



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ
ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ (ИТММ-2020)

**МАТЕРИАЛЫ
XIX Международной конференции
имени А. Ф. Терпугова
2–5 декабря 2020 г.**



ТОМСК
«Издательство НТЛ»
2021

УДК 519
ББК 22.17
И74

И74 Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2020): Материалы XIX Международной конференции имени А. Ф. Терпугова (2–5 декабря 2020 г.). – Томск: Изд-во НТЛ, 2021. – 498 с.

ISBN 978-5-89503-647-1

Сборник содержит избранные материалы XIX Международной конференции имени А. Ф. Терпугова по следующим направлениям: теория массового обслуживания и ее приложения, интеллектуальный анализ данных и визуализация, информационные технологии и программная инженерия, математическое и компьютерное моделирование технологических процессов.

Для специалистов в области информационных технологий и математического моделирования.

УДК 519
ББК 22.17

Редколлегия:

А.А. Назаров, доктор технических наук, профессор,
С.П. Моисеева, доктор физико-математических наук, профессор,
А.Н. Моисеев, доктор физико-математических наук, доцент,
М.П. Фархадов, доктор технических наук, профессор,
Е.Ю. Лисовская, кандидат физико-математических наук.

*Конференция проведена при поддержке
международного научно-методического центра
Томского государственного университета по математике,
информатике и цифровым технологиям в рамках
федерального проекта «Кадры для цифровой экономики»
национальной программы
«Цифровая экономика в Российской Федерации»*

ISBN 978-5-89503-647-1

© Авторы. Текст, 2021
© ООО «Издательство НТЛ».
Оформление. Дизайн, 2021

Асимптотическая оценка интенсивности сборки пуассоновских потоков

Гурами Цициашвили¹, Анатолий Назаров²,
Александр Моисеев²

¹ *Институт прикладной математики ДВО РАН, г. Владивосток, Россия,
Национальный исследовательский*

² *Томский государственный университет, Томск, Россия*

Рассматривается сборка стационарных пуассоновских потоков событий. Под термином «сборка» понимается такой поток, события которого представляют собой события исходных потоков, «склеенных» по их порядковым номерам. Другими словами, события в сборке наступают в момент, когда наступает последнее из событий с соответствующим порядковым номером среди всех потоков. Подобные модели могут применяться для анализа компьютерных сетей, производственных линий и других систем [1, 2].

В [3] показано, что средняя интенсивность такого потока при растущем времени наблюдения ($t \rightarrow \infty$) стремится к наименьшей из интенсивностей исходных потоков. Однако вычислительные эксперименты, проведенные с помощью аппроксимации пуассоновского распределения с большим параметром нормальным распределением, показали, что имеется возможность улучшения построенных оценок скорости сходимости.

Настоящая работа посвящена получению в некотором смысле наилучшаемых оценок скорости сходимости интенсивности потока сборки. Анализ проблемы показывает, что при решении данной задачи следует сочетать аналитические и численные оценки, постоянно сравнивая их друг с другом. Причем важную роль здесь играет центральная предельная теорема, принимаемая в смысле C -сходимости [4].

Для сокращения объема текста все доказательства и некоторые вспомогательные утверждения в данной статье опущены.

Математическая модель и постановка задачи

Пусть имеется r независимых друг от друга стационарных пуассоновских потоков событий, которые будем называть исходными потоками. Интенсивности этих потоков равны $\lambda_1, \dots, \lambda_r$. Обозначим $t_{k,i}$ – мо-

мент наступления i -го события в k -м исходном потоке $T_k = \{0 \leq t_{k,1} \leq t_{k,2} \leq \dots\}$ ($i = 1, 2, \dots; k = 1, \dots, r$). Сборкой потоков T_1, \dots, T_r (или потоком сборки) называется поток событий

$$A_r = \{0 \leq \max(t_{1,1}, \dots, t_{r,1}) \leq \max(t_{1,2}, \dots, t_{r,2}), \dots\}.$$

Обозначим $n_k(t), t \geq 0$ – число событий, наступивших в k -м исходном потоке до момента t . Тогда число событий $N_r(t)$, наступивших в потоке сборки до момента времени t , можно записать как

$$N_r(t) = \min_{k=1, \dots, r} n_k(t).$$

Следует заметить, что по очевидным причинам рассматриваемый поток сборки не является пуассоновским, что затрудняет его исследование.

Центральная предельная теорема для потока сборки

Пусть существует некоторое число s потоков с одинаковой наименьшей интенсивностью:

$$\lambda = \lambda_1 = \dots = \lambda_s < \lambda_{s+1} \leq \dots \leq \lambda_r.$$

Тогда имеет место следующее утверждение.

Теорема 1. Для любого $v: -\infty < v < \infty$, справедливо предельное соотношение

$$P\left\{\frac{N_r(t) - \lambda t}{\sqrt{\lambda t}} > v\right\} \rightarrow \left[\int_v^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2/2) du\right]^s, \quad t \rightarrow \infty.$$

Замечание 1. Случайный процесс $\frac{n_k(tu) - \lambda tu}{\sqrt{\lambda t}}$ как функция неотрицательной переменной u при $t \rightarrow \infty$ сходится к винеровскому случайному процессу $w_k(u), k = 1, \dots, s$ в смысле C -сходимости [4].

Замечание 2. Пусть $r = s$, тогда случайный процесс $\frac{N_r(tu) - \lambda tu}{\sqrt{\lambda t}}$ при $t \rightarrow \infty$ сходится к винеровскому случайному процессу $\min_{k=1, \dots, r} w_k(u)$ в смысле C -сходимости, где $w_1(u), \dots, w_r(u), u \geq 0$ – независимые винеровские процессы.

Предельные соотношения для интенсивности сборки потоков с одинаковой интенсивностью

Пусть все исходные потоки имеют одинаковую интенсивность (случай $s = r$). Рассмотрим марковский процесс $\{n_1(t), \dots, n_r(t)\}$. Скачок этого процесса в момент времени t из состояния $(n_1, \dots, n_i, \dots, n_r)$, в котором $n_i < \min_{k \neq i} n_k$, в состояние $(n_1, \dots, n_i + 1, \dots, n_r)$ приводит к появлению в этот момент времени события у потока сборки. Следовательно, мгновенная интенсивность потока сборки $\bar{\lambda}(t)$ удовлетворяет равенству

$$\bar{\lambda}(t) = \lambda \sum_{i=1}^r \mathbf{P} \left\{ n_i(t) < \min_{k \neq i} n_k(t) \right\}.$$

Введем следующие обозначения:

$$a = \lambda t, \quad p(k, a) = \frac{e^{-a} a^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots,$$

$$f(a) = \mathbf{P} \{ n_1(t) = \dots = n_r(t) \} = \sum_{k=0}^{\infty} p^r(k, a).$$

Лемма 1. Выполняется следующее равенство:

$$\bar{\lambda}(t) = \lambda (1 - \mathbf{P} \{ n_1(t) = \dots = n_r(t) \}) = \lambda (1 - f(a)). \quad (1)$$

Аппроксимацию $g(a)$ функции $f(a)$ будем искать в виде

$$g(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \exp \left(-\frac{(x-a)^2}{2a} \right) \right]^r dx = \frac{1}{\sqrt{r}} (2\pi a)^{(1-r)/2}.$$

Запишем основные результаты исследования.

Теорема 2. Для $\lambda > 0$, $r > 2$ и $\frac{1}{2} < \gamma < \frac{2}{3}$ справедливо следующее предельное выражение:

$$f(a) = g(a) \left(1 + O(a^{3\gamma-2}) \right) \sim g(a), \quad a \rightarrow \infty, \quad (2)$$

и, следовательно, $\lambda(t) \rightarrow \lambda$: $\lambda(t) - \lambda \sim \lambda \frac{(2\pi\lambda t)^{(1-r)/2}}{\sqrt{r}}, \quad t \rightarrow \infty.$

Замечание 3. Приведем результаты численного эксперимента, иллюстрирующего точность полученной аппроксимации (2). Обозначим погрешность $\Delta(a) = \left| \frac{f(a) - g(a)}{f(a)} \right|$. Ее значения для различных возрас-

тающих a при разных значениях числа потоков в сборке представлены в табл. 1. Как видно из таблицы, погрешность $\Delta(a)$ аппроксимации (2) уменьшается с ростом числа событий в исходных потоках $a = \lambda t$ для разного их числа r , что косвенно подтверждает полученные выражения.

Таблица 1

Уменьшение погрешности аппроксимации $\Delta(a)$ при возрастании a для разных r

$r \backslash a$	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
2	$6.4 \cdot 10^{-3}$	$6.3 \cdot 10^{-4}$	$6.3 \cdot 10^{-5}$	$6.3 \cdot 10^{-6}$	$6.2 \cdot 10^{-7}$	$6.2 \cdot 10^{-8}$
5	$2.0 \cdot 10^{-2}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-5}$	$2.0 \cdot 10^{-6}$	$2.0 \cdot 10^{-7}$
20	$8.3 \cdot 10^{-2}$	$8.3 \cdot 10^{-3}$	$8.3 \cdot 10^{-4}$	$8.3 \cdot 10^{-5}$	$8.3 \cdot 10^{-6}$	$8.2 \cdot 10^{-7}$

Сборка потоков с разной интенсивностью

Рассмотрим случай двух независимых стационарных пуассоновских потоков с разными интенсивностями λ_1 и λ_2 , при этом будем считать, что $\lambda_1 < \lambda_2$. Обозначим

$$d = \lambda_2 t, \quad c = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} < 1 \quad (cd = \lambda_1 t).$$

По аналогии с формулой (1) имеем

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}(t) &= \lambda_1 P\{n_2(t) > n_1(t)\} + \lambda_2 P\{n_1(t) > n_2(t)\} = \\ &= \lambda_1 - \lambda_1 P\{n_1(t) \geq n_2(t)\} + \lambda_2 P\{n_1(t) > n_2(t)\}, \end{aligned}$$

следовательно,

$$|\bar{\lambda}(t) - \lambda_1| \leq \lambda_2 P\{n_1(t) \geq n_2(t)\},$$

где
$$P\{n_1(t) \geq n_2(t)\} = G(d) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-d} \frac{d^k}{k!} \sum_{i=k}^{\infty} e^{-cd} \frac{(cd)^i}{i!}.$$

Будем называть положительные функции $p(d)$ и $q(d)$ удовлетворяющими соотношению $p(d) \underset{-}{\overset{<}{>}} q(d)$ при $d \rightarrow \infty$, если $\limsup_{d \rightarrow \infty} \frac{p(d)}{q(d)} < \infty$.

Теорема 3. Для любого $c: 0 < c < 1$, справедливо соотношение

$$d^{-1} \exp(-d\alpha(c))G(d) \leq d^{1/2} \exp(-d\alpha(c)), \quad (3)$$

и, следовательно, $\lambda(t) \rightarrow \lambda: \lambda(t) - \lambda = G(-\lambda_2 t), t \rightarrow \infty$. Здесь множитель

$\alpha(c)$ вычисляется по формуле

$$\alpha(c) = 1 - s^*(c)(1 - \ln s^*(c)), \text{ где } s^*(c) = -\frac{1-c}{\ln c}.$$

Замечание 4. В Замечании 3 мы оценивали вероятность $P\{n_1(t) = \dots = n_r(t)\}$, используя для распределения Пуассона с большим параметром гауссовскую аппроксимацию. Показано, что данная аппроксимация дает результаты близкие к аналитическим. Рассмотрим теперь, как такая аппроксимация работает при оценке вероятности $P\{n_1(t) \geq n_2(t)\}$. Для этого запишем следующие аппроксимации для случайных величин $n_1(t)$ и $n_2(t)$:

$$n_1(t) \approx \sqrt{cd} \xi_1 + cd, \quad n_2(t) \approx \sqrt{d} \xi_2 + d,$$

где ξ_1 и ξ_2 – независимые стандартные нормальные случайные величины. Тогда необходимую гауссовскую аппроксимацию (при больших d) мы можем построить следующим образом:

$$\begin{aligned} P\{n_1(t) \geq n_2(t)\} &\approx P\{\sqrt{cd} \xi_1 + cd \geq \sqrt{d} \xi_2 + d\} = \\ &= P\{\xi_2 \leq \sqrt{c} \xi_1 + \sqrt{d} (c-1)\} = S(d). \end{aligned}$$

Обозначим $h = (c-1)\sqrt{\frac{d}{c+1}}$ и η – стандартная нормальная случайная величина. Так как (ξ_1, ξ_2) – двумерный гауссовский случайный вектор с нулевыми средними и единичной матрицей ковариации, то, применяя известную формулу

$$P\{\eta > R\} \sim \frac{1}{R\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{R^2}{2}\right), \quad R \rightarrow \infty,$$

мы можем получить следующее соотношение:

$$\begin{aligned} P\{n_1(t) \geq n_2(t)\} &\approx \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{h^2}{2}\right) = \frac{\sqrt{c+1}}{\sqrt{2\pi d} (c-1)} \exp\left(-d \frac{(c-1)^2}{2(c+1)}\right) = \\ &= \frac{\sqrt{c+1}}{\sqrt{2\pi d} (c-1)} \exp(-dA(c)) = S(d) \text{ при } d \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (4)$$

где
$$A(c) = \frac{(c-1)^2}{2(c+1)}.$$

Сравним теперь множители $\alpha(c)$ и $A(c)$ в экспонентах формул (3) и (4). Для $c = 5/6$ имеем $\alpha(c) \approx 0.0038$, $A(c) \approx 0.0076$; для $c = 2/3$ – $\alpha(c) \approx 0.0168$, $A(c) \approx 0.0333$. Таким образом, множитель $A(c)$, вычисленный с помощью гауссовской аппроксимации, больше $\alpha(c)$, вычисленного аналитически.

Обозначим погрешность $\delta(d) = \left| \frac{G(d) - S(d)}{G(d)} \right|$ и оценим точность га-

уссовской аппроксимации при $c = 5/6$ и $c = 2/3$. Соответствующие результаты приведены в табл. 2 и 3. Из них видно, что при $c = 5/6$ с ростом d погрешность уменьшается, однако с увеличением d скорость ее убывания сильно падает. При $c = 2/3$ с ростом d функция $\delta(d)$ начинает расти. Таким образом, результаты, представленные в табл. 2 и 3, свидетельствуют о значительно худшем качестве гауссовской аппроксимации, чем для результатов, представленных в табл. 1.

Таблица 2

Изменение погрешности аппроксимации $\delta(d)$ с ростом d для случая $c = 5/6$

d	100	200	500	1000	2000
$\delta(d)$	0.267	0.143	0.051	0.021	0.018

Таблица 3

Изменение погрешности аппроксимации $\delta(d)$ с ростом d для случая $c = 2/3$

d	10	50	100	200	500
$\delta(d)$	0.321	0.059	0.029	0.047	0.192

Замечание 5. Используя полученные результаты, несложно рассмотреть случай сборки потоков с интенсивностями

$$\lambda_1 = \dots = \lambda_s < \lambda_{s+1} \leq \dots \leq \lambda_r$$

и получить неравенство

$$|\bar{\lambda}(t) - \lambda_1| \leq \sum_{i=s+1}^r \lambda_i P\{n_1(t) \geq n_i(t)\}.$$

Заключение

Различные варианты центральной предельной теоремы для сборки получены как в терминах случайных величин, так и в терминах случайных процессов. Получены точные асимптотические формулы для интенсивности сборки идентичных пуассоновских потоков и для случая исходных потоков с разными интенсивностями. Выполнена оценка скорости их сходимости для обоих случаев. Несмотря на кажущуюся простоту рассматриваемой задачи исследования сборки независимых стационарных пуассоновских потоков, результаты исследования показали, что построенная модель достаточно сложна и требует тщательного подхода к ее анализу. При этом в обязательном порядке должен проводиться численный анализ получаемых результатов, так как не во всех случаях построенные аппроксимации позволяют обеспечить приемлемую погрешность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горбунова А.В., Зарядов И.С., Самуйлов К.Е., Сотин Э.С. Обзор систем параллельной обработки заявок. Часть I // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика. Информатика. Физика. 2017. Т. 25. № 4. С. 345–357.
2. Горбунова А.В., Зарядов И.С., Самуйлов К.Е. Обзор систем параллельной обработки заявок. Часть II // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика. Информатика. Физика. 2018. Т. 26. № 1. С. 13–27.
3. Цицаивили Г.Ш., Оситова М.А. Исследование процесса сборки пуассоновских потоков // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. 2019. № 3. С. 51–56.
4. Боровков А.А., Могульский А.А., Саханенко А.И. Пределеные теоремы для случайных процессов // Итоги науки и техники. Серия Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. 1995. Т. 82. С. 5–197.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

QUEUING THEORY AND APPLICATION

<i>Yves Adou, Ekaterina Markova.</i> To queueing system model performance measures analysis under network slicing.....	5
<i>Kirill Ageev, Eduard Sopin.</i> Analysis of the simplified network slicing model	11
<i>Anilkumar M.P., K.P. Jose.</i> An eigen value approach to a discrete-time queueing model with N -policy on two modes of service.....	17
<i>P. Beena, K.P. Jose.</i> A MAP/PH(1), PH(2)/2 inventory system with production, multiple servers and vacations.....	24
<i>Anastasia Daraseliya, Eduard Sopin.</i> Optimization of task offloading thresholds in the fog computing system	31
<i>Dhanya Babu, Varghese. C. Joshua, Achyutha Krishnamoorthy.</i> A queueing system with probabilistic joining strategy for priority customers	37
<i>Elmira Kalimulina.</i> On convergence of queueing network with changing structure to stationary distribution.....	43
<i>Maksim Korshikov, Eduard Sopin.</i> Analysis of the processor sharing systems with random serving rate coefficients	46
<i>Achyutha Krishnamoorthy, Varghese C. Joshua, Ambily P. Mathew.</i> A reliability problem with Interdependent Lifetimes	52
<i>Eugene Lebedev, Vadim Ponomarov, Oksana Pryshchepa.</i> The exact formulas for state-dependent Markov retrial queues	58
<i>Eugene Lebedev, Hanna Livinska.</i> Gaussian approximation and reducing of dimension for a general-type multichannel network	64
<i>Khamis Abdullah Khamis AL Maqbali, Varghese C. Joshua, Achyutha Krishnamoorthy.</i> On A single server queueing inventory system with common life time for inventoried items	70
<i>Agassi Melikov¹, V. Divya, Sevinc Aliyeva.</i> Analyses of feedback queue with positive server setup time and impatient calls.....	77
<i>Faina Moskaleva, Ekaterina Lisovskaya, Yuliya Gaidamaka.</i> A two-class service system for performance analysis of network slicing with QoS Isolation	82

<i>Anatoly Nazarov, Tuan Phung-Duc, Yana Izmailova. Asymptotic-diffusion analysis of multiserver retrial queueing system with priority customers.....</i>	88
<i>Anatoly Nazarov, Tuan Phung-Duc, Svetlana Paul, Olga Lizyura, Ksenia Shulgina. Asymptotic analysis of Markovian retrial queue with unreliable server and two-way communication under low rate of retrials condition</i>	99
<i>Anatoly Nazarov, Maria Samorodova. Asymptotic waiting time analysis of a M/M/1 retrial queueing system</i>	105
<i>Hamza Nemouchi, Mohamed Hedi Zaghouni, János Sztrik. Simulation analysis in cognitive radio networks with unreliability and abandonment.....</i>	110
<i>Nisha Mathew, Varghese Joshua, Achyutha Krishnamoorthy. On a MMAP/(PH,PH)/1/(∞,N) queueing-inventory system.....</i>	115
<i>K.R. Ranjith, Achyutha Krishnamoorthy, B. Gopakumar. Analysis of a PH/PH/1 queue with interdependence.....</i>	122
<i>Stepan Rogozin, Evsey Morozov. Stability condition of a modified Erlang loss system with different service rates</i>	126
<i>Sandhya E., C. Sreenivasan, Sajeev S. Nair. An explicit solution for an inventory model with positive lead time and backlogs.....</i>	131
<i>Smija Skaria, Sajeev S. Nair. Transient analysis of an inventory model with instantaneous replenishment and catastrophes</i>	138
<i>János Sztrik, Ádám Tóth, Elena Danilyuk, Svetlana Moiseeva. Simulation of retrial queueing system M/G/1 with impatient customers, collisions and unreliable server</i>	145
<i>János Sztrik, Ádám Tóth. Some special features of finite-source retrial queues with collisions, an unreliable server and impatient customers in the orbit</i>	152
<i>Алексей Благинин, Иван Лапатын, Анатолий Назаров. Исследование двумерного выходящего потока марковской модели узла обработки запросов с повторными обращениями и вызываемыми заявками</i>	159
<i>Анна Бояркина, Светлана Моисеева, Ирина Туренова, Алексей Шкуркин. СМО вида $GI^{(k)}/GI/\infty$ с групповым обслуживанием</i>	166
<i>Татьяна Бушкова, Анастасия Галилейская Екатерина Лисовская, Светлана Моисеева. Асимптотический анализ ресурсной гетерогенной СМО $(MMPP+2M)^{(v)}/M/\infty$</i>	172
<i>Константин Вытовтов, Елизавета Барабанова, Владимир Вишневецкий. Аналитический метод анализа случайных процессов с</i>	

непрерывным временем и дискретными состояниями при времязависимых вероятностях переходов.....	178
<i>Максим Жарков, Михаил Пavidис.</i> Об использовании четырех- фазных систем массового обслуживания для описания работы грузовых и сортировочных железнодорожных станций.....	184
<i>Владимир Задорожный, Татьяна Захаренкова.</i> Метод бесконеч- ных разметок в системах с неизвестным временем обслужива- ния поступающих заявок	188
<i>Владимир Задорожный, Микеле Пагано, Татьяна Захаренкова.</i> Применение метода бесконечных разметок к сетям с коммута- цией пакетов.....	194
<i>Андрей Зорин, Ксения Сизова.</i> Метод решения стационарных уравнений для процесса приоритетного обслуживания с раз- делением времени в случайной среде.....	200
<i>Валентина Клименок, Александр Дудин, Иван Ванькович.</i> Стацио- нарные характеристики системы массового обслуживания с повторными вызовами и поиском на орбите	205
<i>Дмитрий Копать, Михаил Матальцкий.</i> Анализ ожидаемого до- хода в открытой сети с ограниченным числом заявок и обхо- дами ими систем обслуживания.....	211
<i>Анатолий Назаров, Екатерина Павлова.</i> Исследование СМО вида ММРР М N с обратной связью методом асимптотически диф- фузионного анализа.....	217
<i>Анатолий Назаров, Светлана Рожкова, Екатерина Титаренко.</i> Исследование системы с обратной связью, рекуррентным об- служиванием и неординарным пуассоновским входящим по- током.....	223
<i>Анна Полховская, Ольга Бобкова, Светлана Моисеева.</i> Ресурсная RQ-система с коллизиями.....	228
<i>Павел Приступа, Павел Михеев, Сергей Суценко.</i> Прямая кор- рекция ошибок на внутрисегментном уровне транспортного протокола.....	232
<i>Екатерина Пройдакова, Виктория Санникова.</i> Математическое моделирование и исследование приоритетной управляющей системы с непостоянной интенсивностью обслуживания тре- бований	238
<i>Светлана Рожкова, Наталья Воронина, Александра Семашко.</i> Исследование RQ-системы М/М/1 с ненадежным прибором асимптотическим и матричным методами	244

<i>Елена Станкевич, Игорь Тананко.</i> Метод анализа замкнутых сетей массового обслуживания с системами типа $M_a/M^{[x,y]}/1$	251
<i>Елена Станкевич, Игорь Тананко.</i> Приближенный метод анализа замкнутых сетей массового обслуживания с ненадежными системами и групповым обслуживанием.....	255
<i>Гурами Цицашвили, Анатолий Назаров, Александр Мусеев.</i> Асимптотическая оценка интенсивности сборки пуассоновских потоков	258

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ

INFORMATION TECHNOLOGIES AND SOFTWARE ENGINEERING

<i>Marat Gainutdinov, Aleksey Shkurkin, Anastasia Pichugina.</i> Development of back-end of the service for internationalization of web-applications.....	265
<i>Алексей Бабанов, Елена Квач.</i> «IS-A»-отношение, как способ представления взаимосвязи обобщенных и специализированных понятий.....	271
<i>Людмила Демиденко.</i> Проектирование базовой архитектуры модуля «Расписание» системы Alterum Med.....	278
<i>Игорь Жуков, Юрий Костюк.</i> Программная реализация заданий по программированию с многовариантными решениями.....	285
<i>Денис Змеев, Лидия Иванова, Руфина Рафикова.</i> О представлении прогресса проекта по разработке программного обеспечения в форме динамической байесовской сети	291
<i>Олег Змеев, Юлия Протасевич, Данила Соколов.</i> Поддержка настраиваемых типов проектов в системе автоматизации управления Git-репозиториями для использования в процессе обучения.....	298
<i>Татьяна Кетова, Евгения Соколова.</i> Формальная модель образовательной программы в области компьютерных наук с точки зрения международного стандарта АСМ и IEEE	303
<i>Яна Куликова, Дмитрий Качалов, Маис Паша Оглы Фархадов.</i> Сценарии управления беспилотными транспортными средствами в среде «Умного города».....	308
<i>Яна Лебедева, Вячеслав Вавилов.</i> Разработка системы автоматизации процессов обращения кассовой техники в банковской организации	314

<i>Евгений Полин, Александр Моисеев, Константин Войтиков.</i> Имитационное моделирование СМО с входящими потоками, параметры которых зависят от состояния системы.....	320
<i>Вадим Тренькаев.</i> Обзор исследований по проблеме достижения высокой производительности протокола OPC UA.....	324

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING OF TECHNOLOGICAL PROCESSES

<i>Mary Michel Begre, Warren Kassy Dougg Feussi, Shakhmurad Kanzitdinov, Sergey Vasilyev.</i> Stability analysis and motion of the Kapitsa pendulum.....	330
<i>Mohamed Adel Bouatta, Irina Kolosova, Evgeniya Korshok, Darya Vasilyeva.</i> Kadshevsky equation numerical analysis with periodic boundary conditions on adaptive grids.....	336
<i>Jozil Takhirov.</i> A reaction-diffusion-advection competition model with a free boundary.....	339
<i>Sergey Pichugin.</i> Problem definition for LEO system switching technique development.....	345
<i>Анжела Абдразакова, Татьяна Булгакова, Антон Войтишек.</i> Об особенностях выбора ортонормированных систем функций в рандомизированных численных проекционных функциональ- ных алгоритмах.....	350
<i>Даниэль Перес Аюста, Сергей Васильев, Шахмурад Канзитди- нов, Игорь Левичев.</i> Построение решений задач оптимального управления динамическими системами в бесконечномерных пространствах с малым параметром.....	356
<i>Антон Войтишек, Ярослав Поставалов, Данил Черкашин.</i> Систе- ма численного моделирования одномерных случайных вели- чин NMPUD: формирование банка плотностей, автоматизация математических выкладок и приложения.....	363
<i>Мохамед Адель Буатта, Сергей Васильев, Вячеслав Федорченко.</i> Численный анализ на адаптивных сетках многомерного урав- нения Фоккера – Планка с малым параметром.....	369
<i>Никита Беляков, Рустам Бикмурзин, Дмитрий Федченко.</i> Об ис- пользовании конечных автоматов при моделировании наност- руктур.....	373

<i>Ирина Гендрина.</i> Использование метода фиктивных переменных для исследования пространственной характеристики систем видения через атмосферу.....	377
<i>Антон Есин.</i> Исследование принципов применения моделей многозначной логики в современных приложениях	383
<i>Антон Есин.</i> Теоретические аспекты построения современных систем управления на базе многозначной логики.....	389
<i>Вячеслав Кувыкин, Максим Брюханов.</i> Математическое и компьютерное моделирование системы согласования материального баланса в нефтепереработке и нефтехимии.....	394
<i>Вячеслав Кувыкин, Артем Колпаков, Елена Колпакова.</i> Параметрический анализ математических моделей оптимального планирования нефтепереработки и компьютерное моделирование.....	398
<i>Ольга Кузоватова.</i> Компьютерное моделирование локализации деформации сыпучей среды в сходящемся канале	403
<i>Мария Шкленник, Александр Мусеев.</i> Реализация механизма сбора и обработки статистических данных потоков заявок в системе имитационного моделирования ODIS.....	409

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ

INTELLIGENT DATA ANALYSIS AND VISUALIZATION

<i>Alyona Borisovskaya.</i> Methods of spelling correction in information retrieval systems	414
<i>Ivan Brokarev, Mais Farkhadov, Sergey Vaskovskii.</i> Recurrent neural networks to analyze the quality of natural gas	419
<i>Ivan Brokarev, Sergey Vaskovskii.</i> Analysis of reliability of gas analysis system based on vector Wiener process	423
<i>Victoria Shamraeva.</i> Analysis of business processes of construction and operation of highways on a toll basis using BIM tools.....	429
<i>Ирина Баранова.</i> Применение метода двудольных множеств событий в задачах регрессионного анализа многомерных разнотипных данных	441
<i>Инна Батраева, Александра Крючкова.</i> Алгоритм репрезентации кастомизированных диалектологических корпусов для Саратовского диалектологического корпуса русского языка	447
<i>Светлана Гагарина, Юрий Гагарин.</i> Прогнозирование частных показателей индекса активного долголетия	450

<i>Степан Гилин. Решение задачи распознавания образов при помощи алгоритма гибридной СММ-нейросети</i>	454
<i>Валерий Гольшев, Дарья Семенова. Нечёткий анализ формальных понятий: метод α-сечения.....</i>	462
<i>Эллада Ибрагимова, Дарья Семенова. Распознавание k-кластеризуемости знаковых графов.....</i>	468
<i>Анна Ивлева, Сергей Смирнов. Первичный концептуальный анализ сестринского дела для экспертной советующей системы.....</i>	473
<i>Александр Солдатенко, Дарья Семенова. Алгоритм HGFC нахождения формальных понятий.....</i>	478
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ	483

Научное издание

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
(ИТММ-2020)**

**МАТЕРИАЛЫ
XIX Международной конференции
имени А. Ф. Терпугова
2–5 декабря 2020 г.**

Редактор *Т.С. Портнова*
Дизайн, верстка *Д.В. Фортеса*

ООО «Издательство научно-технической литературы»
634034, г. Томск, ул. Студенческая, 4, тел. (3822) 53-10-35

Изд. лиц. ИД № 04000 от 12.02.2001. Подписано к печати 24.02.2021.
Формат 60 × 84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Таймс».
Усл. п. л. 28.95. Уч.-изд. л. 32.42. Тираж 100 экз. Заказ № 4.
