МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ

VIII Международной молодежной научной конференции

«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 26-30 мая 2021 г.

Под общей редакцией И.С. Шмырина

Томск Издательство Томского государственного университета 2021

- 2. Kingman Y.F. C. On doubly stochastic Poisson process // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1964. V. 60. No. 4. P. 923–930.
- 3. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В. А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи. Ч.1 // Изв. АНССР. Техн. Кибернетика. 1979. №6. С. 92–99.
- 4. Neuts M.F. A versatile Markovian point process // Journal of Applied Probability. 1979. V. 16. P. 764–779.
- 5. *Lucantoni D.M.* New results on the single server queue with a batch markovian arrival process // Communication in Statistics Stochastic Models. 1991. V. 7. P. 1–46.
- 6. *Горцев А.М., Нежельская Л.А.* Оценивание длительности мертвого времени и параметров синхронного альтернирующего потока событий // Вестник Томского государственного университета. 2003. № S6. C. 232—239.
- 7. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Estimation of parameters of synchronously alternating Poisson stream of events by the moment method // Telecommunications and Radio Engineering. 1996. V. 50. No. 1. P. 56–63.
- 8. *Горцев А.М.*, *Нежельская Л.А*. Оценивание параметров синхронного дважды стохастического потока событий методом моментов // Вестник Томского государственного университета. − 2002. № S1-1. С. 24–29.
- 9. Nezhel'Skaya L.A. Probability density function for modulated MAP event flows with unextendible dead time // Communication in Computer and Information Science. 2015. V. 564. P. 141–151.
- 10. Горцев А.М., Нежельская Л.А. Оценивание параметров асинхронного потока с инициированием лишних событий методом моментов // Вестник Томского государственного университета. 2006. № S18. С. 267—273.
- 11. Леонова М.А., Нежельская Л.А. Вероятность ошибки при оценивании состояний обобщенного асинхронного потока событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. -2012. -№ 2 (19). C. 88–101.
- 12. *Горцев А.М., Зуевич В.Л.* Оптимальная оценка состояний асинхронного дважды стохастического потока событий с произвольным числом состояний // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. − 2010. − № 2 (11). С. 44–65.
- 13. Горцев А.М., Леонова М.А., Нежельская Л.А. Сравнение МП- и ММ-оценок длительности мертвого времени в обобщенном асинхронном потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. − 2013. № 4 (25). С. 32–42.
- 14. *Калягин А.А., Нежельская Л.А.* Сравнение МП- и ММ-оценок длительности мертвого времени в обобщенном полусинхронном потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. -2015. -№ 3 (32). -C. 23–32.
- 15. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежельская Л.А. Оценка максимального правдоподобия длительности мертвого времени в обобщенном полусинхронном потоке // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2015. № 1 (30). С. 27–37.
- 16. *Нежельская Л.А*. Оптимальное оценивание состояний полусинхронного потока событий в условиях его частичной наблюдаемости // Вестник Томского государственного университета. 2000. № 269. С. 95–98.
- 17. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежельская Л.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов обобщенного полусинхронного потока событий при непродлевающемся мертвом времени // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2014. № 2 (27). С. 19—29
- 18. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. Минск: Университетское, 1988. 256 с.
- 19. *Малинковский Ю.В.* Теория вероятностей и математическая статистика (часть 2. Математическая статистика). Гомель: УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2004. 146 с.
- 20. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров: учеб. пособие. М.: Высшая школа, 1994. 544 с.

DOI: 10.17223/978-5-907442-42-9-2021-13

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАССЕЯНИЯ НА ТОНКИХ СООСНЫХ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕМ И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ЦИЛИНДРАХ

Дмитренко А.Г., Балашова О.М.

Томский государственный университет dmitr.tsu.202@mail.ru, balashovajkz@mail.ru

Введение

Значительный интерес для исследователей представляет изучение рассеяния электромагнитных волн на структурах, состоящих как из идеально проводящих, так и диэлектрических тонких цилиндров конечной длины. Этот интерес обусловлен необходимостью решения таких практически важных проблем, как проблемы радиолокацион-

ной заметности, идентификации объектов, оценки рассеяния диэлектрическими или металлическими цилиндрическими деталями различных геометрически сложных тел и др.

Под тонким цилиндром обычно понимается цилиндрическое тело, чаще кругового сечения, поперечные размеры которого много меньше его длины и длины падающей волны. В [1] предложен численный метод решения задачи электромагнитного рассеяния на структурах, состоящих из одного тонкого диэлектрического цилиндра и одного тонкого идеально проводящего цилиндра. В [2,3] этот метод применен к анализу рассеяния электромагнитной волны на структурах, состоящих из параллельных идеально проводящего и диэлектрического цилиндров, а в [4,5] — к анализу рассеяния электромагнитной волны на структуре, состоящей из ортогональных цилиндров.

Данная работа продолжает цикл работ авторов, посвященных электромагнитному рассеянию на структурах, состоящих из одного тонкого диэлектрического цилиндра и одного идеально проводящего цилиндра. В ней рассмотрено рассеяние на структуре, в которой осевые линии цилиндров лежат на одной прямой линии (структуре из соосных цилиндров).

1. Постановка задачи и ее решение

Рассматриваемая структура в декартовой системе координат *Охуг* показана на рис. 1.

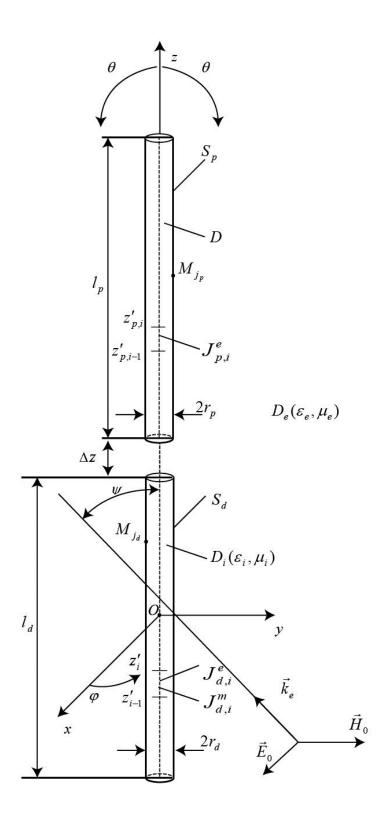


Рис. 1. Геометрия задачи

Осевые линии цилиндров ориентированы вдоль оси z, центр O системы координат расположен посередине осевой линии диэлектрического цилиндра. Диэлектрический цилиндр имеет длину l_d , радиус r_d и характеризуется электродинамическими параметрами ε_i , μ_i . Идеально проводящий цилиндр имеет длину l_p и радиус r_p . Для цилиндров выполняются условия тонкого цилиндра: $2r_d << \lambda$, $r_d << l_d$; $2r_p << \lambda$, $r_p << l_p$, где λ — длина падающей волны. Структура размещена в однородной среде D_e с электродинамическими параметрами ε_e , μ_e и возбуждается стационарным полем $\left\{ \vec{E}_o, \vec{H}_o \right\}$ (зависимость от времени выбрана в виде $e^{-i\omega t}$. Требуется найти рассеянное поле $\left\{ \vec{E}_e, \vec{H}_e \right\}$ в среде D_e .

Кроме поля $\left\{ \vec{E}_e, \vec{H}_e \right\}$ в D_e внутри диэлектрического цилиндра существует поле $\left\{ \vec{E}_i, \vec{H}_i \right\}$. Поля $\left\{ \vec{E}_e, \vec{H}_e \right\}$ и $\left\{ \vec{E}_i, \vec{H}_i \right\}$ должны удовлетворять уравнениям Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{E}_{e} = i\omega\mu_{e}\vec{H}_{e}, \operatorname{rot} \vec{H}_{e} = -i\omega\varepsilon_{e}\vec{E}_{e} \operatorname{B} D_{e}, \tag{1}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}_{i} = i\omega\mu_{i}\vec{H}_{i}, \operatorname{rot} \vec{H}_{i} = -i\omega\varepsilon_{i}\vec{E}_{i} \operatorname{B} D_{i}, \tag{2}$$

граничным условиям

$$\left[\vec{n}_{i},\left(\vec{E}_{i}-\vec{E}_{e}\right)\right]=\left[\vec{n}_{i},\vec{E}_{0}\right],\left[\vec{n}_{i},\left(\vec{H}_{i}-\vec{H}_{e}\right)\right]=\left[\vec{n}_{i},\vec{H}_{0}\right]$$
(3)

на поверхности S_d диэлектрического цилиндра и граничным условиям

$$\left[\vec{n}, \vec{E}_e\right] = -\left[\vec{n}, \vec{E}_0\right] \tag{4}$$

на поверхности S_p идеально проводящего цилиндра.

Кроме того, поле $\left\{ \vec{E}_{e}, \vec{H}_{e} \right\}$ в D_{e} должно удовлетворять условиям излучения

$$\left[\sqrt{\varepsilon_e}\vec{E}_e, \vec{R}/R\right] + \sqrt{\mu_e}\vec{H}_e = O\left(R^{-1}\right), \left[\sqrt{\mu_e}\vec{H}_e, \vec{R}/R\right] - \sqrt{\varepsilon_e}\vec{E}_e = O\left(R^{-1}\right), R \to \infty.$$
(5)

В выражениях (3)–(5) \vec{n}_i — единичный вектор нормали к поверхности S_d диэлектрического цилиндра; \vec{n} — единичный вектор нормали к поверхности S_p идеально проводящего цилиндра; $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $\left[\vec{a}, \vec{b}\right]$ — векторное произведение. Отметим, что при записи граничных условий (3)–(4) учтено, что поле во внешней среде D_e представлено в виде суммы рассеянного \vec{E}_e, \vec{H}_e и возбуждающего \vec{E}_0, \vec{H}_0 полей.

Метод решения задач электромагнитного рассеяния на структурах, содержащих один тонкий диэлектрический и один тонкий идеально проводящий цилиндр, предложен и подробно описан в работах [1,3]. Основные идеи этого метода следующие. Поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ во внешней среде D_e представлено в виде суммы полей неизвестных вспомогательных токов, непрерывно распределенных вдоль осей цилиндров. Поле $\{\vec{E}_i, \vec{H}_i\}$ внутри диэлектрического цилиндра представлено в виде суммы полей пар элементарных электрических диполей с неизвестными дипольными моментами, дискретным образом расположенных на вспомогательной поверхности, которая охватывает диэлектрический цилиндр и также имеет форму цилиндра. Такие представления для полей удовлетворяют уравнениям Максвелла (1)–(2) и условиям излучения (5). Для того, чтобы удовлетворить граничным условиям (3)–(4), необходимо соответствующим образом выбрать неизвестные распределения осевых токов и дипольные моменты.

Для этого первоначально осевая линия диэлектрического цилиндра разбивается на N_d одинаковых участков, а осевая линия идеально проводящего цилиндра — на N_p участков, в пределах которых величины вспомогательных токов можно считать постоянными; на рис. 1 это отрезки $[z'_{i-1}, z'_i]$ и $[z'_{p,i-1}, z'_{p,i}]$, соответственно. Токи на этих

участках $J_{d,i}^e$, $J_{d,i}^m$ и $J_{p,i}^e$ называются «элементами токов». Далее путем поточечного удовлетворения граничным условиям (3)-(4) в точках j_d на поверхности S_d диэлектрического цилиндра и в точках j_p на поверхности S_p идеально проводящего цилиндра получают систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных элементов токов и дипольных моментов. После решения этой системы необходимые компоненты рассеянного поля получаются с использованием представления для поля $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ во внешней среде D_e .

С учетом специфики рассматриваемой задачи этим методом получены следующие выражения для компонент рассеянного поля в дальней зоне в сферической системе координат:

$$E_{e,\theta}(M) = \sqrt{\frac{\mu_e}{\varepsilon_e}} H_{e,\phi}(M) = \frac{e^{ik_e R}}{R} D_{\theta}(\theta) + O(R^{-2}),$$

$$E_{e,\phi}(M) = -\sqrt{\frac{\mu_e}{\varepsilon_e}} H_{e,\theta}(M) = \frac{e^{ik_e R}}{R} D_{\phi}(\theta) + O(R^{-2}).$$
(6)

Компоненты диаграммы рассеяния $D_{\scriptscriptstyle heta}(\theta)$ и $D_{\scriptscriptstyle \phi}(\theta)$ определяются выражениями

$$D_{\theta}(\theta) = -\frac{i\omega\mu_{e}}{4\pi}\sin\theta \left[\sum_{i=1}^{N_{d}} J_{d,i}^{e} \int_{z_{i-1}^{\prime}}^{z_{i}^{\prime}} e^{-ik_{e}z'\cos\theta} dz' + \sum_{i=1}^{N_{p}} J_{p,i}^{e} \int_{z_{p,i-1}^{\prime}}^{z_{p,i}^{\prime}} e^{-ik_{e}z_{p}^{\prime}\cos\theta} dz'_{p} \right],$$

$$D_{\phi}(\theta) = \frac{ik_{e}}{4\pi}\sin\theta \sum_{i=1}^{N_{d}} J_{d,i}^{m} \int_{z_{i}^{\prime}}^{z_{i}^{\prime}} e^{-ik_{e}z'\cos\theta} dz'.$$
(7)

В выражениях (7) угол θ отсчитывается от положительного направления оси z; элементы токов $J_{d,i}^e$, $J_{d,i}^m$ ($i=\overline{1,N_d}$), $J_{p,i}^e$ ($i=\overline{1,N_p}$), являющиеся кусочно-постоянной аппроксимацией осевых токов цилиндров (рис. 1), находятся из системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} \vec{n}_{i}^{j_{d}}, \left(\vec{E}_{i}^{j_{d}} - \vec{E}_{e}^{j_{d}}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{n}_{i}^{j_{d}}, \vec{E}_{0}^{j_{d}} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \vec{n}_{i}^{j_{d}}, \left(\vec{H}_{i}^{j_{d}} - \vec{H}_{e}^{j_{d}}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{n}_{i}^{j_{d}}, \vec{H}_{0}^{j_{d}} \end{bmatrix}, \quad j_{d} = \overline{1, L_{d}},$$

$$E_{e,z}^{j_{p}} = -E_{0,z}^{j_{p}}, \quad j_{p} = \overline{1, L_{p}},$$

$$(8)$$

где j_d – точки коллокации на поверхности S_d диэлектрического цилиндра, их количество равно L_d ; j_p – точки коллокации на поверхности S_p идеально проводящего цилиндра, их количество равно L_p ; $\vec{n}_i^{\ j_d}$ – единичный вектор нормали в точках коллокации j_d ; $\vec{E}_e^{\ j_d}$, $\vec{H}_i^{\ j_d}$, $\vec{E}_i^{\ j_d}$, $\vec{H}_i^{\ j_d}$ и $\vec{E}_0^{\ j_d}$, $\vec{H}_0^{\ j_d}$ – компоненты внешнего, внутреннего и возбуждающего полей в этих же точках; $E_{e,z}^{\ j_p}$, $E_{0,z}^{\ j_p}$ – ориентированные вдоль оси z составляющие рассеянного и возбуждающего полей в точках коллокации j_p на поверхности идеально проводящего цилиндра. Для вычисления компонент векторов $\vec{E}_e^{\ j_d}$, $\vec{H}_e^{\ j_d}$, $\vec{E}_i^{\ j_d}$, $\vec{H}_i^{\ j_d}$, а также компоненты $E_{e,z}^{\ j_p}$ использованы выражения (6) и (7) работы [1].

2. Численные результаты

Изложенные выше соотношения реализованы в виде программы для расчета компонент рассеянного поля. Входными величинами программы являются геометрические параметры структуры: длины цилиндров l_d и l_p , радиусы цилиндров r_d и r_p , относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости диэлектрического цилиндра $\varepsilon_i' = \varepsilon_i/\varepsilon_e$ и $\mu_i' = \mu_i/\mu_e$, расстояние между цилиндрами Δz , а также параметры метода: числа разбиений осевых линий цилиндров N_d и N_p , количества точек коллокации L_d и L_p на поверхностях цилиндров и др. Подробная схема основных блоков программы пред-

ставлена в [4]. Программа была использована для определения области применимости метода, а также для исследования зависимости сечений обратного рассеяния структуры от угла падения плоской волны при различных значениях относительной диэлектрической проницаемости диэлектрического цилиндра.

Рис. 2 иллюстрирует область применимости метода. По оси абсцисс отложены значения радиусов цилиндров $k_e r_d = k_e r_p = k_e r$, по оси ординат — относительные (по отношению к возбуждающему полю) значения невязки граничных условий (выражение (8) в [2]). Кривая 1 относится к случаю, когда относительная диэлектрическая проницаемость ε_i' диэлектрического цилиндра равна 4, а кривая 2 — к случаю, когда она равна 20. При получении этих результатов длины цилиндров l_d и l_p выбраны равными 0.75 λ , а расстояние Δ дмежду цилиндрами выбрано равным 0.48 λ , где λ —длина волны возбуждающего поля; числа разбиений осевых токов N_d и N_p выбраны одинаковыми и равными 30; количества точек коллокации на каждой из поверхностей цилиндров выбраны равными 120: $L_d = L_p = 120$.

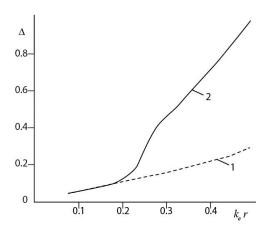


Рис. 2. Зависимость нормы невязки граничных условий от радиусов цилиндров при различных значениях относительной диэлектрической проницаемости цилиндра. Кривая 1 - при $\varepsilon'_i = 4$, кривая 2 - при $\varepsilon'_i = 20$.

Как показывают кривые, приведенные на рис. 2, область применимости метода сужается с ростом величины относительной диэлектрической проницаемости диэлектрического цилиндра. Этот результат совпадает с аналогичным результатом, полученным для параллельных цилиндров (см. рис. 5 в [2]). Из сравнения результатов, представленных на рис. 5 в [2], и результатов, представленных на рис. 2, следует, что в широком диапазоне значений ε_i' диэлектрического цилиндра предложенный нами в [1,3] метод решения задач электромагнитного рассеяния на структурах, состоящих из одного тонкого диэлектрического цилиндра и одного тонкого идеально проводящего цилиндра уверенно можно применять, если радиусы цилиндров $k_e r_d$, $k_e r_p \leq 0.1$.

На рис. З показаны полученные в результате выполненных расчетов зависимости сечений обратного рассеяния исследуемой структуры от угла ψ падения плоской волны при различных значениях относительной диэлектрической проницаемости диэлектрического цилиндра. Предполагается, что плоская волна падает на структуру таким образом, что векторы \vec{k}_e и \vec{E}_0 лежат в плоскости xz, угол ψ – это угол между направлением падения волны, характеризуемым волновым вектором \vec{k}_e , и осью z. Угол ψ отложен по оси абсцисс, а по оси ординат отложено сечение обратного рассеяния, нормированное на квадрат длин волны. Кривая 1 относится к случаю, когда относительная диэлектри-

ческая проницаемость диэлектрического цилиндра ε_i' равна 4, кривая $2-\kappa$ случаю, когда она равна 10, и кривая $3-\kappa$ случаю, когда $\varepsilon_i'=20$. Во всех случаях предполагалось, что безразмерные длины цилиндров $k_e l_d$ и $k_e l_p$ равны 4.71, радиусы $k_e r_d$ и $k_e r_p$ равны 0.1, а расстояние между цилиндрами $k_e \Delta z=3$. Числа разбиений осевых линий цилиндров выбраны равными 30, а числа точек коллокаций на поверхности каждого из цилиндров — 120.

Приведенные на рис. 3 кривые показывают, что значения сечений обратного рассеяния (при одном и том же значении угла ψ) существенно зависят от значения относительной диэлектрической проницаемости ε_i' диэлектрического цилиндра. Эта зависимость, вообще говоря, имеет сложный характер, но интересно отметить, что при углах падения ψ , больших 100° , просматривается тенденция увеличения сечения обратного рассеяния с ростом значения относительной диэлектрической проницаемости ε_i' диэлектрического цилиндра.

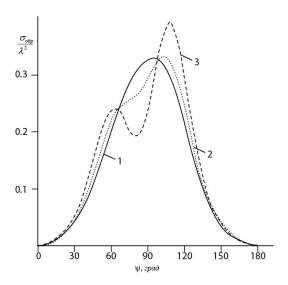


Рис. 3. Зависимости сечений обратного рассеяния от угла ψ падения плоской волны. Кривая 1 соответствует $\epsilon_i'=4$, кривая $2-\epsilon_i'=10$, кривая $3-\epsilon_i'=20$.

Заключение

Таким образом, в данной работе представлены результаты исследования электромагнитного рассеяния на тонких соосных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах. Кратко описан метод решения поставленной задачи. Определена область применимости этого метода. Для одной из конкретных структур исследована зависимости сечений рассеяния от угла падения плоской волны при различных значениях относительной диэлектрической проницаемости диэлектрического цилиндра.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Дмитренко А.Г., Балашова О.М. Численный метод решения задачи электромагнитного рассеяния на тонких параллельных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах // Материалы VI Международной молодежной научной конференции «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем». Томск, 24-26 мая 2018 г. С. 55–61.
- 2. Дмитренко А.Г.б Балашова О.М. Программное обеспечение для решения задачи электромагнитного рассеяния на тонких параллельных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах // Материалы VII Международной молодежной научной конференции «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем». Томск, 23-25 мая 2019 г. С. 107–118.

- 3. Дмитренко А.Г., Балашова О.М. Моделирование электромагнитного рассеяния на тонких параллельных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. 2020. № 51. С. 35–44.
- 4. Дмитренко А.Г., Балашова О.М. Алгоритм и программа расчета электромагнитного рассеяния на тонких ортогональных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах // Материалы Международной научной конференции «Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем». Томск, 28-30 мая 2020 г. С. 90-98.
- 5. Дмитренко А.Г., Балашова О.М. Моделирование электромагнитного рассеяния на тонких ортогональных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах // Материалы тринадцатой международной конференции «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур». Томск, 7-9 сентября 2020 г. С. 7–8.

DOI: 10.17223/978-5-907442-42-9-2021-14

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ОБОБЩЁННОМ МАР-ПОТОКЕ СОБЫТИЙ

Кеба А.В., Нежельская Л.А.

Томский государственный университет mir.na.mig7@mail.ru, ludne@mail.ru

Ввеление

В настоящее время математические модели теории массового обслуживания (ТМО) широко используются для описания и анализа реальных физических, технических и иных процессов и систем. Интенсивное развитие компьютерных технологий и информационных сетей связи послужило толчком к формированию и развитию ключевых сфер приложений аппарата ТМО: телекоммуникационных, вычислительноинформационных, компьютерных, спутниковых сетей связи и т.п. Так, если рассмотреть входящий поток событий реальных систем, то можно выявить, что характеризующая их интенсивность подвержена случайным изменениям, моменты времени регистрации событий, в большинстве, носят случайный характер. Данные факторы становятся причиной рассмотрения в качестве математических моделей информационных потоков сообщений в реальных сетях и системах дважды стохастических потоков событий [1], которые подразделяются на два класса: 1) интенсивность потоков есть непрерывный случайный процесс [2,3]; 2) интенсивность потоков есть кусочнопостоянный случайный процесс с конечным числом состояний [4-6]. Отметим, что к потокам второго класса относится обобщённый МАР-поток событий с произвольным (конечным) числом состояний, который представляет собой адекватную математическую модель реальных потоков случайных событий.

В данной работе осуществляется исследование обобщённого МАР-потока событий с произвольным числом состояний при его полной наблюдаемости. Находится явный вид плотности вероятности [7–9] длительности интервала между моментами наступления соседних событий. Данная статья является непосредственным развитием работ [10–13].

1. Постановка задачи

Исследуется обобщённый МАР-поток событий с произвольным числом состояний (далее — поток), функционирующий в установившемся режиме (время функционирования потока стремится к бесконечности). Сопровождающий случайный процесс $\lambda(t)$ изучаемого потока представляет собой кусочно-постоянный принципиально ненаблюдаемый случайный процесс с n состояниями: $S_1, S_2, ..., S_n$. Полагается, что при $\lambda(t) = \lambda_i$ имеет место i-е состояние (S_i) , $i = \overline{1,n}$ процесса $\lambda(t)$. При этом $\lambda_1 > \lambda_2 > ... > \lambda_n > 0$. Наблюдаемыми являются моменты времени наступления событий потока $t_1, t_2, ...$.