

УДК 539.3

А.М. Сергеева, А.В. Ткачева, В.И. Одинок

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА ЛЕДОКОЛЬНЫМ СУДНОМ

С использованием теории малых упругих деформаций строится математическая модель ледокольного устройства с целью исследования его влияния устройства на разрушения ледяного покрова.

Ключевые слова: ледяной покров, ледокольное устройство, напряженно-деформированное состояние, численные методы, математическая модель.

Водные пути являются связующим звеном между крупными городами и малочисленными населенными пунктами. Продление навигационного периода – одна из основных задач для развития и роста экономического благосостояния малых и удаленных населенных пунктов. На сегодняшний день разработано и находится в эксплуатации множество ледоразрушительных устройств. Прежде чем ввести устройство в производство, следует оценить его ледоразрушающую способность с помощью математической модели. В зависимости от характера воздействия устройства на лед принимаются различные математические модели ледяного покрова. При исследовании ледоразрушающей способности судна на воздушной подушке лед рассматривают как пластину на упругом основании. Для исследований ледокольных устройств, которые имеют сложную конфигурацию, лучше всего рассматривать ледяной покров как твердое тело, которое подчиняется законам механики сплошных сред.

Работа направлена на исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) ледяного покрова, находящегося под воздействием ледокольного устройства [1]. Целью является нахождение оптимального расстояния между надводной и подводной частями устройства, при котором в ледяном покрове возникнут наибольшие разрушения.

Описание устройства

Рассмотрим ледокольное судно, изображенное на рис. 1, которое состоит из надводной 1, подводной 2 и двух боковых частей 3. В надводной части расположены система управления, пассажирский салон, снизу установлены резцы 4 и система фрез 5. Угол наклона форштевня β . Подводная часть имеет спереди резец 6, отсеки для воздуха, топлива, двигателя судна. Боковые части содержат систему коммуникаций, гидропривод перемещения в вертикальной плоскости надводной части относительно подводной, имеют спереди клинья для прорезания льда и вертикальные фрезы. Расстояние между надводной и подводной частями (h) должно быть $h \geq 1,5S$, где S – толщина ледяного покрова. Эта величина устанавливается системой гидроцилиндров, расположенных в боковых частях, перед началом движения судна.

Работа устройства осуществляется следующим образом. Ледокольное судно набирает требуемую скорость на чистой воде и находит на ледяной покров. При

движении судна пластина льда, уткнувшись в наклонную поверхность надводной части, испытывает под действием вертикальной силы, возникающей на наклонной поверхности, изгиб, которому препятствует передний конец подводной части. Возникает изгибающий момент, под действием которого происходит поперечный излом, который стимулируется резами надводной и подводной частей. Ледяная плита (плиты) под действием надвигающегося спереди ледяного поля проталкивается в туннель, образуемый надводной, подводной и боковыми частями судна, и всплывает с кормы после прохождения судна. При поперечном разрушении образовавшиеся в ледяном поле выступы, препятствующие движению судна и прохождению льдин через туннель, скалываются клиньями боковых частей. Чтобы не образовалась пробка внутри полости, вращающиеся фрезы 5 не дают возможность льдинам тормозиться о нижнюю поверхность надводной части, стимулируя дальнейшее разрушение льда. Фактически ледокольное судно пропускает колотый лед внутри себя, стараясь, чтобы льдины не задерживали его движение. Предполагается, что смерзания составных частей устройства с ледяным покровом не возникнет и нижняя часть льда будет гладкой и ровной.

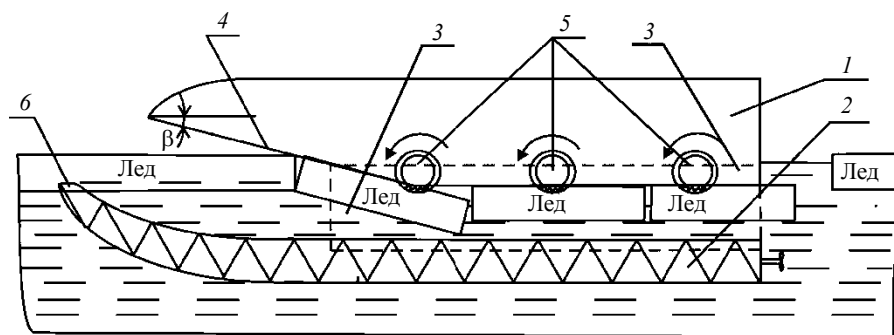


Рис. 1. Схема ледокольного судна в вертикальной проекции

Постановка задачи

При разработке новой ледокольной техники учитываются особенности ледяного покрова водоемов, на котором будет эксплуатироваться устройство. Это, прежде всего, температура окружающей среды, прочностные особенности ледяного покрова (толщина льда, соленость, максимальные напряжения на сжатие, растяжение, сдвиг). Неоднородность ледяного покрова связана со структурой льда и с всевозможными включениями: пузырьками воздуха, инородными телами: камни, песок и др. Сплошным его тоже назвать затруднительно из-за наличия температурных трещин, которые образуются в процессе роста льда. Образовавшиеся сквозные трещины заполняются водой на 90 % по высоте, после вода замерзает, и недостаток льда сменяется его достоинствами, увеличиваются прочностные характеристики ледяного покрова. Невозможно учесть все, поэтому ледяной покров принимался сплошным без учета пористости и всевозможных включений.

Согласно результатам экспериментальных исследований, описанных в работе [2], лед ведет себя упруго при температурах ниже -5°C и нагрузках менее 10 с. Примем лед как упругое тело, по данным работы [2, 3] имеем: модуль Юнга – $E = (87,6 - 0,21\theta - 0,0017\theta^2) \cdot 10^2 \text{ МПа}$; θ – температура льда; коэффициент Пуас-

сона – $\mu=0,36$; модуль сдвига – $G=E/2(1+\mu)$; коэффициент объемного сжатия – $K=(1-2\mu)/E$. В качестве критериев нарушения сплошности ледяного покрова примем напряжения $\sigma_{кр}^{pac} \approx 4$ МПа, $\sigma_{кр}^{сж} \approx -8$ МПа, приведенные в работе [2].

Используя основные уравнения теории упругости, строится математическая модель устройства. Материал, из которого изготовлено устройство, не рассматривается, поэтому трением пренебрегаем.

Уравнение движения

$$\sigma_{ij,j} + F_i - I_i = 0; \quad I_i = \rho \left(\dot{v}_i + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right), \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Закон Гука для малых деформаций

$$\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G \varepsilon_{ij}^*; \quad \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \quad \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} - 1/3 \varepsilon \delta_{ij}; \quad \varepsilon_{ij} = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j, \\ 0 & i \neq j, \end{cases} \quad (2)$$

$$i = 1, 2, 3; \quad (3)$$

$$\sigma = 3k\varepsilon; \quad (3)$$

$$\xi_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}}{d\tau} \Rightarrow \varepsilon_{ij} \equiv \sum_m \xi_{ij} \Delta \tau_m. \quad (4)$$

Уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

В уравнениях (1), (2) используется суммирование по повторяющимся индексам; ρ – плотность льда; $G=G(\theta)$ – модуль сдвига льда; $[\sigma_{ij}]$ – тензор напряжений; $[\varepsilon_{ij}]$ – тензор деформаций; v_i , F_i – проекции скорости перемещений и удельной объемной силы по координатным осям x_i , $i=1,2,3$; $F_2=F_3=0$; λ – коэффициент теплопроводности; θ – температура льда; $\dot{v}_i = \frac{\partial v_i}{\partial \tau}$, τ – время деформации, K – коэффициент объемного сжатия.

Для расчета температурного поля воспользуемся решением уравнения теплопроводности с учетом $\lambda = \lambda_0(1+a\theta)$, запишем его в конечном виде

$$\theta = -\frac{1}{a} - \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{x_1}{h} \left(\frac{2\theta_1}{a} + \theta_1^2 \right)}. \quad (6)$$

При выводе (6) использовались граничные условия: при $x_1=0$ $\theta=0^\circ\text{C}$; при $x_1=h$ $\theta_1=-30^\circ\text{C}$, h – толщина льда, $a=-0,0159$ град $^{-1}$.

Рассмотрим 1/2 области льда и 1/2 носовой части ледокольного судна, которые являются симметричными относительно плоскости Ox_1x_2 , проведенной вдоль судна. На рис. 2. представлена схема нагружения ледяного покрова.

В плоскости, находящейся на расстоянии h (h – толщина ледяного покрова) от плоскости Ox_2x_3 , выделим три области: S_1 и S_4 , S_{16} , где S_1 – поверхность взаимодействия льда с атмосферой, S_4 – площадка контакта форштевня с льдом, S_{16} – область взаимодействия клина с атмосферой. В плоскости Ox_2x_3 определим

четыре области – S_2 , S_3 , S_{14} , S_{15} (рис. 2). Площадка S_2 характеризует взаимодействие льда с несжимаемой жидкостью – водой. Участки льда S_3 и S_{14} моделируют соответственно взаимодействие подводной части судна с нижней поверхностью льда и неподвижность льда в направлении оси Ox_1 , т.е. $v_1|_{S_{14}}=0$. Участок нижней поверхности льда, ограниченный областью S_{15} , моделирует взаимодействие клина с водой. Поверхности S_6 и S_7 расположены параллельно друг другу, причем S_7 находится в плоскости симметрии Ox_1x_2 , а S_6 – на расстоянии b от нее. Поверхность S_5 расположена в плоскости Ox_1x_3 параллельно свободной кромке льда S_8 . Свободная кромка льда S_8 находится в одной плоскости с поверхностью S_9 , на которой задаются граничные условия, моделирующие жесткое взаимодействие рассматриваемой области деформирования льда с неподвижным ледяным полем. На поверхностях S_{10} , S_{11} , S_{12} , S_{13} , S_{15} , S_{16} задаются граничные условия, отражающие взаимодействие внедряющегося в лед клина ледокола. Площадки S_{10} и S_{12} характеризуют боковые части клина, причем S_{10} лежит параллельно плоскости Ox_1x_2 на расстоянии (b_1+b_2) , а S_{12} находится под углом α к S_{10} . Области S_{11} и S_{13} , расположены параллельно плоскости Ox_1x_3 , моделируют площадки острия и основания клина соответственно.

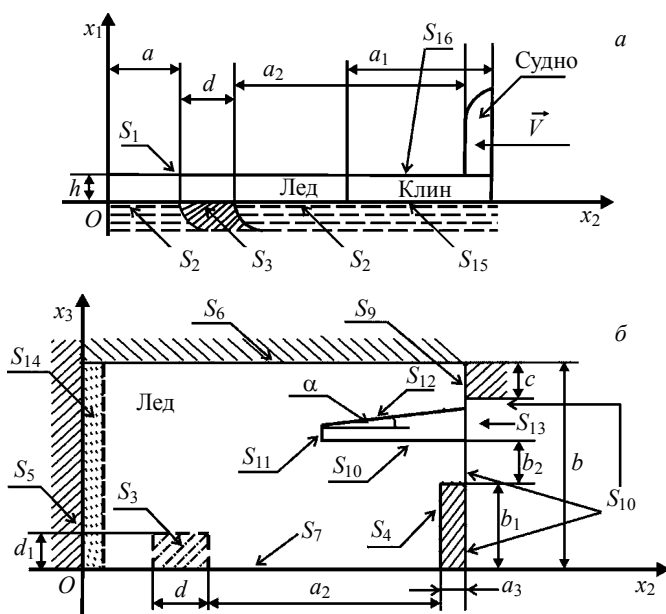


Рис. 2. Схема нагрузки ледяного покрова:
а – в вертикальной плоскости, б – в горизонтальной

Граничные условия задачи (рис. 2):

$$\sigma_{11}|_{S_1} = -p_0; v_1|_{S_4} = -v^* \operatorname{tg} \beta; \sigma_{11}|_{S_2} = -(p_0 + \gamma h); \sigma_{11}|_{S_i} = 0, i=15,16;$$

$$v_1|_{S_i} = 0, i=3, 14; \sigma_{22}|_{S_5} = 0; \sigma_{22}|_{S_8} = -p_0; v_2|_{S_9} = 0; v_3|_{S_i} = 0, i=7,8;$$

$$\begin{aligned}\sigma_{22}|_{S_{13}} &= 0; \quad v_2|_{S_{11}} = -v^*; \quad v_3|_{S_{10}} = 0; \quad v_3|_{S_{12}} = v^* \sin(\alpha); \\ (\sigma_{12} = \sigma_{13})|_{S_i} &= 0, \quad i=1,2,3,4,14,15,16; \quad (\sigma_{21} = \sigma_{23})|_{S_i} = 0, \quad i=5,8,11,13; \\ (\sigma_{31} = \sigma_{32})|_{S_i} &= 0, \quad i=6,7,10,12.\end{aligned}$$

Здесь p_0 – атмосферное давление; γ – удельный вес льда; h – толщина льда; v^* – скорость передвижения судна; β – угол между носовым отсеком надводной части судна и льдом, принят равным 15° ; α – угол острия клина (рис. 2), принят равным 25° .

Для решения поставленной задачи воспользуемся численным методом [4], согласно которому область деформирования разбивается на ортогональные элементы конечных размеров; для каждого элемента записывается в разностном виде система уравнений.

Для решения системы уравнений (1) – (5) с учетом граничных условий воспользуемся алгоритмом, описанным в работе [5, 6] и программным комплексом [7]. Достоинствами данного метода является то, что на границе исследования области можно задать как скорости, так и напряжения, возможно провести расчета как в упругом, так и в пластичном теле, практически любую область можно представить в криволинейных ортогональных элементах, и нет привязки к системе координат. Этот метод довольно прост для представления в различных языках программирования.

Рассматриваемая система уравнений нелинейна. Перепишем в уравнениях (1) инерционный член I_i в виде

$$I_i = \rho \left(\dot{v}_i + \bar{v}_k \frac{\Delta v_i}{\Delta x_k} \right), \quad (7)$$

где $\bar{v}_k$ будет считаться известным, тогда система (1) – (5) будет линейной.

Алгоритм решения задачи

1. Исследуемая область деформирования разбивается на элементы ортогональной формы. Рассчитывается матрица длин дуг элементов.

2. Время исследования (деформирования) τ разбивается на m временных промежутков.

3. Насчитывается поле температур по каждому элементу.

4. Насчитываются значения модуля сдвига и коэффициент объемного сжатия по каждому элементу.

5. Задаются начальные условия задачи.

6. Задается шаг по времени Δt .

7. Задаются граничные условия задачи.

8. Задается $(\bar{v}_i)_0$ в (7).

9. Насчитывается матрица коэффициентов и свободных членов новой эквивалентной системы в соответствии с последовательностью, описанной в работе [7].

10. Решается система линейных уравнений методом Гаусса.

11. По каждому элементу (его граням) (ij) насчитываются σ_{ij} , v_i , ξ_{ij} , ε_{ij} .

12. Уточняются значения $\bar{v}_i$. Производится сравнение $(\bar{v}_i)_n$ и $(\bar{v}_i)_{n-1}$, n – номер итерации. Если заданная точность соответствия $(\bar{v}_i)_n$ и $(\bar{v}_i)_{n-1}$ удовлетворяется, то следует операция 12, в противном случае осуществляется операция 8.

13. Исследуются элементы, непосредственно контактирующие с деформирующим устройством, на наличие растягивающих напряжений; если такие элементы существуют, то на границе льда и устройства (S – площадка контакта) следует переназначение граничных условий $\sigma_{ii}|_S=0$; $i, j=1,2,3$, следует операция 9, иначе 14.

14. Исследуются площадки элементов на наличие напряжений, превышающих предел прочности льда. Если такие элементы присутствуют, то граничные условия перестраиваются $\sigma_{ij}|_S=0$, $i, j=1,2,3$, следует операция 9, иначе 15.

15. Осуществляется шаг по времени $\tau=\tau+\Delta\tau_i$, если $\tau<\sum_m \Delta\tau$, то следует операция 5, если – нет, то – операция 16.

16. Окончание расчета.

Результаты исследований

Расчеты проводились с использованием программного комплекса [7]. Язык программирования Фортран, алгоритм линейный. Область деформирования ледяного покрова разбивалась на 2500 ортогональных элементов. Количество уравнений составило 7680. Временной интервал одной итерации, затраченный компьютером с процессором на базе INTEL(R)Core(TM)i5CPU 760@2.80GHz, составил примерно 1 час. Для сходимости решения с установленной точностью 0,001 потребовалось до 25 итерационных процессов.

Геометрические параметры устройства: a – расстояние от подводной части судна до окончания исследуемой области деформирования льда в направлении, противоположном положительному направлению оси x_2 , принято равным 29,0 м; a_1 – глубина внедрения клина в лед – принята равной 3,0 м; a_2 – расстояние от подводной части судна до надводной – 4,0, 5,0, 6,0 м; a_3 – ширина площадки контакта надводной части судна с ледяным покровом – 1,0 м; b_1 – половина длины площадки контакта надводной части судна с ледяным покровом – 3,0 м; b_2 – расстояние от надводной части судна до клина – 1,5 м; b_3 – ширина клина – 0,8 м; b_4 – длина свободной кромки льда от клина до закрепленной части льда 0,03 м; c – расстояние от свободной кромки льда до края рассматриваемой области деформирования ледяного покрова – принято равным 19,0 м, по всей этой длине лед жестко закреплен с припайным льдом; d – ширина подводной части судна – 1,0 м; d_1 – половина длины площадки контакта подводной части судна с ледяным покровом – 0,5 м, ширина острия клина 0,03 м. Скорость устройства 10 км/ч, $\tau=0,4$ с, $\Delta\tau=0,1$ с.

Авторы ледокольного судна предполагают, что максимальная толщина льда, по которому способно пройти судна 1,0 м, а рабочая толщина составляет около 0,5 м. Поэтому толщину ледяного покрова принимаем равной 0,5 м.

Во всех рассматриваемых случаях касательные напряжения на порядок меньше нормальных, поэтому все нормальные напряжения можно принять за главные напряжения.

Устойчивость получаемого решения проверялась численно при отклонении от начальных данных на малую величину 0,01 %. В результате данные с веденной погрешностью и без погрешности совпали.

Рассмотрим подробнее процессы, происходящие в ледяном покрове, при воздействии устройством, расстояние которого между подводной и надводной час-

тями равно 5,0 м. На рис. 3 представлена эпюра напряжений по толщине ледяного покрова.

До образования магистральной трещины и других разрушений в ледяном покрове происходят следующие процессы. Напряжения σ_{22} , расположенные в ледяном покрове вдоль действия устройства, носят сжимающий характер.

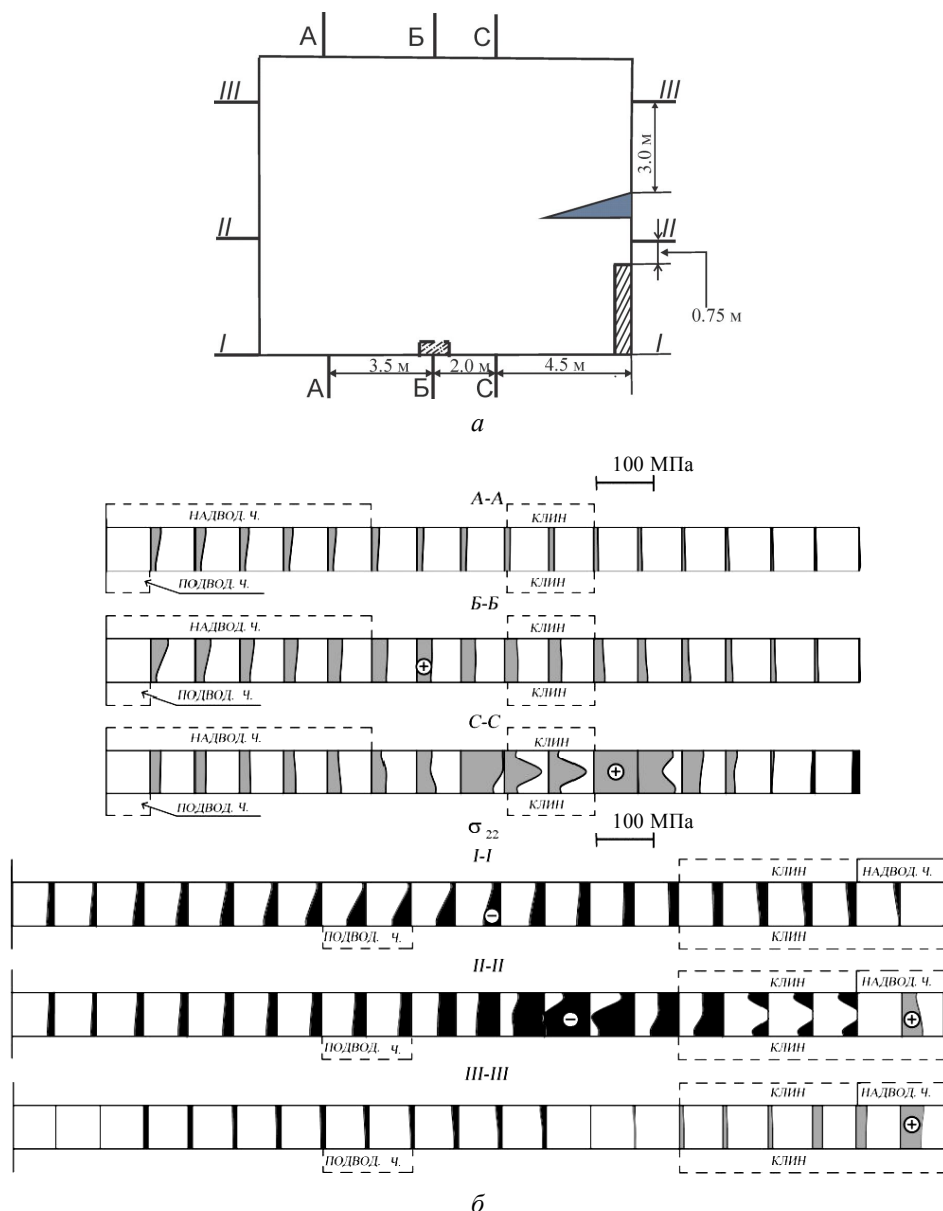
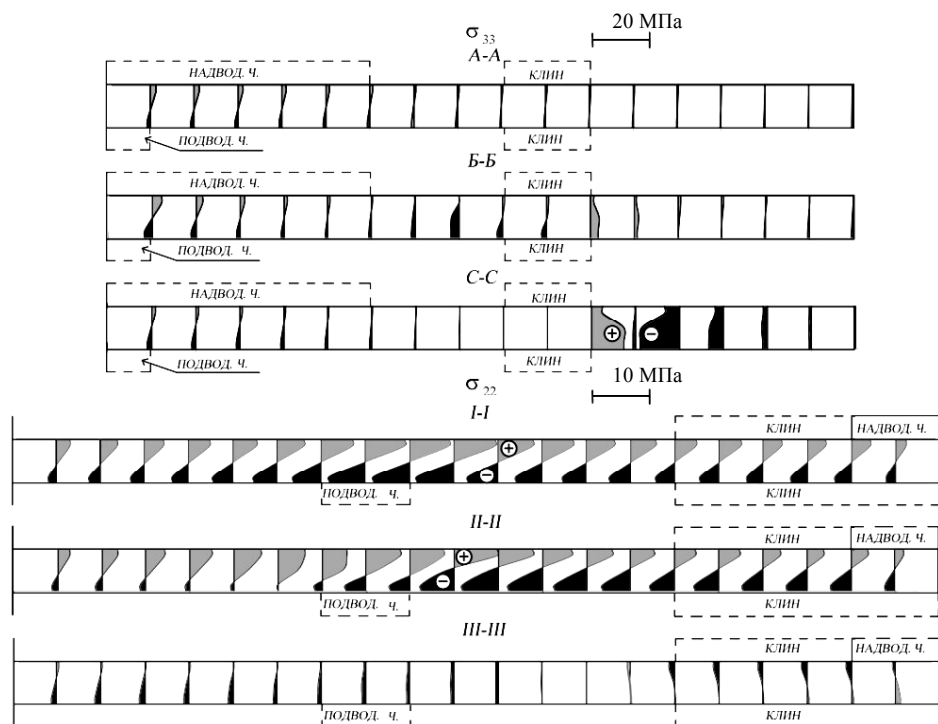


Рис. 3 (начало). Эпюра напряжений ледяного покрова в момент образования магистральной трещины и трещины с наклонного бока клина: а – схема, б – эпюра напряжений до образования магистральной трещины



6

Рис. 3 (окончание). Эпюры напряжений ледяного покрова в момент образования магистральной трещины и трещины с наклонного бока клина: ϵ – эпюры напряжений после образования магистральной трещины

Наибольшие из них находятся фронтально от клина и над подводной частью. Нормальные напряжения, перпендикулярные действию устройства, носят растягивающий характер, наибольшие из них расположены у наклонной части клина. Все напряжения с удалением от устройства сглаживаются. Как видно из рис. 3, a , напряжения на порядок превосходят критические, поэтому лед будет трещать и ломаться. Фронтально от клина пройдет основная трещина, ее называют магистральной, она разделит лед на две зоны – внутреннюю и внешнюю. На рис. 4 представлены распределения напряжений в ледяном покрове в момент возникновения магистральной трещины, она выделена белой линией, видно, что концентратор напряжений расположен в вершине трещины. Это свидетельствует о том, что трещина будет расти. От наклонной боковой поверхности клина пойдет трещина, на рис. 4 показано расположение напряжений в этой области, лед здесь разрушится на мелкие фрагменты. После образования магистральной трещины пойдет падение напряжений рис. 3. В ледяном покрове возникнет изгибающий момент, подтверждение этому – смена знака напряжения по толщине льда, расположенного в области над подводной частью судна. Во внутренней зоне ледяного покрова в верхнем слое льда напряжения носят растягивающий характер, а в нижнем слое – сжимающий (эпюра вид $I-I$ и $II-II$, рис. 3, b) произойдет изгиб льда.

В области ледяного покрова, расположенной между надводной и подводной частями устройства, наибольшие напряжения возникнут при параметре устройст-

ва a_2 равном 4 м. С увеличением параметра a_2 снижаются напряжения в данной области, при этом длина магистральной трещины увеличивается с 3 до 4 м. На рис. 4 трещины изображены прямыми белыми линиями.

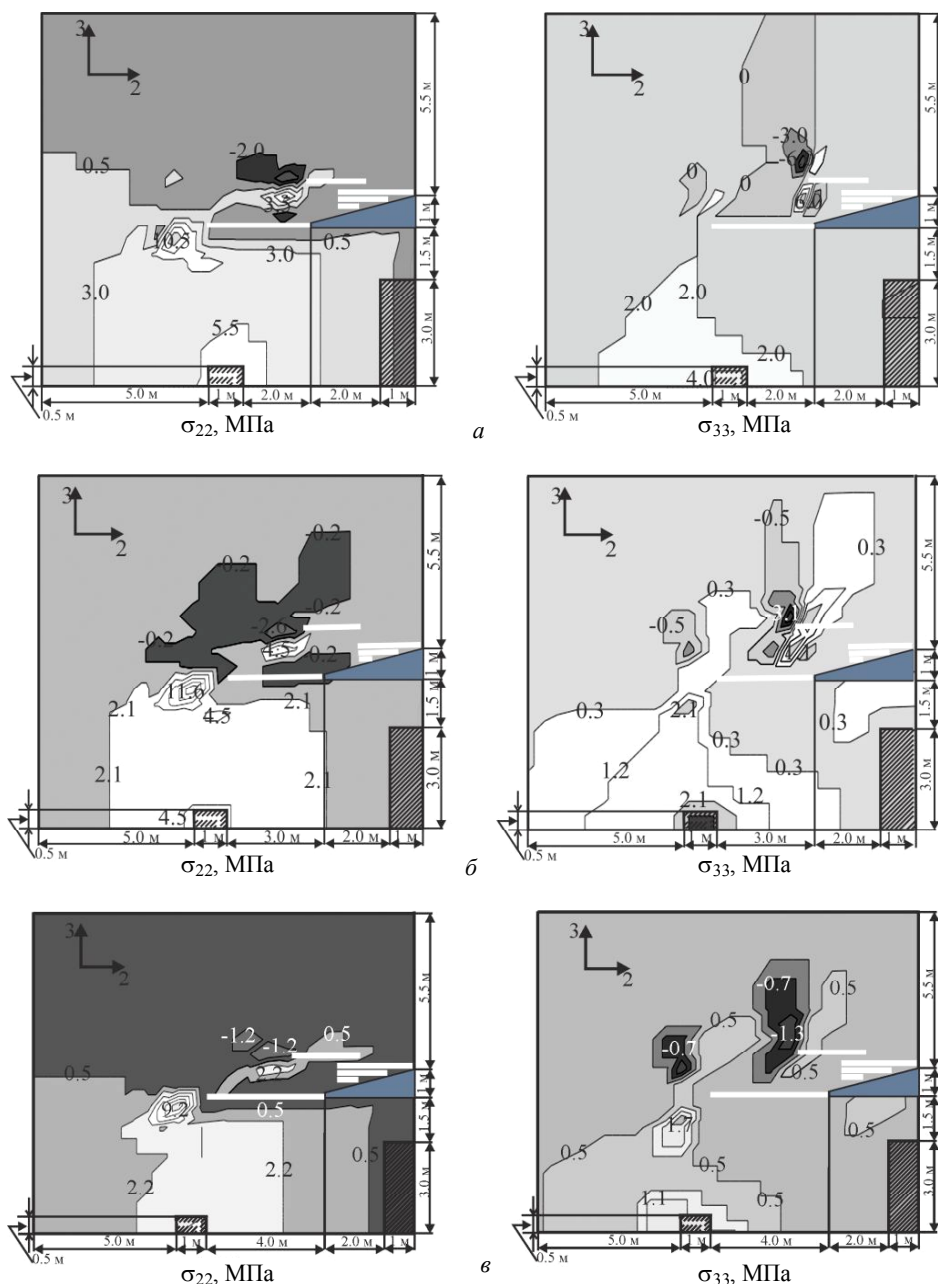


Рис. 4. Распределение напряжений в верхнем слое ледяного покрова, при контакте с ледокольным судном, время контакта 0,3 с, параметр устройства a_2 , м: а – 4, б – 5, в – 6

Далее рассмотрим более подробно нагрузку на составные части судна. Наибольшая нагрузка придется на клин устройства: острие 0,992, 0,813, 0,689 тс, наклонная боковая площадка (S_{12}) – 2,041, 2,034, 2,024 тс соответственно при a_2 равном 4,0, 5,0, и 6,0 м. Нагрузка на подводную часть составит 0,0059, 0,0052, 0,052 тс соответственно при a_2 равном 4,0, 5,0, и 6,0 м. Нагрузка на надводную часть увеличится с увеличением расстояния a_2 составит 0,0086, 0,0074, 0,0067 тс. Видно, что при увеличении расстояния a_2 нагрузка на составные части устройства уменьшается.

Вывод: Разрушительное воздействие подводной части на ледяной покров будет наибольшим, если расстояние между подводной и надводной частями составит не более 4 м. При этой конфигурации устройства усиливается разрушительная способность всего устройства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пат. 2276037 РФ МПК В 63 В 35/08. Ледокольное судно / В.И. Одинок, В.Л. Колмогоров. № 2004114052/11; Заяв. 06.05.2004; Опубл. 10.05.2006, Бюл. № 13.
2. Богородский В.В., Гаврило В.П. Физические свойства. Современные методы гляциологии. Л.: Гидрометеиздат, 1980.
3. Войтковский К.Ф. Основы гляциологии. М.: Наука, 1999.
4. Одинок В.И. Численное исследование процесса деформации материалов бескоординатным методом. Владивосток: Дальнаука, 1995.
5. Сергеева А.М., Марченко О.В. Деформация ледяного покрова под действием атмосферного давления и собственного веса льда // Труды Нижегородского технического университета им. Алексеева. 2010. № 4 (83). С. 157–165.
6. Одинок В.И., Сергеева А.М., Захарова Е.А. Построение математической модели для численного анализа процесса разрушения ледяного покрова // Математическое моделирование. 2008. Т. 20. № 12. С. 15–26.
7. Одинок В.И., Сергеева А.М., Ткачева А.В. Математическое моделирование процесса разрушения ледяного покрова ледокольной судном: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012614206. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 12 мая 2012.

Статья поступила 12.12.2012 г.

Sergeeva A.M., Tkacheva A.V., Odinokov V.I. NUMERICAL STUDY OF THE DEFORMATION PROCESS OF THE ICE COVER UNDER THE ACTION OF AN ICEBREAKING SHIP. Using the theory of small elastic deformations, a mathematical model of an icebreaking device is built to study the effect of the device on the ice cover destruction.

Keywords: ice cover, ice-breaking device, the stress-strain state, numerical analysis, mathematical model.

Sergeeva Anastasiya Mikhailovna (Institute for Machine Engineering and Metallurgy of the Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences)
E-mail: serg-nasty@mail.ru

Tkacheva Anastasiya Valerievna (Institute for Machine Engineering and Metallurgy of the Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences)
E-mail: 4nansi4@mail.ru

Odinokov Valery Ivanovich (Institute for Machine Engineering and Metallurgy of the Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences)
E-mail: mail@imim.ru