

## ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

### МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«Физическая мезомеханика.

Материалы с многоуровневой иерархически  
организованной структурой и интеллектуальные  
производственные технологии»

6–10 сентября 2021 г.

Томск, Россия

## НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЯ С НЕЛОКАЛЬНОЙ ДИФФУЗИЕЙ, СОПРОВОЖДАЕМОЙ ФАЗООБРАЗОВАНИЕМ

Князева А.Г.

*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

Многокомпонентные и многофазные материалы и структуры, в том числе синтезируемые аддитивными методами, часто можно представить в виде отдельных и связанных между собой элементов – стержней, балок, пластин и т.д. От поведения этих элементов и связей между ними зависит поведение конструкций в целом. В настоящей работе изучается поведение в агрессивной среде стержня, один торец которого зажат, а второй свободен от действия внешних сил. Как и в теории Бернулли-Эйлера, принимается, что в процессе колебаний все сечения стержня, перпендикулярные его оси, остаются плоскими. Напряжения вдоль оси стержня  $\sigma_x$  связаны с его прогибом  $w(x,t)$  и концентрациями диффузанта  $C_R$  и продукта реакции  $C_P$  соотношением

$$\sigma_{xx} - \xi \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = -E \left( z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha_R (C_R - C_{R0}) + \alpha_P (C_P - C_{P0}) \right),$$

где  $E$  – модуль упругости стержня;  $z$  – расстояние от срединной линии стержня;  $\alpha_R$ ,  $\alpha_P$  – коэффициенты концентрационного расширения;  $C_{R0}$ ,  $C_{P0}$  – концентрации в исходном веществе,  $\xi$  – параметр нелокальности. Уравнение движения также выводится с учетом нелокальности изгибающего момента и его связи с моментами, вызванным изменением состава.

Насыщение стержня активным элементом происходит вдоль всей его поверхности, а также со свободного торца. Изменение состава стержня возможно вследствие диффузии, переноса диффузанта под действием возникающих напряжений, а также вследствие химической реакции, что учитывается в диффузионной задаче, включающей уравнение

$$t_D \frac{\partial^2 C_R}{\partial t^2} + \left( 1 + \frac{t_D \beta}{\rho A} \right) \frac{\partial C_R}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_R}{\partial x^2} - \frac{B_\sigma}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left[ C_R \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \right] + \frac{\beta}{A \rho} [C_e - C_R] - t_D k_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - k_0 \varphi.$$

Здесь  $\beta$  – коэффициент массообмена;  $D$  – коэффициент диффузии;  $B_\sigma$  – коэффициент переноса под действием напряжений;  $A$  – площадь сечения стержня;  $k_0$  – константа скорости реакции;  $\rho$  – плотность материала стержня (принятая неизменной);  $C_e$  – концентрация диффузанта в окружающей среде;  $\varphi$  – кинетическая функция. Конечность времени релаксации потока массы  $t_D$ , которая привела к гиперболическому уравнению массопереноса, связана с нелокальностью диффузии и возможной структурной неоднородностью материала стержня.

Уравнения движения и диффузии дополняются уравнением кинетики для продукта реакции и граничными условиями, соответствующими описанной ситуации.

В некоторых частных случаях модель допускает линеаризацию и применение традиционных для таких задач аналитических методов. Величина прогибов и критические условия потери устойчивости стержня зависят от всех параметров модели. Заметим, что подобные задачи вызывают интерес в совершенно разных приложениях [1-3] и др.

*Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, тема номер FWRW-2019-0035.*

1. K. S. Surana, D. Mysore, J. N. Reddy Thermodynamic consistency of beam theories in the context of classical and non-classical continuum mechanics and a thermodynamically consistent new formulation // Continuum Mech. Thermodyn. (2019) 31:1283–1312 <https://doi.org/10.1007/s00161-019-00744-8>
2. A.S. Usmani, J.M. Rotter, S. Lamont, A.M. Sanad, M. Gillie Fundamental principles of structural behavior under thermal effects // Fire Safety Journal 36 (2001) 721–744.
3. Yepeng Xu, Ding Zhou Two-dimensional thermoelastic analysis of beams with variable thickness subjected to thermo-mechanical loads // Applied Mathematical Modelling 36 (2012) 5818–5829