксперимента 1
для второго набора параметров

T_m	$\hat{M}(\xi)$	$\hat{M}(\tau)$	$\hat{D}(\xi)$	P
100	2.6371	3.3622	0.1226	16.049
200	2.6355	3.3271	0.0631	16.0057
300	2.6535	3.3321	0.0449	16.057
400	2.6323	3.3118	0.0275	16.259
500	2.6586	3.3363	0.0231	16.002
...	...	...	...	...
1500	2.6483	3.3122	0.0079	16.144
1600	2.6339	3.2977	0.0062	16.148
1700	2.6432	3.3072	0.0085	16.111
1800	2.6537	3.3172	0.0067	16.086
1900	2.6296	3.2919	0.0046	16.218

На рис. 2–5 представлены результаты эксперимента 1 для первого набора параметров: $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 0.5$.

Рис. 2. Оценка значения периода ненаблюдаемости

Рис. 3. Оценка значения длительности интервала между соседними наблюдаемыми событиями

Рис. 3. Оценка значения выборочной дисперсии периода ненаблюдаемости

Рис. 4. Процент отношения наблюдаемых событий ко всем событиям, произошедшим в потоке

На рис. 6–9 представлены результаты эксперимента 1 для второго набора параметров: $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 1$.

Рис. 6. Оценка значения периода ненаблюдаемости

Рис. 7. Оценка значения длительности интервала между соседними наблюдаемыми событиями

Рис. 8. Оценка значения выборочной дисперсии периода ненаблюдаемости

Рис. 9. Процент отношения наблюдаемых событий ко всем событиям, произошедшим в потоке

Вывод. Для данных наборов параметров стационарный режим достигается для значений времени моделирования $T_m \geq 1300$. Значения выборочной дисперсии периода ненаблюдаемости для первого набора параметров (рис. 4) меньше приблизительно в 5 раз по отношению ко второму набору параметров (рис. 8). Это показывает, что вычисляемые характеристики при фиксированных значениях времени моделирования зависят от задаваемых параметров потока.

Эксперимент 2. Изменение вероятности перехода процесса $\lambda(t)$ из 1-го состояния во 2-е состояние.

Цель данного эксперимента заключается в проверке утверждения: «чем больше вероятность перехода p , тем меньше значение периода ненаблюдаемости».

Для эксперимента 2 фиксируются следующие параметры:

- $T_m = 1300$ — время моделирования;
- $T = 1$ — значение длительности мертвого времени;
- $\alpha = 0.5$ — интенсивность перехода процесса $\lambda(t)$ из 2-го состояния в 1-е состояние;
- $\delta = 0.5$ — вероятность инициирования дополнительного события в момент перехода процесса $\lambda(t)$ из 2-го состояния в 1-е состояние в 1-м состоянии.

Для эксперимента 2 используются следующие наборы параметров потока:

- 1) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.5$; 2) $\lambda_1 = 5, \lambda_2 = 1$.

Таблица 3

Результаты эксперимента 2 для первого набора параметров

p	$\hat{M}(\xi)$	$\hat{M}(\tau)$	$\hat{D}(\xi)$	P
0.1	1.677	2.722	0.0013	38.228
0.2	1.646	2.718	0.0016	39.553
0.3	1.624	2.712	0.0014	40.542
0.4	1.601	2.712	0.0015	41.562
0.5	1.595	2.718	0.0016	41.956
0.6	1.579	2.711	0.0012	42.609
0.7	1.570	2.712	0.0012	43.040
0.8	1.567	2.721	0.0014	43.318
0.9	1.554	2.716	0.0010	43.850

Таблица 4

Результаты эксперимента 2 для второго набора параметров

p	$\hat{M}(\xi)$	$\hat{M}(\tau)$	$\hat{D}(\xi)$	P
0.1	4.485	5.129	0.0473	6.219
0.2	3.376	4.026	0.0163	9.890
0.3	2.984	3.645	0.0100	12.490
0.4	2.772	3.435	0.0089	14.540
0.5	2.627	3.292	0.0083	16.170
0.6	2.564	3.229	0.0066	17.270
0.7	2.497	3.158	0.0049	18.400
0.8	2.444	3.117	0.0058	19.280
0.9	2.431	3.102	0.0049	19.800

На рис. 10–13 представлены результаты эксперимента 2 для первого набора параметров: $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.5$.

Рис. 10. Оценка значения периода ненаблюдаемости

Рис. 11. Оценка значения длительности интервала между соседними наблюдаемыми событиями

Рис. 12. Оценка значения выборочной дисперсии периода ненаблюдаемости

Рис. 13. Процент отношения наблюдаемых событий ко всем событиям, произошедшим в потоке

На рис. 14–17 представлены результаты эксперимента 2 для второго набора параметров: $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 1$.

Рис. 14. Оценка значения периода ненаблюдаемости

Рис. 15. Оценка значения длительности интервала между соседними наблюдаемыми событиями

Рис. 16. Оценка значения выборочной дисперсии периода ненаблюдаемости

Рис. 17. Процент отношения наблюдаемых событий ко всем событиям, произошедшим в потоке

Вывод. В данном эксперименте для второго набора параметров получаемые характеристики оказываются более стабильными по сравнению с характеристиками для первого набора параметров. Оба набора удовлетворяют поставленной цели эксперимента, что демонстрируют результаты, представленные на рис. 10–17. Такое поведение, в первую очередь, связано с определением исследуемого потока. Т.к. $\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$, то очевидно, что с увеличением вероятности p поток больше времени будет находиться во втором состоянии, вследствие чего уменьшается общее количество событий, что в значительной степени приводит к увеличению процента наблюдаемых событий.

Заключение

В данной работе рассмотрен обобщенный полусинхронный поток событий с пролезающим мертвым временем фиксированной длительности. В результате построена имитационная модель исследуемого потока в виде программного кода на языке программирования C# в среде Visual Studio 2019.

Анализ полученных результатов статистических экспериментов позволяет утверждать, что получена работоспособная модель, не противоречащая соответствующим входным данным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горцев А.М., Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Управление и адаптация в системах массового обслуживания. – Томск: Издательство Томского университета, 1978. – 208 с.
2. Вишневский В.М., Дудин А.Н., Клименок В.И. Стохастические системы с коррелированными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях. – М.: Техносфера, 2018. – 564 с.
3. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчёта фрагментов сетей связи. Ч. 1 // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1979. – № 6. – С. 92–99.
4. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчёта фрагментов сетей связи. Ч. 2 // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1980. – № 1. – С. 55–61.
5. Neuts M.F. A versatile Markov point process // Journal of Applied Probability. – 1979. – V. 16. – P. 764–779.
6. Нежелская Л.А. Оценка состояний дважды стохастических потоков событий. – Томск: Издательство Томского государственного университета, 2020. – 210 с.
7. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежелская Л.А. Оптимальная оценка состояний обобщенного полусинхронного потока событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2010. – № 2.
8. Nezhel'skaya L. Probability density function for modulated MAP event flows with unextendable dead time // Communications in Computer and Information Science. – 2015. – V. 564. – P. 141–151.
9. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. – Минск: Университетское, 1988. – 256 с.
10. Лифшиц А.Л., Мальц Э.А. Статистическое моделирование систем массового обслуживания. – М.: Сов. радио, 1978. – 248 с.

DOI: 10.17223/978-5-907442-42-9-2021-16

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ОЦЕНИВАНИЮ ПАРАМЕТРА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ СЛУЧАЙНОГО МЁРТВОГО ВРЕМЕНИ В АЛЬТЕРНИРУЮЩЕМ АСИНХРОННОМ ПОТОКЕ СОБЫТИЙ

Горцев А.М., Шманкеева А.В.
Томский государственный университет
shmankeeva@yandex.ru

Введение

Распространёнными математическими моделями физических явлений и процессов являются потоки событий. В частности, такие модели применяются при исследовании информационных потоков сообщений в телекоммуникационных системах, в спутниковых сетях связи и т.п. [1] В связи с интенсивным развитием компьютерных сетей модель простейшего потока событий перестала быть адекватной реальным информационным потокам. Требования практики послужили стимулом к рассмотрению дважды стохастических потоков [2,3] в качестве математической модели реальных потоков событий в компьютерных сетях. В большинстве публикаций авторы рассматривают математические модели потоков событий, когда события потока доступны наблюдению. Однако на практике возникают ситуации, когда наступившее событие влечёт за собой ненаблюдаемость последующих событий. Причиной ненаблюдаемости, как правило, выступает мёртвое время регистрирующих приборов [4], в течение которого другие события, поступившие в этот период, теряются. Регистрирующие приборы при этом делятся