МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ

**VIII Международной молодежной научной
конференции**

**«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ,
ТЕХНИЧЕСКИХ
И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

Томск, 26–30 мая 2021 г.

Под общей редакцией И.С. Шмырина

Томск
Издательство Томского государственного университета
2021

Маркова с непрерывным временем. Для описания функционирования модели была составлена система дифференциально-конечноразностных уравнений Колмогорова (1). Как результат, с помощью метода частичных характеристических функций и модификации метода асимптотического анализа была получена формула (4), являющаяся асимптотическим приближением характеристической функции числа событий, наступивших в выходящем потоке системы М/М/1. Применив к полученной формуле (4) обратное преобразование Фурье, было получено распределение вероятностей числа событий, наступивших в выходящем потоке за время t , формула (5).

DOI: 10.17223/978-5-907442-42-9-2021-27

ЗАДАЧА MARL ДЛЯ СВЕТОФОРА НА ПЕРЕКРЁСТКЕ

Тисленко Т.И.

Сибирский федеральный университет
timtisko@mail.ru

Введение

В Красноярске с каждым годом растет количество желающих стать автомобилистом. По данным агентства «Автостат» на 1 января 2020 г. Красноярский край оказался на 12 месте в топ-20 регионов по объему автомобильного парка в России. С количеством автомобилистов увеличивается и время, которое проводится в пробках. Таким образом, проблема оптимизации сети светофоров с целью уменьшения задержек трафика автомобилей является актуальной и востребованной в современных мегаполисах. Решение проблемы – согласование действий сети светофоров по управлению процессом выбора задержки сигнала. Внедрение адаптивных систем светофоров в городскую транспортную сеть может его уменьшить.

На данный момент существует множество адаптивных систем управления трафиком. Например, модель Split Cycle Offset Optimization Technique (SCOOT) в Великобритании [1]. При ее использовании транспортные средства обнаруживаются по мере приближения к перекрестку задолго до стоп-линии, затем с нескольких перекрестков сигналы об обнаружении передаются в центральную систему, которая моделирует поток транспорта в этом районе и производит адаптацию фаз светофора в соответствии с трафиком, тем самым сводя к минимуму ненужные зеленые фазы. Также к централизованному типу координации можно отнести систему Traffic-responsive Urban Control (TUC) в Греции [1,2]. Использование центральных систем координации в случае большого количества перекрестков ресурсозатратно, поэтому в качестве альтернативы возникли распределенные модели [1]: Sydney Coordinated Adaptive Traffic System (SCATS) в Австралии, Dynamic Programming Algorithm (PRODYN) и Real-time Hierarchical Optimized Distributed Effective System (RHODES). Приведенные системы оперируют количеством транспортных средств, проходящих на определенном отрезке полосы дороги, и поэтому их можно отнести к моделям, основанным на плотности потока.

Как альтернативный способ координации можно рассмотреть модели, основанные на марковских процессах принятия решений, которые могут не оперировать интенсивностью потока. В качестве математической модели сети светофоров в работе рассматривается управляемый марковский процесс с конечным числом действий и состояний [3,4]. Каждый агент (светофор) не располагает ресурсами и решает задачу целесообразности выбора того или иного сигнала. Среда – перекресток с машинами, где на отрезках дорог за 100 м до стоп-линий засекается время. Состояние среды отражает активность фазы светофора. Тогда проблема оптимизации сводится к задаче MARL (Multiagent Reinforcement Learning) [4]. Как правило, обучение с подкреплением используется для одного агента в среде, чтобы максимизировать его долгосрочную награду. Модель среды – марковский процесс принятия решения [5]. В работе исследуется

модель Q -обучения одного агента (светофора) в стационарной среде [6]. Q -обучение сводится к оптимальному сопоставлению агентом действия a состоянию окружающей среды s на основе кумулятивных наград $r(s,a)$. Предложенная математическая модель процесса выбора фазы светофора учитывает текущее расположение светофоров и их загрузки и позволяет сформулировать оптимизационные задачи, целью которых является минимизация задержки трафика автомобилей. Отметим, что структура мультиагентной системы, включающая в себя единственного агента – светофор, обеспечивает наиболее эффективное распараллеливание всей задачи на подзадачи, которые будут решены агентом.

1. Задача MARL для одного светофора

Пусть светофор – это агент, не располагающий ресурсами. В качестве среды будем рассматривать перекресток с машинами, где на отрезках дорог за 100 м до стоп-линий засекается время (рис. 1).

Рис. 1. Визуальная интерпретация модели

Считаем, что состояние среды отражает активность фазы светофора. Обозначим $S = \{s_0 = \text{«активна фаза 0»}, s_1 = \text{«активна фаза 1»}\}$ – пространство состояний агента, а множество решений агента как $A = \{a_0 = \text{«оставить фазу»}, a_1 = \text{«сменить фазу»}\}$. Диаграмма переходов для светофора представлена на рис. 2.

Рис. 2. Диаграмма переходов для задачи управления светофором

Пусть в момент времени t_k активна фаза светофора S_k . Под задержкой на фазе S_k будем понимать суммарное засечённое время всех машин, проходящих через отрезок дороги. Задержка на фазе s после действия a есть функция вознаграждения $r(s, a)$. Будем считать, что функция вознаграждения всецело определяется текущим состоянием, выбранной стратегией и состоянием, в которое перейдет процесс на следующем шаге. Далее предполагаем, что вероятность перехода $p(S_i, A_k; S_j)$ системы из состояния S_i при выборе решения A_k в состояние S_j полностью определяется состоянием, в которое переходит процесс.

Функция суммарных доходов от оптимальной политики в состоянии s в общем виде задается формулой [5]:

$$V^*(s) = \max_{A(\bullet)} \sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r(s_t, a_t), \quad (1)$$

где γ – это коэффициент переоценки, а $A(\bullet)$ – управление.

Известно [4], что уравнение Вальда – Беллмана для управляемого марковского процесса с конечным числом действий и состояний в общем виде имеет вид

$$V^*(s) = \max_{a \in A} \sum_{s' \in S} p(s, a; s') (r(s, a; s') + \gamma V^*(s')). \quad (2)$$

С учётом (1) и (2) задача MARL для одного светофора примет следующий вид.

Задача MARL для одного светофора

Требуется найти такое управление $A(\bullet)$, которое доставляет максимум функции

$$V^*(s) = \max \left\{ p(s, A_0; S_0) (r(s, A_0) + \gamma V^*(S_0)) + p(s, A_0; S_1) (r(s, A_0) + \gamma V^*(S_1)); \right. \\ \left. p(s, A_1; S_0) (r(s, A_1) + \gamma V^*(S_0)) + p(s, A_1; S_1) (r(s, A_1) + \gamma V^*(S_1)) \right\},$$

где функция $V^*(s)$ представима в виде $V^*(s) = \max_{a \in A} Q(s, a) = \max_{a \in A} Q_t(s, a)$, а $Q(s, a)$ есть функция

$$Q(s, a) = \sum_{s' \in S} p(s, a; s') (r(s, a; s') + \gamma V^*(s')) = \sum_{s' \in S} p(s, a; s') \left(r(s, a; s') + \gamma \max_{a' \in A} Q(s', a') \right).$$

Решение задачи MARL для одного светофора базируется на идее Q -обучения, которая заключается в оценке невычислимой правой части [4]:

$$Q_{t+1}(s, a) = Q_t(s, a) + \alpha_t(s, a) \left(r(s, a) + \gamma \max_{a' \in A} Q_t(s', a') - Q_t(s, a) \right), \quad (3)$$

где s' – положение процесса на шаге $t+1$, если на шаге t в состоянии s было выбрано действие a ; α – коэффициент скидки.

Если на шаге t итерационный процесс находился в состоянии s и было выбрано действие a , то в (3) полагаем $0 \leq \alpha_t \leq 1$, иначе $\alpha_t = 0$.

Последовательность векторов $Q = \{Q(s, a)\}_{s \in S, a \in A}$ можно записать итеративно в виде $Q_{t+1} = B(Q_t)$, где $B: \square_{\infty}^{|A|+|S|} \rightarrow \square_{\infty}^{|A|+|S|}$ является сжимающим отображением [4]. Действительно,

$$\begin{aligned}
\rho(BQ_1, BQ_2) &= \max_{a \in A, s \in S} \left| \sum_{s' \in S} p(s, a; s') \left(r(s, a; s') + \gamma \max_{a' \in A} Q_1(s', a') \right) - \right. \\
&\quad \left. - \sum_{s' \in S} p(s, a; s') \left(r(s, a; s') + \gamma \max_{a' \in A} Q_2(s', a') \right) \right| = \\
&= \max_{a \in A, s \in S} \left| \sum_{s' \in S} p(s, a; s') \gamma \left(\max_{a' \in A} Q_1(s', a') - \max_{a' \in A} Q_2(s', a') \right) \right| \leq \\
&\leq \gamma \max_{a \in A, s \in S} \sum_{s' \in S} p(s, a; s') \left| \max_{a' \in A} Q_1(s', a') - \max_{a' \in A} Q_2(s', a') \right| \leq \\
&\leq \gamma \max_{s' \in S} \left| \max_{a' \in A} (Q_1(s', a') - Q_2(s', a')) \right| \leq \\
&\leq \gamma \max_{a' \in A, s' \in S} |Q_1(s', a') - Q_2(s', a')| = \gamma \max_{a \in A, s \in S} |Q_1(s, a) - Q_2(s, a)| = \gamma \rho(Q_1, Q_2),
\end{aligned} \tag{4}$$

где $0 < \gamma < 1$, $\rho(\bullet, \bullet)$ – метрика в $\square_{\infty}^{|A|+|S|}$.

Полученная последовательность $\{Q_t\}$ представляет собой приближенные решения уравнения $BQ = Q$. Таким образом, начиная с определенного момента времени вычислять значение функции Q не требуется, и эффективная оценка точности такого приближенного решения рассчитывается по формуле

$$\rho(Q_{t_n}, Q_{t_0}) = \rho(B^n Q, Q) \leq \frac{\gamma^n \rho(BQ, Q)}{1 - \gamma}. \tag{5}$$

Теперь можем сформулировать критерий сходимости процесса $\{Q_t\}$ [4].

Критерий сходимости

Если стратегия $A(\bullet)$ приводит к тому, что каждая пара (s, a) бесконечное число раз встречается, то из условия сжимаемости B при $\sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i = \infty$, $\sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i^2 < \infty$ следует сходимость процесса $\{Q_t\}$ с оценкой (4).

С учётом формул (3)–(5) будем искать оптимальное управление в виде $a_t = \arg \max_{a' \in A} Q_t(s, a')$. Оптимальное управление a_t является решением задачи MARL для одного светофора, т.е. доставляет максимум функции суммарных доходов $V_t^* = \max_{a \in A} Q_t(s, a)$.

2. Вычислительные эксперименты

Для исследования представленной модели была разработана программа имитационного моделирования в системе AnyLogic и проведены серии вычислительных экспериментов. Эксперименты проводились на ПК с процессором Intel® Core™ i7-10510U CPU @ 1.80ГГц и оперативной памятью объемом 8ГБ.

Целью экспериментов было сравнение времени задержки машин в модели системы управления светофоров, длительность фаз p_0 , p_1 которой получена перебором (рис. 3), и управляемой марковским процессом (рис. 4), в системе Anylogic. Имитационное моделирование процесса управления светофором проводилось с учётом следующих условий (рис. 3, 4):

- 1) машины прибывают на перекресток с каждого из трех направлений: carSource, carSource1, carSource2, с интенсивностью 1000 в час,
- 2) коэффициенты скидки α (alfa) и переоценки γ (gamma) подобраны эмпирическим путём,

3) дискретное время period составляет 5 секунд.

Рис. 3. Модель, длительность фаз которой получена перебором

Рис. 4. Модель, управляемая марковским процессом

При имитационном моделировании машины создаются на одной из позиций, отмеченных зеленым цветом, и перемещаются в направлении позиций, отмеченных синим, после чего удаляются (рис. 4). При пересечении полосы, на расстоянии 100 метров до стоп-линии, пары, состоящие из указателей на объект машины и текущего времени модели, добавляются в одну из коллекций `timecollection1`, `timecollection2`. Далее машины удаляются из коллекции при проезде через перекресток. В течении периода времени 1 секунда вызывается событие `SUMMATOR`, прибавляющее суммарное время задержки машин, находящихся в коллекции, к текущей задержке `DELAY`. В течении периода времени period вызывается событие `Qlearning`, реализующее решение задачи MARL. На основе события `Qlearning` принимается решение об остановке или продлении фазы светофора.

Результаты и выводы: модель, управляемая марковским процессом, показала уменьшение суммарной задержки в 1.5 раза по сравнению с системой управления светофором, длительность фаз которой подобрана перебором от 5 секунд до 30 секунд с

шагом 1. Значение вектора всевозможных значений функции $Q(s,a)$ по метрике из $\square_{\infty} |A|+|S|$ сходится (рис. 5).

Рис. 5. График сходимости итерационного процесса для модели, управляемой марковским процессом

Заключение

В работе исследована математическая модель процесса выбора фазы светофора, отличающаяся учетом текущего расположения светофора и его загрузки. Сформулирована задача MARL для одного светофора на перекрестке. Решение задачи минимизации задержки трафика рассматривается как итерационный процесс, для которого получен критерий сходимости. Проведено имитационное моделирование в среде Anylogic 8. В дальнейшем планируется увеличить количество агентов и сравнить результаты с существующими моделями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Goel S., Bush S., Gershenson C.* Self-Organization in Traffic Lights: Evolution of Signal Control with Advances in Sensors and Communications ArXiv. – 2017. – abs. 1708.07188.
2. *Manolis D., Diakaki C., Papamichail I. et al.* Simulation investigations of the coordinated traffic-responsive signal control strategy TUC with actuation at the local junction level // *Eur. Transp. Res. Rev.* – 2018. – 10. – 25.
3. *El-Tantawy S., Abdulhai B., Abdelgawad H.* Multiagent Reinforcement Learning for Integrated Network of Adaptive Traffic Signal Controllers (MARLIN-ATSC): Methodology and Large-Scale Application on Downtown Toronto // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems.* – 2013. V. 14. – No. 3. – P. 1140–1150.
4. *Гасников А.В., Горбунов Э.А., Гуз С.А. и др.* Лекции по случайным процессам: учебное пособие. Под ред. А.В. Гасникова. – «Москва»: МФТИ, 2019. – 285 с.
5. *Майн Х., Осаки С.* Марковские процессы принятия решений. – Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1977. – 176 с.
6. *Sandholm T.W.* Contract Types for Satisficing Task Allocation: I Theoretical Results // *AAAI Spring Symposium Series: Satisficing Models.* – 1998. – P. 68–75.