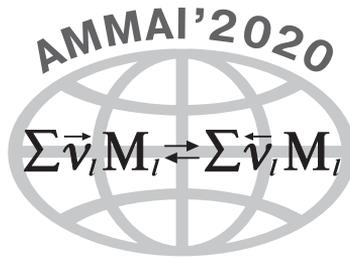




*Dedicated to the 90th anniversary of Moscow Aviation Institute
and the 100th anniversary of the birth of academician I.F. Obraztsov*

**PROCEEDINGS
OF THE XIII INTERNATIONAL CONFERENCE
ON APPLIED MATHEMATICS AND MECHANICS
IN AEROSPACE INDUSTRY**



**6 – 13 September, 2020
Alushta, Crimea**



УДК 519.6:517.958:533.6
ББК 22.166
М34

Издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований (проект 20-08-20031)
и Московского авиационного института
(национального исследовательского университета)

М34 **Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2020), 6–13 сентября 2020 г., Алушта.** — М.: Изд-во МАИ, 2020. — 784 с.: ил.

ISBN 978-5-4316-0699-1

Сборник включает в себя научные работы, отражающие современные достижения в газовой динамике струй и сопел, механике многофазных сред, плазменной аэродинамике, аэрокосмической механике, механике деформируемого твердого тела, прочности, разрушения и безопасности конструкций, а также в ряде смежных областей.

Для специалистов в области прикладной математики и механики, математического моделирования, информационных технологий, аспирантов и студентов старших курсов технических вузов.

Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике
и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2020), Алушта

Дизайн и компьютерная верстка *Ал. А. Пярнпуу*

Подписано в печать 13.07.2020. Формат 70 × 100 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 63,7.
Тираж 300 экз. Изд. №825. Заказ №386.

Издательство МАИ
(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993
Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии ООО «Компания АРТИШОК»,
125362, Москва, Волоколамское шоссе, д. 116, стр. 2, e-mail: info@artishok.ru

ISBN 978-5-4316-0699-1

© Московский авиационный институт
(национальный исследовательский
университет), 2020

**ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ
ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ ПОРИСТОЙ КЕРАМИКИ****И. Ю. Смолин^{1,2}, В. А. Микушина^{1,2}*¹*ТГУ, Томск, Россия;* ²*ИФПМ СО РАН, Томск, Россия*

Изучение процессов деформации и разрушения структурно-неоднородных материалов и сред, включая пористые, является актуальным направлением на стыке разных научных дисциплин: механики деформируемого твердого тела, геомеханики, материаловедения. Одним из перспективных подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в указанной области, является численное исследование особенностей механического поведения изучаемых материалов. Для этого требуется создание физических уравнений (определяющих соотношений), адекватно описывающих особенности механического отклика исследуемого материала.

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что в зависимости от пористости меняются упругие модули керамик, их прочность, и даже характер неупругого отклика и разрушения [1]. Моделирование на мезоуровне с явным учетом пористой структуры может помочь объяснить эти особенности, например, дать ответ на вопрос: как зависят упругие модули и прочность от пористости и от каких еще характеристик порового пространства они зависят [2–4].

Рассмотрим проблемы формулировки определяющих соотношений, описывающих деформирование и разрушение пористых керамических материалов на масштабном уровне, когда явно учитывается пористая структура материала верхнего уровня. Если керамика обладает бимодальной или иерархической пористостью, когда средние значения пор различаются на порядок и более, то пористость низших масштабов следует учитывать неявным образом в определяющих соотношениях. Особого внимания заслуживает чувствительность отклика материала к видам напряженного состояния, которая характерна для хрупких материалов. Это касается формулировки моделей неупругого деформирования и критериев разрушения, основанных на теориях предельного напряженного состояния или механики рассеянных повреждений.

Определяющие соотношения призваны описать разные стадии механического поведения материалов: упругое деформирование, неупругое деформирование, вызванное накоплением микрповреждений, и разрушение.

Задача описания упругого деформирования решается довольно просто, поскольку в керамических материалах упругие деформации малы и вполне достаточно линейной связи между напряжениями и упругими деформациями или их скоростями (гипоупругость). Эти определяющие соотношения относят к первой группе.

Неупругость для пористых керамик может подразумевать различные аспекты: пластическое деформирование при высоких давлениях, псевдопластическое деформирование с разупрочнением в обычных условиях, компакция в высокопористых материалах. Решение всех этих проблем требует привлечения разных моделей и является сложной задачей. Ограничимся описанием псевдопластического деформирования пористых керамик с пористостью не более 60% при квазистатических нагружениях. Неупругое поведение в этом случае вызвано накоплением повреждений и микротрещин в керамической матрице.

Поскольку в структурно-неоднородной среде вне зависимости от вида внешней приложенной нагрузки распределение напряжений всегда является неоднородным,

* Данное научное исследование выполнено при поддержке Программы повышения конкурентоспособности ТГУ и в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы, направление III.23.

и локально может реализоваться сложное напряженное состояние, то разрабатываемые определяющие уравнения должны учитывать вид напряженного состояния и его влияние на механический отклик, в частности разрушение.

Хорошо известно, что прочность при растяжении керамик практически на порядок меньше прочности при сжатии. Это является показателем чувствительности этих материалов к виду напряженного состояния, которое необходимо описать в определяющих соотношениях. Например, отличие одноосного растяжения от одноосного сжатия можно отразить двумя характеристиками напряженного состояния: первым инвариантом тензора напряжений (давлением) и его третьим инвариантом. На практике в определяющих уравнениях вместо третьего инварианта тензора напряжений используют другие характеристики, содержащие третий инвариант — коэффициент Лоде–Надаи или угол Лоде. В этом случае применимы модели теории предельного состояния (для описания пластичности или прочности), учитывающие два или три инварианта тензора напряжений (Друккера–Прагера, Кулона–Мора, Хойка–Брауна, Ладе, Уиллама–Варнке, Подгурского, Бигони–Пиколроаца и т. п.).

Следует отметить, что применение инвариантов тензора напряжений при формулировке определяющих соотношений справедливо только для изотропных сред. Если же среда существенно анизотропна, то такое описание не подходит.

Определяющие соотношения, задающие приращения или скорости неупругой деформации, относят к второй группе. Для этого, например, могут применяться идеи теории пластического течения. Альтернативный подход основан на идеях континуальной механики повреждений и деградация упругих свойств [5].

Наконец последняя группа определяющих соотношений призвана сформулировать условие локального разрушения материала, после выполнения которого, напряжения в данном месте обнуляются. Отметим, что при расчете дальнейшего поведения материала, в котором в локальном месте выполнилось условие разрушения, необходимо корректно описать сопротивление нагрузке разрушенного материала в локальных областях в условиях сжатия и сдвига. Естественно, что сопротивления растяжению в таких областях не будет [6].

Таким образом, рассмотрены различные подходы к формулированию определяющих соотношений для моделирования упругого и неупругого деформирования, а также разрушения пористых керамических материалов на мезоуровне. Они находят применение для анализа механического поведения и определения эффективных механических свойств пористых керамик.

1. *Savchenko N. L., Sevostyanova I. N., Sablina T. Yu., Gomze L., Kulkov S. N.* The influence of porosity on the elasticity and strength of alumina and zirconia ceramics // AIP Conference Proceedings. — 2014. — V. 1623. — P. 547–550.
2. *Roberts A., Garboczi E.* Elastic properties of model porous ceramics // J. Am. Ceram. Soc. — 2000. — V. 83, No. 12. — P. 3041–3048.
3. *Смолин И. Ю., Еремин М. О., Макаров П. В., Буякова С. П., Кульков С. Н., Евтушенко Е. П.* Численное моделирование механического поведения модельных хрупких пористых материалов на мезоуровне // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. — 2013. — №5 (25). — С. 78–90.
4. *Микушина В. А., Смолин И. Ю., Еремин М. О.* Изучение механического поведения пористой керамики на разных масштабных уровнях // Материалы XXI Междунар. конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 24–31 мая 2019 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2019. — С. 628–630.
5. *Микушина В. А., Смолин И. Ю.* Численное моделирование деформирования и разрушения пористой алюмооксидной керамики на мезоуровне // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. — 2019. — №58. — С. 99–108.
6. *Вильдеман В. Э., Соколкин Ю. В., Ташкинов А. А.* Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. — М.: Наука. Физматлит, 1997. — 288 с.